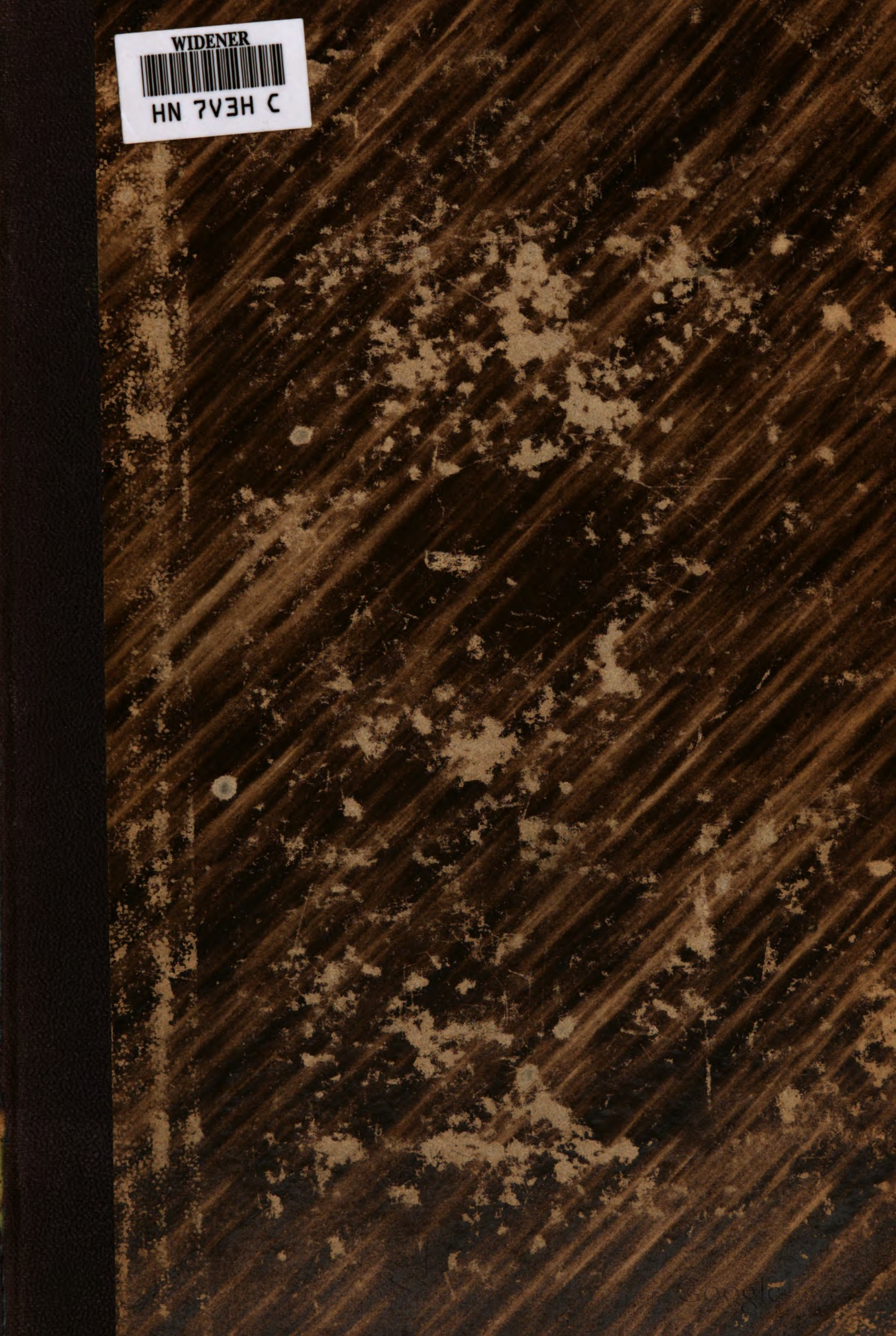
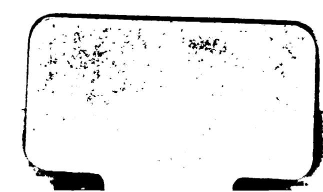

WIDENER
HN 7V3H C





NEUE DARSTELLUNG

DER

LOGIK

NACH IHREN EINFACHSTEN VERHÄLTNISSEN

MIT RÜCKSICHT

AUF

MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFT.

VON

MORITZ WILHELM DROBISCH.

DRITTE NEU BEARBEITETE AUFLAGE.

LEIPZIG

LEOPOLD VOSS.

1863.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Nachdem die erste Auflage dieser Schrift völlig vergriffen, erscheint die zweite in so wesentlich anderer Gestalt, dass daraus fast ein neues Buch geworden ist. Zwar Geist und Charakter des Ganzen sind sich gleich geblieben, aber Form, Inhalt und Umfang haben Veränderungen erfahren, über deren Motive ich Freunden und Gegnern Rechenschaft schuldig bin. Eigenes Nachdenken und sorgfältige Prüfung der Ansichten Anderer haben an dieser Neugestaltung gemeinsamen Antheil, und wenn auch die letzteren meistens mehr anregend als bestimmend auf mich einwirkten, so verdanke ich ihnen doch manche Belehrung.

Behalten hat das Buch vor allem Anderen den Charakter einer formalen Logik. Die Einwürfe, welche Trendelenburg in seinen gründlichen und mit Recht vielseitig anerkannten „logischen Untersuchungen" gegen die Zulässigkeit der formalen Logik vorgebracht hat, konnten mich nicht von der Nothwendigkeit überzeugen, diese Grundansicht aufzugeben und mit einer anderen zu vertauschen. Es ist dabei der Tadel, welcher die Ausführung einzelner Partien betrifft, von den Einwendungen gegen die ganze Idee der formalen Logik zu unterscheiden. Was jenen Tadel des Einzelnen angeht, so ist in dem Buche selbst an den gehörigen Stellen theils durch Entgegnung, theils durch factische Verbesserungen, soweit als möglich, auf ihn Rücksicht genommen worden. Zur Rechtfertigung der Grundidee aber mögen ausser

dem, was die Einleitung darüber enthält, noch einige gegen Trendelenburg's Ausstellungen insbesondere gerichtete Worte hier an der Stelle seyn.

T. sagt von der formalen Logik, „sie wolle den Begriff, das Urtheil, den Schluss allein aus der auf sich bezogenen Thätigkeit des Denkens verstehen, sie trenne daher das Denken von dem Gegenstande, wie etwa den aufnehmenden Spiegel von dem einfallenden Lichtstrahle"*, dies sey aber bedenklich, da das Gesetz der Reflexion nicht von dem Spiegel allein bedingt werde. Dies ist nicht richtig. Die formale Logik setzt nicht ein reines Denken voraus und unternimmt es nicht, die Formen eines solchen *in abstracto* zu zergliedern oder zu entwickeln; ihre Voraussetzung ist vielmehr das concrete, mit dem Erkennen verschmolzene Denken, aus welchem sie ihre Grundformen durch Abstraction gewinnt, diese dann aber nach Gesetzen, die sich aus der Betrachtung ihrer Verhältnisse ergeben, mit einander verknüpft und dadurch zu abgeleiteten Formen gelangt. Formen ohne Inhalt kennt sie nicht, sondern nur solche, die von dem besonderen Inhalt, der sie erfüllen mag, unabhängig sind, und für die also der Inhalt, dessen sie nie ganz entbehren können, unbestimmt und zufällig bleibt. Die Grundformen des Denkens werden auf ähnliche Weise gewonnen wie die Grundformen der Geometrie, die auch nur die Reste sind, welche die Abstraction von den physikalischen und chemischen Eigenschaften der sinnlich wahrgenommenen Körper übrig lässt. Das Vorstellen eines leeren körperlichen Raumes ist schon eine der sinnlichen Anschauung und ihrer gedächtnissmässigen Reproduction fremde Abstraction, die geometrische Fläche erfordert eine zweite, die Linie, der Punkt eine dritte und vierte Abstraction. In ähnlicher Weise kommt die Logik zu dem Begriff, seinen Merkmalen und Beziehungen. Wie aber die Geometrie sich weder mit der Auffindung der Grundformen begnügt, noch mit der Classification der erfahrungsmässigen Körperformen

* Logische Untersuchungen I. S. 4 f.

beschäftigt, sondern durch Combination der ersteren zu ideellen Constructionen gelangt, in denen sie zwar zum Theil das Wirkliche, Gegebene reconstruirt, zum Theil aber auf Gestaltungen kommt, die in der uns bekannten sinnlichen Welt wie Fremdlinge erscheinen, — so verfährt in ganz ähnlicher Weise die Logik in den Lehren von den Urtheilen und Schlüssen, den Eintheilungen und Beweisen mit den Grundformen der Begriffe, wobei sie sich nur von der Uebereinstimmung der Gedankenformen unter einander, des Denkens mit seinen eigenen Grundsätzen leiten lässt. Diese Uebereinstimmung ist die alleinige logische Wahrheit, und es ist unrichtig, wenn T. sagt, die formale Logik „pflege die Wahrheit als die Uebereinstimmung des Gedankens mit dem Gegenstande zu erklären“*. Sie kann wohl diese Erklärung zur Unterscheidung der formalen Wahrheit von der metaphysischen oder transscendentalen anführen, aber sie kann und wird diese Erklärung nie für die der logischen, d. i. formalen Wahrheit ausgeben. Mit der echten Definition überschreitet sie aber auch ihr Gebiet nicht.

Es lässt sich indess nicht in Abrede stellen, dass, besonders seit Kant, die Logik diesen empirischen Ursprung ihrer ersten Anfänge verleugnet hat, und daraus ein Bestreben entstanden ist, Denken und Erkennen von vornherein auseinander zu halten. Auch die erste Auflage dieser Schrift neigt sich noch dieser Ansicht zu, mit deren Beseitigung jedoch keineswegs die formale Logik zusammenbricht. Diese Ansicht wurzelt zunächst in Kant's Lehre vom Erkennen *a priori*, die aber wieder mit Leibniz's und Descartes's „angeborenen Vorstellungen“ im Zusammenhange steht. Die Unterscheidung zwischen Erkenntniss *a priori* und *a posteriori* im Sinne der neueren Philosophie ist eine wohlbegründete. Das Allgemeine und Nothwendige ist in der That kein Ergebniss der Erfahrung, sondern des Denkens, d. i. derjenigen Verknüpfung der Begriffe, welche der Beschaffenheit und den Verhältnissen des in ihnen Gedachten gemäss ist. Aber daraus lässt

---

* Ebendas. S. 6.

sich nicht mehr folgern, als dass eben diese Verknüpfung von der Erfahrung unabhängig ist; eine Erschleichung muss es genannt werden, wenn man dasselbe auch auf die Begriffe selbst, vor ihrer Verknüpfung, übertragen will. Es giebt nur nothwendige Urtheile und Schlüsse, aber keine nothwendigen Begriffe. Aus der Thatsache, dass es allgemeine und nothwendige Urtheile giebt, lassen sich daher nicht angeborene, der Erfahrung vorausgehende Vorstellungen deduciren. Kant vermeidet zwar diesen Ausdruck, will indess Raum, Zeit und Kategorien als Erkenntnissformen *a priori*, als nothwendige Bedingungen der Erfahrung, als solche, ohne welche diese unmöglich seyn würde, anerkannt wissen. Seine Behauptung stützt sich darauf, dass sich solche Formen im Denken von ihrem materiellen Inhalt entleeren, nicht aber gänzlich hinwegdenken lassen; er bemerkt jedoch nicht, dass bei dieser Entleerung blosse Abstractionen übrig bleiben, keine einfachen und bestimmten Verhältnisse, dass eine reine Form, eine Form ohne alle Materie vorzustellen eben so unmöglich ist, wie eine Materie ohne alle Form, dass aber, wo, wie in den geometrischen Anschauungen, bestimmte Formen übrig bleiben, die Entfernung des Inhaltes keine vollständige Entziehung desselben, sondern nur Aufhebung seiner Besonderheit ist. Die Abstraction kann im wirklichen Vorstellen nicht weiter gehen als bis zur Unabhängigkeit der Form von jeder bestimmten Materie. Aber dieser steht eine Unabhängigkeit der Materie von einer bestimmten Form gegenüber. Man würde also hieraus ebensogut wie reine Formen auch reine Materien *a priori* anzunehmen berechtigt seyn. In Wahrheit aber ist das eine so fehlerhaft wie das andere, denn Materie und Form stehen überall in untrennbarer Wechselbeziehung, jede von beiden fordert die andere. Unverkennbar hat auf Kant die falsch ausgelegte Thatsache der reinen Mathematik einen verführenden Einfluss ausgeübt. Der Inhalt ihrer Grundbegriffe und Grundsätze ist so einfach und leichtverständlich, so sehr Gemeingut, dass er in der That wie ein Angeborenes erscheint, das man nicht zu lernen, sondern auf das man sich nur zu besinnen braucht. Indess ist es

nicht einmal ganz so; der Anfänger fügt sich nicht ohne einiges Widerstreben, wenn ihm zugemuthet wird, die Fläche ohne Dicke, die Linie ohne Dicke und Breite zu denken, denn diese Vorstellungsweise ist ihm neu und fremd. Wenn aber die Axiome in der That unmittelbare Evidenz haben, so bewähren sie sich dadurch eben als Thatsachen der Anschauung, denen factische, assertorische, nicht apodiktische Geltung zukommt. Eine psychologische Nothwendigkeit muss freilich vorhanden seyn, in Folge deren wir uns allgemein subjectiv keine anderen Vorstellungen machen können, aber diese ist nicht mit logischer Nothwendigkeit zu verwechseln, die auf dem Widerspruch beruht, auf den das Andersdenken führt. Auch muss wohl beachtet werden, dass die reine Mathematik sich allmählich Theile der angewandten zueignet. Denn indess es sonst nur reine Arithmetik und Geometrie gab, ist in neuerer Zeit eine reine Mechanik hinzugekommen, nachdem es gelungen, nicht nur den Begriff der Bewegung, sondern auch den der Kraft in so abstracter und doch quantitativ bestimmbarer Weise zu fassen, dass sich aus Zusammensetzungen von Kräften, ebensogut wie aus denen von Zahlen und Linien, allgemeine und nothwendige, von der Erfahrung unabhängige Folgerungen ziehen lassen. — Eine ähnliche Bewandniss wie mit der reinen Mathematik hat es nun auch mit der reinen Logik. Sie ist ganz gewiss eine demonstrative Wissenschaft, muss aber gleichwohl ihre ersten Anfänge aus Erfahrungsthatsachen schöpfen und, ehe sie progressiv zu Begriffsverknüpfungen schreiten kann, erst regressiv die zu verknüpfenden Elemente aus jenen Thatsachen abstrahiren. Ein Gefühl von der Nothwendigkeit dieses doppelten Verfahrens in der Begründung und Entwickelung der Logik liegt unverkennbar Fries's Unterscheidung einer anthropologischen Logik von der philosophischen zu Grunde; nur ist es dabei ganz falsch, der letzteren eine psychologische (anthropologische) Grundlage geben zu wollen und zu meinen, dass ihr mit Zergliederung der Operationen des Anschauens und Denkens, der Erinnerung und Phantasie u. s. f. gedient sey. Dergleichen psychologische Unter-

suchungen bleiben für die Logik ganz unfruchtbar. Wohl aber sind die allgemeinsten Formen der inneren und äusseren Erfahrung der Boden, aus dem sie ihre abstracten Grundbestimmungen zu ziehen hat, in ähnlicher Weise wie auch die Metaphysik (im Geiste Herbart's behandelt) von dieser Erfahrungsbasis, als dem Erkenntnissgrund der durch die Speculation zu findenden Realgründe, ausgeht. In dieser Weise ist nun in der vorliegenden Bearbeitung der Eingang zur Logik angebahnt worden. Es wird durch diese empirische Begründung eine höhere speculative Auffassung keineswegs abgeschnitten, so wenig als die Mathematik dadurch, dass sie Raum, Zeit, Bewegung u. s. w. als gegeben betrachtet, tieferen metaphysischen Untersuchungen über diese ihre Voraussetzungen in den Weg tritt. Die Bedeutung auch der Formen des Denkens für das absolute Seyn und Wissen wird nur die Metaphysik feststellen können. Zur concreten Erscheinung aber kommen sie in der Erfahrung; und durch Betrachtung der allgemeinsten Erkenntnissformen, der Vielheit der Dinge, ihrer Beschaffenheiten und Beziehungen gewinnt man den natürlichsten Anfang der Logik. Bei diesem Verfahren wird weder das Denken vom Erkennen gewaltsam losgerissen, noch vorzeitig von der Speculation abhängig gemacht.

Es gehört zu Trendelenburg's Verdiensten um die Logik, dass er sie an ihren geschichtlichen Ursprung erinnert und diesen durch seine *Elementa logices Aristotelicae* auf äusserst zweckmässige Weise vergegenwärtigt hat. Hiermit steht im nahen Zusammenhange die von ihm erörterte Frage, ob die formale Logik berechtigt sey, sich vorzugsweise die aristotelische zu nennen. Diese Frage würde eine mehr als blos historische Bedeutung haben, wenn die formale Logik auf so schwachen Füssen stände, dass sie wirklich nöthig hätte, „sich durch einen grossen Namen zu schützen." Aber abgesehen davon scheint jene Frage nicht einmal mit Grund verneint werden zu können. „Die formale Logik", sagt Trendelenburg*, „setzt den Begriff mit seinen Merkmalen als fertig

* Log. Untersuch. I, S. 18.

voraus und folgert aus dem Gegebenen; Aristoteles ist in den schwierigsten Partieen gerade damit beschäftigt, wie der richtige Begriff gebildet werde." Der formalen Logik geschieht hier Unrecht. Denn wenn sie im Urtheil die Form der Entstehung des Begriffs findet und durch die Definition ihn aus seinen Elementen zusammensetzen lehrt, so beschäftigt sie sich doch wohl mit der richtigen Bildung der Begriffe. Sie würde selbst, wie F. Lott gezeigt hat*, nicht aufhören formale zu seyn, wenn sie, zu Aristoteles zurückkehrend, statt vom Begriff, vom Urtheil aus ihre Entwickelung beginnen wollte. Den Begriff als Vorstellung muss sie freilich als gegeben betrachten, auch kann sie Gattungen und Arten u. s. w. nicht machen, sondern nur finden, aber gilt nicht dasselbe von der aristotelischen Logik? — Wenn ferner T. daran erinnert**, dass Aristoteles in der Metaphysik das Princip der Identität in einer nicht blos logischen Bedeutung nimmt, sodann aber selbst hinzufügt, dass derselbe ihm in den logischen Schriften die subjective Form gebe: „dasselbe lasse sich nicht zugleich bejahen und verneinen", an der Kant nur noch die Zeitbestimmung „zugleich" zu tadeln finde, so bezeugt dies eben, dass Aristoteles diesem Princip in der Logik einen formalen Ausdruck zu geben bemüht war, wenn er es auch nicht für ein ausschliessliches Eigenthum der Logik ansah. — Entschieden formaler Natur ist endlich die Syllogistik des Aristoteles, die einzig und allein auf dem Princip des Enthalten- oder Nichtenthaltenseyns der *termini* (ὅροι) in einander, also auf dem *dictum de omni et nullo* beruht, so dass hier die moderne Behandlung (wenigstens in den kategorisch analytischen Schlüssen) mit jener ältesten im Wesentlichen völlig übereinstimmt. Wenn nun aber, wie Twesten bemerkt***, „es klar und anerkannt ist, dass die Syllogistik der Haupttheil der logischen Schriften des Aristoteles, alles Andere aber nur um ihretwillen da ist und als Grundlage oder Anwendung mit ihr in Verbindung

* In seiner scharfsinnigen Abhandlung: Zur Logik. Göttingen 1845.

** Log. Unters. I, S. 19.

*** Logik S. 4.

steht", so würde die formale Logik schon um ihrer Uebereinstimmung mit der Kernlehre der aristotelischen berechtigt seyn, sich in der Hauptsache als identisch mit ihr zu betrachten. Zwar sagt Trendelenburg, dass Aristoteles auch das Wesen des Syllogismus keineswegs in ein blos formales Verhältniss der Merkmale gesetzt habe, da nach ihm dem Mittelbegriffe des wahren Syllogismus der Grund der Sache entspreche*. Mir scheint jedoch A. gerade das Umgekehrte auszusprechen, nämlich, dass jeder Grund der Mittelbegriff eines Schlusses sey**, womit also nicht dem Formalen eine reale Bedeutung beigelegt, sondern das Reale auf ein Formales zurückgeführt wird. — Selbst dass „bei Aristoteles der Begriff die Ursache des Dinges in sich aufnehmen, und seine Klarheit gleichsam die Klarheit der schaffenden Natur seyn und aus denjenigen Begriffen definirt werden soll, die in der Ordnung der Natur vorangehen", zieht keine unübersteigliche Scheidewand zwischen der aristotelischen und formalen Logik, welche letztere die genetische Definition, die Begriffsdeduction nicht aus ihrem Bereich verweist und nur bisher über den analytischen die synthetischen formalen Verhältnisse zu unbeachtet gelassen hat. — Ich kann mich nach allem diesen nicht davon überzeugen, dass es der formalen Logik nicht zustehen sollte, Aristoteles ihren Stammvater zu nennen. Ohnezu bestreiten, dass die Scheidung des Formalen vom Realen bei ihm noch nicht streng durchgeführt ist, lässt sich doch das Streben nach dieser Scheidung nicht verkennen. Es muss dagegen andererseits allerdings zugestanden werden, dass Kant das Denken vom Erkennen in einer Weise abgesondert wissen wollte, die sich nicht consequent durchführen lässt. Aber mit dem Aufgeben dieser übertriebenen Forderung giebt man nicht die formale Logik auf, da sie sich gar wohl von Vermischung mit der Metaphysik wie von

---

* a. a. O.

** Die Worte des Aristoteles sind: *τὸ μὲν αἴτιον τὸ μέσον*, was Trendelenburg selbst (*Elem. log. Arist.* § 59) übersetzt: *causa quidem nihil aliud est, quam quae syllogismo media est notio.* [Vgl. hierüber weiter § 141, Anm. 1. dieser 3. Auflage].

völliger Beziehungslosigkeit zu ihr gleich entfernt halten und in dieser Stellung sicher behaupten kann.

Auf dieser Mittellinie bewegt sich nun die vorliegende neue Bearbeitung, die sich im Uebrigen von der ersten Auflage hauptsächlich noch in folgenden Punkten unterscheidet. Es schien mir rathsam, in der Einleitung die Stellung der Logik zur Philosophie überhaupt ganz unberührt zu lassen. Die Logik selbst bedarf zu ihrer Begründung der Erörterung des Begriffs und der Eintheilung der Philosophie nicht, für das Interesse dieser letzteren kann aber durch eine kurze trockene Auseinandersetzung nur ungenügend gesorgt werden. Dagegen habe ich in den Anmerkungen öfter Gelegenheit genommen, auf die tiefer liegenden Probleme aufmerksam zu machen, deren Lösung der Metaphysik überlassen bleiben muss; ich glaube, dass dadurch der Anregung zum philosophischen Denken besser gedient wird, als durch allgemein gehaltene Erklärungen ohne weitere Anwendung. — Unter die wichtigsten Erweiterungen dieser neuen Auflage glaube ich die nähere Untersuchung der synthetischen Begriffsverhältnisse zählen zu dürfen, die hier wol zum ersten Male in dieser Weise versucht worden ist. Es hat sich dabei ergeben, dass das formale Verhältniss der Bedingung zum Bedingten dem der Gattung zur Art völlig parallel läuft. Hierdurch erhalten nun auch sowohl die kategorischen als die hypothetischen Urtheile ihre dem Unterschied der analytischen und synthetischen Begriffsverhältnisse entsprechende natürliche Bedeutung, jene als Aussagen von Beschaffenheiten, diese von Beziehungen. Es sondert sich ferner auf Grund dieses Unterschiedes die Deduction der Begriffe von ihrer Definition schärfer ab, es fällt ein helleres Licht auf die Lehre von den Beweisen, es treten endlich dadurch auch die heuristischen Methoden, als Anwendungen des Verhältnisses der Abhängigkeit der Folgen von ihren Voraussetzungen, in eine selbständige Stellung. — Die Theorie der Schlüsse habe ich mich bestrebt zu vereinfachen, ohne der Gründlichkeit etwas zu vergeben. Wenn auch die Schlussmodi nicht alle gleiche Wichtigkeit und Anwendbarkeit haben, so gehört es doch

schlechterdings zu den strengwissenschaftlichen Erfordernissen, die möglichen Formen des Schliessens vollständig zu entwickeln, weil sich erst, nachdem eine erschöpfende Uebersicht gewonnen ist, daran eine Kritik ihrer grösseren oder geringeren Brauchbarkeit knüpfen lässt. Vornehm thuende Geringschätzung solcher Untersuchungen ist völlig gleichbedeutend mit Oberflächlichkeit, der eben die Logik auf alle Weise entgegenarbeiten soll. — Die Bedeutung der Logik für die Wissenschaft jeder Art, die Unentbehrlichkeit ihrer Lehren für ein klares geordnetes, consequentes und auf den Grund gehendes Denken wird in der Lehre von den systematischen Formen, die Hilfe, die sie selbst der Forschung gewährt, in der Lehre von den heuristischen Formen wenigstens in allgemeinen Umrissen erkennbar seyn. Der logisch-mathematische Anhang hat einige Zusätze erhalten, wogegen Manches, was mehr blosse mathematische Speculation als logisch bedeutsam schien, in Wegfall gekommen, Anderes in die Anmerkungen zu den Paragraphen aufgenommen worden ist. Zu dem Weggelassenen gehört auch die Ausführung aller möglichen Schlussketten. Es war wohl einmal nöthig zu zeigen, dass die Zahl ihrer Formen eine begrenzte, völlig bestimmbare ist, es bedurfte aber nicht der Wiederholung dieser Nachweisung, da jedem einigermaassen Geübten die Ausführung leicht fallen wird. — Solche Kürzungen waren nöthig, wenn das Buch einen mässigen Umfang behalten, und Raum zu erläuternden Anmerkungen und Beispielen gewonnen werden sollte. Auch diese gehören zu den Vermehrungen der zweiten Auflage und werden sie zum Selbststudium geeigneter machen als die erste, in der sie sparsamer vorkamen und von manchen Beurtheilern vermisst worden sind. Wenn hierbei Mathematik und Naturwissenschaften, wie schon der Titel dieser Schrift andeutet, vorzugsweise benutzt wurden, so findet dies seine Rechtfertigung ebensosehr in der logischen Musterhaftigkeit dieser Wissenschaften, wie in der hohen Bedeutung, die sie nicht erst durch ihre Anwendungen gewinnen, sondern schon insofern besitzen, als sie die vollkommensten Versuche des menschlichen Geistes sind, zu wahrer Erkenntniss

zu gelangen. — Mögen diese Veränderungen, wie dem Verfasser, so auch Anderen als Verbesserungen erscheinen, und möge das Buch auch in seiner neuen Gestalt dazu beitragen, eine Wissenschaft zu verbreiten, die häufiger genannt als gründlich gekannt wird, deren Vernachlässigung aber oft, selbst bei umfassender Gelehrsamkeit, reicher Ideenfülle, glänzendem Styl und hinreissender Beredsamkeit, als Mangel an wissenschaftlicher Ausbildung sich zur Schau stellt.

Leipzig, im Februar 1851.

Vorrede zur dritten Auflage.

Die vorliegende dritte Auflage unterscheidet sich von der vorhergehenden zwar nicht in gleichem Maasse wie diese von der ersten, aber doch mehr als der nur wenig vergrösserte Umfang und die im Ganzen beibehaltene systematische Gliederung bei nur oberflächlicher Vergleichung zu erkennen giebt. Zuerst bin ich darauf bedacht gewesen, die Grenzen der formalen Logik, die es nur mit Begriffen, nicht mit realen Gegenständen, zu thun hat, strenger einzuhalten, ohne deshalb in die Beschränkung zurückzufallen, die unvermeidlich ist, wenn man alle synthetischen Elemente von der Logik ausschliesst. Was ich in meiner Abhandlung „über logische Analysis und Synthesis"* als eine nothwendige Verbesserung der früheren Darstellung der synthetischen Begriffsformen erkannt hatte, ist daher hier berücksichtigt und danach der erste Abschnitt des ersten Theils wesentlich umgestaltet worden. Ob hierdurch die Verständigung mit Trendelenburg** gewachsen oder wieder etwas in Abnahme gerathen ist, bleibe dahingestellt. So angenehm mir das erstere seyn würde, so müsste doch jedenfalls der Wunsch nach Einigung sich der wissenschaftlichen Ueberzeugung unterordnen. — Von dieser Veränderung konnte auch der zweite Abschnitt nicht unberührt bleiben, in welchem nunmehr Beschaffenheits- und Beziehungsurtheile die Stellung einnehmen, die früher den analytischen und synthetischen Urtheilen zugewiesen war. Als

* Fichte's Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik. N. F. B. 31.
** Logische Untersuchungen, 2te Auflage, I, S. VII.

dritter Abschnitt sind, aus den in der Anmerkung zu § 64 angegebenen Gründen, die Folgerungen von den Schlüssen abgezweigt, auch anders angeordnet und durch einige Paragraphen vervollständigt worden. Die Theorie der Schlüsse, jetzt der vierte Abschnitt, ist dieselbe geblieben und hat nur bei den Schlussketten (§ 110 und 111) einige Zusätze erhalten, zu denen der aristotelische Sorites aufforderte. Im ersten Abschnitt des zweiten Theils ist die Lehre von den Erklärungen etwas verändert, insbesondere die frühere Unterscheidung der Namen- und Sacherklärungen zurückgenommen und mit der gebräuchlicheren vertauscht. Die Deduction der Begriffe, in zwei Paragraphen zusammengezogen, folgt jetzt der Lehre von den Beweisen. Im zweiten Abschnitt von den heuristischen Formen ist die für die Naturwissenschaften so wichtige Lehre von der Induction und Analogie und dem, was sich weiter daran knüpft, ausführlicher und eingehender behandelt. Der Anhang endlich ist, ein paar Anmerkungen und die gedrängtere Fassung des letzten Aufsatzes abgerechnet, unverändert geblieben. — Dies sind jedoch nur die allgemeinsten Eigenthümlichkeiten dieser neuen Auflage. Im Einzelnen ist durch Verbesserung des Ausdrucks in den Paragraphen, durch Ausdehnung der erläuternden Anmerkungen und Vermehrung der Beispiele soviel hinzugekommen, dass das Ganze wohl als eine neue Bearbeitung wird gelten können. Passende Beispiele sind für ein, vorzüglich zum Selbststudium bestimmtes Lehrbuch der Logik von nicht geringer Wichtigkeit. Denn wenn auch Beispiele nicht beweisen, sondern nur erläutern, so leisten sie doch in der Logik, bei gehöriger Mannigfaltigkeit und Auswahl, ähnliche gute Dienste wie die Figur in der Geometrie, wenn sie denkend betrachtet wird; sie weisen an dem Besonderen und Einzelnen das Allgemeine auf und zeigen die Bedeutsamkeit der allgemeinen Denkgesetze für jede Art der Erkenntniss. Der gänzliche Mangel an Beispielen in vielen Lehrbüchern, die Magerkeit und Trivialität derselben in anderen haben wesentlich dazu beigetragen, das Ansehen der Logik zu schwächen und ihr Studium als ein nutzloses in Verruf zu bringen.

Zum Schluss sey es verstattet, noch einmal auf den formalen Charakter der Logik zurückzukommen. Ihn zu vertheidigen,

scheint jetzt kaum noch nöthig, nachdem er von Männern, die auf ganz anderen philosophischen Standpunkten als wir stehen, wie Ulrici*, Ueberweg** und neuerdings Zeller***, anerkannt worden ist. Selbst Trendelenburg, wenn er auch noch in der zweiten Auflage seiner logischen Untersuchungen gegen die formale Logik polemisirt, meint doch vorzugsweise diejenige Fassung, die sie bei Kant und seinen Nachfolgern, sowie bei Twesten und Herbart, und in der ersten Auflage dieses Lehrbuchs erhalten hatte. Zwar hat es andrerseits Prantl in seiner sonst sehr verdienstlichen Geschichte der Logik an maasslosen Ausfällen gegen die formale Logik und ihre Vertreter nicht fehlen lassen und sie wie eine geistlose Ausartung der aristotelischen behandelt. Indess hat Brandis, sowohl schon früher als später†, ruhig und gründlich nachgewiesen, dass selbst bei Aristoteles die formalen Elemente nicht zu verkennen sind, namentlich seine Behandlung der Syllogistik rein formal ist, und hat die Ueberzeugung ausgesprochen, dass Aristoteles sich nicht geweigert haben würde, Manches, was der neueren formalen Logik sowohl in der Weise als in der Erweiterung der Untersuchungen eigenthümlich ist, anzuerkennen. Auch Zeller, indem er bemerkt††, dass Aristoteles mit der Logik nicht eine vollständige und gleichmässige Darstellung der gesammten Denkthätigkeit, sondern zunächst nur eine Untersuchung über die Formen und Gesetze der wissenschaftlichen Beweisführung beabsichtigt habe, bezeugt wesentlich dasselbe. — Dagegen ist es aber eine, sowohl von dem letzteren als den vorgenannten Logikern und Anderen festgehaltene und vertheidigte Ansicht, dass die Logik von der Theorie der Erkenntniss

* System der Logik, Leipz. 1852; Compendium der Logik, Leipz. 1860.

** System der Logik, und Geschichte der logischen Lehren. Bonn 1857; ein besonders in historischer Beziehung schätzbares Werk.

*** Ueber Bedeutung und Aufgabe der Erkenntniss-Theorie. Heidelberg 1862.

† Handbuch der Geschichte der griechisch-römischen Philosophie. II, 2, a, S. 373 ff., vgl. III, 1, S. 12 ff.

†† Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwickelung, 2. Aufl. II, 2, S. 130 ff.

nicht getrennt werden dürfe*. Es kommt hierbei darauf an, was man unter einer solchen Theorie versteht. Da sie von der Metaphysik unterschieden wird, so ist die Beantwortung von Fragen, wie die: ob die Dinge selbst uns erkennbar sind, ob der Raum, die Zeit, die Kategorien auch für die Dinge oder nur für uns Bedeutung haben, ob es angeborene Vorstellungen giebt u. dgl. m., von einer solchen Theorie ausgeschlossen. Auch über das Wesen der Seele und darüber, ob sie die Vermögen hat, die ihr die ältere Psychologie zuschreibt, oder ob ihre Thätigkeitsformen auf andere Weise zu erklären sind, soll nichts entschieden werden. Dann aber bleibt nur eine Zergliederung der Erkenntniss als eines Phänomens des Bewusstseyns übrig, wobei jedoch die empirisch-realistische Voraussetzung von Dingen ausserhalb des erkennenden Subjects nicht zu umgehen ist, daher die gemeine Weltansicht, wenigstens provisorisch, als wahr angenommen wird. Ob nun das eine Theorie genannt zu werden verdient, möchte ich bezweifeln, obwohl der Name an sich gleichgiltig ist; jedenfalls ist die Einsicht in die Natur unseres Erkennens, die dadurch gewonnen wird, eine sehr mässige und nicht sehr tiefe. Dass nun aber die Einleitung in die Logik von einer solchen Analyse der gemeinen Erkenntniss auszugehen hat, damit bin ich bis auf einen gewissen Punkt einverstanden. Das Denken ist ein wesentlicher Factor der Erkenntniss, und die elementarsten Formen des Begriffs und Urtheils sind mit der Erkenntniss gegeben, nicht willkürlich erdacht. Aber in der Ausbildung, Entwickelung und Verknüpfung dieser Elemente geht das logische Denken selbständig und ohne Seitenblicke auf die Erfahrung seinen eigenen Weg, gelangt zu complicirteren und reichhaltigeren Formen und erweitert durch Anwendung dieser Formen auf die unmittelbaren Thatsachen der Wahrnehmung und des Bewusstseyns die Erkenntniss ins Unbegrenzte. Jeder mehr als bloss äusserliche Zusammenhang der Phänomene setzt das Denken voraus. Nicht nur die allgemeinen Gesetze derselben, sondern auch die Abhängigkeit von den Ursachen, deren nothwendige Folgen sie sind, erkennt nur das Denken; denn nur ihm gehört

* Ueberweg definirt sogar die Logik als „die Wissenschaft von den normativen Gesetzen oder Idealgesetzen der menschlichen Erkenntniss."

alles Allgemeine und Nothwendige an. Das Denken muss also zwar zuerst von dem Erkennen gesondert, dann aber selbständig ausgebildet, und zuletzt wieder mit dem Erkennen in Verbindung gebracht werden. Ob aber den allgemeinen und nothwendigen Formen des Denkens, denen sich thatsächlich die Erscheinungen fügen, noch über diese hinaus eine reale Bedeutung zukommt, ob sie das Wesen der Dinge oder Beziehungen zwischen den Dingen ausdrücken, oder sich gar in ihnen Evolutionen des Absoluten abspiegeln, darüber kann nicht eine bescheidene analytisch-empirische Erkenntnisslehre, sondern nur die Metaphysik Aufschluss geben, die aber wiederum, um den Rückweg zum Gegebenen nicht zu verlieren, ohne den leitenden Faden der formalen Logik nicht einen Schritt in das dunkle Labyrinth der transscendenten Speculation wagen kann. Aristoteles hat dies scharf erkannt und schuf sich darum in der Logik, als Propädeutik der Philosophie, erst ein Werkzeug für die speculative Erkenntniss. Mehr von der Erkenntnisslehre in die Einleitung zur Logik aufzunehmen, als nöthig ist, um für die eigentliche Aufgabe derselben die Data zu gewinnen, sie mit den Lehren von Raum, Zeit und Kategorien und den darüber obschwebenden Streitigkeiten, oder mit einem Abriss der Geschichte der Speculation zu belasten, das mag sich vielleicht rechtfertigen lassen, wenn damit eine Einleitung nicht blos in die Logik, sondern in die Philosophie überhaupt bezweckt wird; die Logik als Wissenschaft aber wird dadurch nicht gefördert. Freuen wir uns, dass es allgemeingiltige Denkgesetze giebt, über die kein Streit ist, und die ihre Gewissheit nicht der Erkenntnisstheorie und nicht der Metaphysik, sondern nur dem Denken über das Denken verdanken. Verwickeln wir die einfachen und klaren Lehren der Logik nicht in noch unausgetragene Controversen, sondern benutzen wir sie vielmehr so viel wie möglich, um anderwärts das noch Schwankende zu stützen und das Dunkle aufzuhellen.

Leipzig, im Mai 1863.

M. W. Drobisch.

INHALT.

Einleitung.

Erster Theil.

Von den elementaren Formen des Denkens.

Erster Abschnitt.

Dritter Abschnitt.

Vierter Abschnitt.

Von den Formen der Schlüsse. S. 90

Zweiter Theil.

Von den methodischen Formen des Denkens.

Erster Abschnitt.

Von den systematischen Formen des Denkens. S. 130.

EINLEITUNG.

Bestimmung des Begriffs und der Haupttheile der Logik.

§ 1.

Alle menschliche Erkenntniss ist theils unmittelbare, theils mittelbare. Jene beruht auf gegebenen Thatsachen entweder der sinnlichen Wahrnehmung oder des Bewusstseyns, diese auf dem, was sich durch Denken aus diesen Thatsachen ableiten lässt.

Eine wissenschaftliche Erklärung des Denkens lässt sich hier zwar noch nicht geben, wohl aber das Verhältniss erläutern, in dem dasselbe zum Erkennen steht, und dadurch verhüten, dass beide Worte in allzu unbestimmtem Sinne aufgefasst werden.

Alle Erfahrungswissenschaften beruhen auf Beobachtungen, also auf Thatsachen der Wahrnehmung; aber diese sind nur die Grundlagen und Anfänge der Erkenntniss, die erst durch Schlüsse, also durch ein Denken, aus jenen Thatsachen sich reicher und fruchtbarer entwickelt. Dasselbe gilt von der Mathematik, die keine blosse Erfahrungswissenschaft ist. Sie beruht auf anschaulichen Vorstellungen, die als Thatsachen des Bewusstseyns ihr zu Grunde liegen; aber sie bildet aus ihnen in ihren Definitionen Begriffe, stellt in den Axiomen Grundurtheile auf und wendet schon damit das Denken auf jene Anschauungen an, um dann weiter aus diesen einfachen Elementen der Erkenntniss die ganze Fülle ihrer Lehrsätze durch Schlüsse abzuleiten. Streng genommen giebt es keine Erkenntniss, die nicht sofort in der Form eines Urtheils aufträte und dadurch verriethe, dass selbst an dem Bewusstwerden der Thatsachen der Wahrnehmung das Denken bereits seinen Antheil hat. Empfindungen, räumliche Anschauungen, Lust- und Schmerzgefühle, Erinnerungen, Wünsche u. s. f. sind zwar Thatsachen, aber vereinzelt noch nicht Erkenntnisse. Erst wenn sie in Urtheilen mit einander verknüpft werden, wie etwa: diese Kugel ist heiss, diese Erinnerung schmerzlich, dieser Wunsch heiter; oder wenn wir sie auf uns selbst als das wahrnehmende Subject beziehen und z. B. sagen: ich empfinde, er will, sie leidet; gestalten sich aus ihnen Erkenntnisse. Hieraus ergiebt sich zunächst, dass das Denken eine Geistesthätigkeit ist, welche die einzelnen Thatsachen der äusseren und inneren

Wahrnehmung theils unmittelbar (wie in den Urtheilen), theils mittelbar (wie in den Schlüssen) nach gewissen Gesetzen verknüpft und dadurch aus ihnen unmittelbare oder mittelbare Erkenntnisse bildet. Bei dieser Verknüpfung von Thatsachen mit Thatsachen bleibt jedoch das Denken nicht stehen, sondern leitet daraus weiter Erkenntnisse ab, die sich, zufolge der menschlichen Beschränktheit, der Wahrnehmung entziehen. So folgern wir z. B. aus der Abweichung der fallenden Körper von der Lothlinie, dass die Erde von Abend nach Morgen um ihre Axe rotirt, und daraus, in Verbindung mit der durch die Gradmessungen erschlossenen abgeplatteten Gestalt des Erdkörpers, dass derselbe sich ursprünglich in einem flüssigen Zustand befunden haben müsse. Wir gelangen also hiermit zu Erkenntnissen, die wir durch Wahrnehmung zu bestätigen ausser Stande sind. Indess würden wir doch, wenn wir uns auf den Mond versetzen könnten, die Rotation der Erde unmittelbar wahrnehmen, und dasselbe gilt von dem Flüssigkeitszustande der Erde, wenn damals schon ein menschliches Auge hätte beobachten können. Das Denken folgert aber aus den Thatsachen auch noch Andres, was schlechthin nicht Gegenstand einer Wahrnehmung werden kann. Hierher gehören schon die als materielle Punkte gedachten Atome und deren anziehende und abstossende Kräfte, aus denen sich die Physik die Körper zusammensetzt. Wenn aber allgemeiner das prüfende Denken findet, dass alle sinnlichen Wahrnehmungen uns nur Eigenschaften der Dinge offenbaren, die diese in Beziehung auf unsre Sinnesorgane haben, dass wiederum die Erregungen unsrer Sinne und Sinnesnerven für uns nur da sind, sofern sie uns als Empfindungen zum Bewusstseyn kommen, also innerlich wahrgenommen werden, dass endlich alles was wir innerlich wahrnehmen wiederum nur Eigenschaften unsres Selbst sind, dieses Selbst aber ebensowenig in die Wahrnehmung tritt wie die Dinge an sich selbst, gleichwohl aber doch diese, wie jenes Selbst, nothwendig vorausgesetzt werden müssen, — so zeigt sich hier die tief eingreifende Abhängigkeit des Erkennens vom Denken, und bildet sich ein idealerer Begriff von der Erkenntniss aus, als der anfängliche war. Denn es genügt uns nun nicht mehr, dass unsere Begriffe, Urtheile und Schlüsse mit den Thatsachen der äusseren und inneren Wahrnehmung übereinstimmen, sondern wir fordern jetzt auch Begriffe und Sätze, die uns das offenbaren sollen, was jenen Wahrnehmungen als wahrhaft Seyendes zu Grunde liegt und von dem dieselben nur noch als Aeusserungen seines Daseyns betrachtet werden können. So bildet sich wenigstens die Idee einer speculativen, metaphysischen, über die gegebenen Thatsachen der Wahrnehmung hinausführenden Erkenntniss, die, wenn sie überhaupt erreichbar ist, einzig und allein durch ein von jenen Thatsachen zwar auslaufendes, aber sie weit überschreitendes Denken möglich seyn kann. — Hieraus erhellt nun genugsam, dass ohne Denken es weder eine empirische noch eine mathematische, noch eine speculative Erkenntniss giebt. Aehnliches lässt sich von der ästhetischen und sittlichen Erkenntniss behaupten. Denn auch da kann nur das Denken dasjenige schärfer bestimmen, was als Schönes oder Gutes Anspruch auf unbedingte Anerkennung seines Werthes hat.

§ 2.

Das Denken kann in doppelter Beziehung Gegenstand einer wissenschaftlichen Untersuchung werden: einmal nämlich, sofern es eine Thätigkeit des Geistes ist, nach deren Bedingungen und Gesetzen geforscht werden kann; sodann aber, sofern es das Werkzeug zur Erwerbung mittelbarer Erkenntniss, das nicht nur einen richtigen, sondern auch einen fehlerhaften Gebrauch zulässt, im ersteren Falle zu wahren, im anderen zu falschen Ergebnissen führt. Es giebt daher sowohl Naturgesetze des Denkens als Normalgesetze für dasselbe, Vorschriften (Normen), nach denen es sich zu richten hat, um zu wahren Ergebnissen zu führen. Die Erforschung der Naturgesetze des Denkens ist eine Aufgabe der Psychologie, die Feststellung seiner Normalgesetze aber die Aufgabe der Logik.

Unter Normalgesetzen sind nicht die Gesetze eines gewissen Normalzustandes zu verstehen, denen abnorme Zustände als Ausnahmen von der Regel gegenübergestellt werden, wie etwa leibliche und geistige Krankheit. Denn wenn auch das natürliche Denken in der Regel richtig und nur ausnahmsweise falsch seyn sollte, so wären solche Gesetze doch immer nur wieder Naturgesetze; nur dass der Begriff derselben zu eng gefasst wäre, da ja auch die abnormen Bildungen und Thätigkeiten nach natürlichen Gesetzen vor sich gehen. Vielmehr gleichwie bürgerliche Gesetze Gebote und Verbote über Thun und Lassen, Sittengesetze Vorschriften für das Wollen und in diesem Sinne Normen sind, die dem Wollen und Handeln zum Regulativ dienen sollen, so sind die logischen Normalgesetze als Vorschriften für das Denken anzusehen, die dieses zu befolgen hat, um richtig zu seyn und zu wahren Erkenntnissen zu führen. Worauf diese Richtigkeit beruht, wird die Folge zeigen. Normalgesetze reguliren eine Thätigkeit immer einem gewissen Zwecke gemäss, mag dieser nun ein an sich löblicher seyn, absoluten Werth haben, wie das Gute, oder, wie das Nützliche oder Angenehme, nur einen relativen. Der Zweck der logischen Normalgesetze ist die Wahrheit des dadurch zu Erkennenden, die absoluten Werth hat.

§ 3.

Die logischen Normalgesetze des Denkens können nicht durch blosse Beobachtung desselben aufgefunden werden, denn daraus würde sich nicht entscheiden lassen, ob die Art und Weise, wie wir zu denken pflegen, auch die richtige ist, sondern sie müssen selbst wieder durch Denken begründet und hierdurch als

solche nachgewiesen werden, die nicht anders seyn können als sie sind, als nothwendige. In der durchgängigen Uebereinstimmung dieses begründenden Denkens mit den durch dasselbe begründeten Gesetzen liegt die Bürgschaft für die Wahrheit des ersteren sowohl als des letzteren. Hiernach ist nun die Logik keine blosse Beschreibung und Zergliederung des Denkens, keine bloss descriptive, sondern eine demonstrative Wissenschaft. Sie kann und will zwar das Denken nicht erst erzeugen, sondern muss voraussetzen, dass es bereits thatsächlich vorhanden ist, aber ihre Hauptaufgabe ist, das richtige Denken von dem falschen zu unterscheiden.

1. Hieraus erhellt, dass die Logik sich weder blos damit beschäftigt, die Gesetze, nach denen wir durchschnittlich zu denken pflegen, zum Bewusstseyn zu bringen, noch dass sie dem Denken willkürliche, aus der Luft gegriffene Vorschriften ertheilt. Sie muss allerdings von der Betrachtung des Denkens, wie es ist, ausgehen, aber dieses zugleich hinsichtlich seiner Giltigkeit der Kritik unterwerfen und das Giltige als ein Nothwendiges nachzuweisen suchen. Es ist daher unvermeidlich, dass die Logik zur Begründung der Normalgesetze des Denkens sich des Denkens selbst bedient und damit Gefahr läuft, wenn dieses Denken falsch ist, auch falsche Gesetze zu erhalten. Dagegen giebt es nun kein anderes Verwahrungsmittel als das, dieses begründende Denken selbst (also die Erklärungen, Eintheilungen, Grundsätze, Beweise u. s. w., deren sich die Logik zur Begründung ihrer Vorschriften bedient) mit den dadurch erhaltenen Denkregeln zu vergleichen, und zu prüfen, ob Eins mit dem Anderen in Uebereinstimmung ist oder nicht. Ist diese Uebereinstimmung eine durchgängige, so lässt sich an der Wahrheit der erhaltenen Resultate nicht zweifeln; denn es giebt überhaupt kein anderes Kennzeichen der logischen Wahrheit als diese durchgängige Uebereinstimmung. Dass, wie im Rechnen, so auch im Denken sich manche Fehler compensiren können, muss allerdings zugestanden werden. Hieraus folgt jedoch nur, dass durch unrichtiges Denken zuweilen auch richtige Resultate erhalten werden können. Dann wird aber die Vergleichung jenes Denkens mit den gefundenen (richtigen) Denkregeln, denen es (als unrichtiges) nicht entsprechen kann, den Widerstreit nachweisen und zur Verbesserung führen. Dass durch richtiges Denken unrichtige Resultate gewonnen werden könnten, ist ein ungereimter Gedanke. Aber auch der, dass durch unrichtiges Denken unrichtige Resultate könnten erhalten werden, mit welchen das sie begründende Denken in durchgängiger Uebereinstimmung sich befände, ist ein leerer Gedanke. Denn solche Uebereinstimmung gäbe eben den Beweis der Richtigkeit.

2. Wenn die Logik eine demonstrative Wissenschaft ist, so werden in ihr, wie in der Mathematik, Grundsätze und Folgesätze zu unterscheiden

seyn, von denen jene unmittelbare Evidenz haben, diese durch jene erst gewiss werden. Die logischen Denkgesetze werden daher theils ursprüngliche, theils abgeleitete seyn. Ein rein synthetischer Aufbau der Logik nach dem Vorbild der Mathematik wäre indess nicht angemessen, ja kaum ausführbar. Denn das Denken ist keine so durchsichtige und wohlbekannte Thatsache, wie dies die mathematischen Grundanschauungen sind. Eine vorläufige Zergliederung des Denkens, wenn auch nur nach seinen Hauptformen, ist daher für die Logik ein unabweisliches Bedürfniss.

§ 4.

Jedes Denken ist im Allgemeinen ein Zusammenfassen eines Vielen und Mannigfaltigen in eine Einheit. Das was zusammengefasst wird sind aber nicht wirkliche Gegenstände, sondern Vorstellungen, und auch diese nicht, sofern sie (subjectiv) unsre Vorstellungen, Producte unsrer Geistesthätigkeit sind, sondern (objectiv) hinsichtlich dessen, was in ihnen vorgestellt wird, das Gedachte. Aber auch nicht jede Zusammenfassung eines mannigfaltigen Gedachten ist ein Denken, sondern nur eine solche, welche sich als eine der Beschaffenheit und den gegebenen Verhältnissen des Gedachten angemessene nachweisen lässt. Diese Nachweisung ist nun zwar selbst wieder nur durch Denken möglich und daher durch die logischen Denkgesetze bedingt, aber es stellt sich doch dabei heraus, dass diese Gesetze nur von der Beschaffenheit und den Verhältnissen des Gedachten, Vorgestellten, nicht von solchen des denkenden, vorstellenden Subjects abhängen können.

Dass das Denken es nur mit Vorstellungen zu thun hat, unterscheidet es von dem Erkennen im engeren und eigentlichen Sinne, das auf Dinge, auf reale Objecte geht und Vorstellungen zu erwerben strebt, die den Beschaffenheiten und Verhältnissen dieser Objecte entsprechen. Im weiteren Sinne pflegt man indess allerdings unter Erkenntniss auch solches Wissen zu verstehen, das blos ein Resultat des Denkens ist und zu seinem Inhalt einen blossen Gedankenzusammenhang hat, wie man dies von der rein mathematischen Erkenntniss sagen kann. — Dass ferner in unsern Begriffen Merkmale, in den Urtheilen Begriffe, in den Schlüssen Urtheile zusammengefasst werden, lässt sich, obgleich es im Folgenden genauer erörtert werden wird, doch als vorläufig bekannt voraussetzen und dadurch die obige Erklärung des Denkens erläutern. Weder aber die unwillkürlichen Associationen, welche gleichzeitig oder in unmittelbarer Aufeinanderfolge im Bewusstseyn zusammentreffende Vorstellungen eingehen, noch die willkürlichen Vorstellungscombinationen eines ungebun-

denen Phantasiespiels sind Denkverbindungen; denn weder diese noch jene nehmen Rücksicht darauf, ob das mannigfache Vorgestellte zusammenpasst oder nicht, ob die Verbindung einen „vernünftigen Sinn" hat oder ungereimt ist. — Unter „Zusammenfassung" ist übrigens hier nicht blos an Verknüpfung, sondern auch an Trennung des Vorgestellten zu denken. Denn auch bei dieser, z. B. der Unterscheidung des Aehnlichen, kommt das, dessen Einerleiheit mit einem andern verneint wird, doch in Vergleichung mit ihm, wird in ein Verhältniss zu ihm gestellt, also mit ihm zusammen gedacht.

§ 5.

Das Viele und Mannigfaltige, welches das Denken in eine Einheit zusammenfasst, heisst die Materie des Denkens, die Art und Weise der Zusammenfassung desselben seine Form. Die Form des Denkens kann zwar nicht unabhängig von der Materie überhaupt, wohl aber unabhängig von irgend einer bestimmten Materie betrachtet werden. Sie ist dann das allem in materieller Hinsicht verschiedenartigen Denken Gemeinsame. Die Bestimmung der von der Besonderheit des materiellen Inhaltes unabhängigen Formen des richtigen Denkens ist nun die Aufgabe der Logik, die deshalb allgemeine und formale Wissenschaft ist.

Materie und Form sind zusammengehörige oder Beziehungsbegriffe, von denen keiner ohne den anderen gedacht werden kann. Weder eine formlose Materie (sey es des Denkens oder der Körper) noch eine inhaltsleere Form ist streng genommen denkbar. Das Chaos mag man sich als Masse oder Dunst ohne alle regelmässige Gestaltung vorstellen, aber irgend eine Form muss man ihm doch leihen, wenn auch nur eine zufällige und vorübergehende. Andererseits sind aber auch sogenannte reine Formen, nicht einmal als anschauliche, vorstellbar. Selbst die geometrischen Figuren, wie sie in ihrer Idealität gedacht werden sollen, verlangen einen von ihren Contouren oder Flächeninhalt materiell (durch Färbung) unterscheidbaren Untergrund. Die Sonderung von Materie und Form lässt sich nicht weiter treiben, als dass man eines von beiden von der Besonderheit, Bestimmtheit des anderen unabhängig denkt. Man denkt sich z. B. den Kreis als reine Form, wenn man an das denkt, was dem weissen Kreis auf schwarzem Grunde mit dem schwarzen, gelben, rothen Kreis u. s. f. auf weissem, grünem, blauem Grunde u. s. w. gemeinsam ist. Man denkt sich eine Farbe, z. B. Roth, als reine Materie, wenn man an das denkt, was das rothe Dreieck mit dem rothen Viereck, Fünfeck, Vieleck, dem rothen Kreis, der rothen Ellipse oder irgend einer regelmässigen oder unregelmässigen Figur gemein hat. So nun können auch die reinen Formen des Denkens nicht anders gedacht werden, als indem man den Inhalt derselben, der nie ganz fehlen kann, unbestimmt lässt und nur auf das achtet,

was bei aller Verschiedenheit des Inhalts sich gleichbleibt, dem materiell verschiedenen Inhalte also gemeinsam ist.

§ 6.

Hieraus folgt, dass das richtige oder logische Denken die Erwerbung wahrer Erkenntnisse nur in formaler Hinsicht zu fördern vermag. Die Anwendung richtiger Formen des Denkens auf irgend welche gegebene Materie giebt immer formal wahre Resultate, die aber deshalb doch in materieller Hinsicht falsch seyn können. Die Beurtheilung der materialen Wahrheit des dem Denken Gegebenen liegt ausserhalb des Bereichs der Logik, die nur dafür einstehen kann, dass, wenn das Gegebene materiell wahr ist, auch das nach ihren Gesetzen daraus Abgeleitete es seyn muss. Indess kann doch das richtige Denken wesentlich dazu beitragen, materiell Falsches zu enthüllen. Denn wenn aus einer für wahr gehaltenen Voraussetzung durch richtiges Denken Folgen abgeleitet werden, die mit unumstösslichen Thatsachen in Widerspruch stehen, so kann die Voraussetzung nicht wahr seyn.

1. Zur Erläuterung des Unterschiedes zwischen formaler und materialer Wahrheit mag folgendes Beispiel dienen. Aus den beiden Sätzen: alle A sind B; alle B sind C; folgt mit absoluter Gewissheit der Satz: alle A sind C. Daher folgt auch aus den beiden Sätzen: alle Sternschnuppen sind Lufterscheinungen; alle Lufterscheinungen sind atmosphärischen Ursprungs; der Satz: alle Sternschnuppen sind atmosphärischen Ursprungs; mit völliger formaler Gewissheit. Er ist aber materiell falsch, weil es die Sätze sind, aus denen hier gefolgert wird.

2. Ein Beispiel, an dem sich der letzte Satz des Paragraphs bewährt, giebt unter andern die Geschichte der Chemie. Stahl lehrte, dass aus dem verbrennenden Körper ein feiner Stoff, das Phlogiston entweiche. Hieraus folgte, dass, selbst wenn dieser Stoff imponderabel wäre, das Verbrennungsproduct nicht schwerer seyn könne als der Körper, aus dem es durch die Verbrennung entstanden, dass es aber, wenn das Phlogiston ponderabel wäre, leichter seyn müsste. Nun fand aber Lavoisier, dass bei der Verbrennung (Verkalkung) der Metalle die zurückbleibenden Metallkalke schwerer sind als die Metalle vor der Verkalkung. Der richtig gefolgerte Satz erwies sich also als materiell falsch, und mit ihm fiel seine Voraussetzung.

3. Bei der Anwendung unsers Denkens auf die Erforschung der Gesetze, unter denen die veränderlichen Phänomene der Natur und unsres eignen Geistes stehen, liegt noch stillschweigend die Voraussetzung zu Grunde, dass die formalen Gesetze unsres Denkens nicht blos subjective, sondern auch ob-

jective Giltigkeit haben, dass jede logisch nothwendige Folge einer Thatsache nicht blos für unser Denken, sondern auch für die Natur der Dinge Bedeutung hat, dass das ihr Entsprechende auch in der Wirklichkeit seyn oder geschehen muss. Diesen Satz nach seiner ganzen Allgemeinheit aus dem Verhältniss zwischen Denken und Seyn zu deduciren, ist eine Hauptaufgabe der Metaphysik. Die exacte Forschung begnügt sich damit, ihn hypothetisch anzunehmen, und findet in der Entdeckung jedes neuen Naturgesetzes eine Bestätigung dieser Voraussetzung. In der That zeigt jedes durch die Erfahrung bestätigte Resultat unseres Denkens, dass unsere Denkgesetze auch für die Wirklichkeit der Dinge Giltigkeit haben, dass unser logischer Gedankenzusammenhang auch mit dem wirklichen Zusammenhang der Dinge in einer einstimmigen Beziehung steht. Was wir den inneren Zusammenhang der Dinge nennen, ist zwar nicht blos ein solcher, den wir ihnen andichten, sondern ein wirklicher, den wir aber nur durch Denken zu erkennen vermögen.

4. Wenn schon aus § 3 hervorgeht, dass die logische oder formale Wahrheit, kurz gefasst, nur in der Einstimmung unsres Denkens mit sich selbst besteht, so weisen andrerseits die in der Anmerkung zu § 1 gegebenen Andeutungen darauf hin, dass die materiale Wahrheit unsrer Erkenntniss nach einem doppelten Massstab gemessen werden kann. Man kann hier nämlich noch phänomenologische und reale Wahrheit unterscheiden: die erstere findet statt, wenn unsre Erkenntniss von Voraussetzungen ausgeht, die, wie sie auch immer gefunden seyn mögen, in ihren Folgen mit thatsächlich gegebenen Erscheinungen zusammentreffen, ohne dass jene Voraussetzungen beanspruchen, für den Ausdruck eines wirklichen Seyns oder Geschehens gelten zu wollen. In diesem Sinne nennt Newton sogar die von ihm entdeckte Gravitation der Himmelskörper ein blosses *phaenomenon*, und in demselben Sinne wird man heutzutage den zur Erklärung der Licht- und Farbenerscheinungen angenommenen Aether ebenfalls als ein blosses *phaenomenon* bezeichnen dürfen. Dagegen wollen die Ideen Plato's, die Entelechien des Aristoteles, die Substanz Spinoza's, die Monaden Leibniz's allerdings für mehr als blosse Annahmen, für begriffliche Ausdrücke dessen gelten, was wahrhaft ist, des Realen. Reale Wahrheit wird daher unsrer Erkenntniss nur dann zukommen, wenn wir uns versichert halten dürfen, dass der Inhalt derselben dem, was unabhängig von unserem Denken wirklich ist und geschieht, vollkommen entspricht.

§ 7.

Die Logik ist daher zunächst nur ein Kanon für das Denken, dem dieses in seinen Formen entsprechen muss, um in sich wahr zu seyn; sie giebt durch diesen Kanon das Mittel zur Kritik des Denkens und hat die Bestimmung, dasselbe einer Disciplin zu unterwerfen. Zugleich wird sie zum Organon der mittelbaren Erkenntniss.

Die Logik ist kein Organon des Denkens, sondern nur ein Regulativ für dasselbe, wohl aber ein Werkzeug des mittelbaren Erkennens. Was die Mathematik speciell für die Naturerkenntniss, das ist die Logik, ohne die selbst die Mathematik nicht möglich wäre, für jede Art der Erkenntniss.

Der Nutzen der Logik als Wissenschaft ist bezweifelt und bespöttelt worden. Zwar eine gewisse praktische Logik lässt Jedermann gelten, denn Richtigkeit des Denkens ist unentbehrlich. Aber man meint häufig, diese sey nur Sache des gesunden natürlichen Verstandes und vervollkommne sich durch die Denkübungen, welche Sprachwissenschaft, Mathematik und Naturwissenschaft gewähren, von selbst. Gewiss sind diese Beschäftigungen für die Ausbildung des Denkens von dem grössten, durch Nichts zu ersetzenden Nutzen, und ebenso gewiss erwerben unzählig Viele die Fertigkeit richtig zu denken nur auf diesem Wege, wie man ja auch Sprachen nur durch den Umgang ohne Studium der Grammatik erlernen kann. Aber wie nur der einer Sprache vollkommen mächtig ist, der ihre allgemeinen Gesetze sich zum Bewusstseyn gebracht hat, ebenso verhält es sich auch mit dem Denken. Dies tritt um so stärker hervor, je abhängiger die Erkenntniss von dem Denken ist. In den empirischen Wissenschaften machen häufig die Thatsachen die Fehler des Denkens bemerklich, in der Mathematik leistet die Anschauung etwas Aehnliches. In der Philosophie dagegen und den mit ihr in engerem Zusammenhange stehenden Wissenschaften liegt bei weitem die grösste Bürgschaft für die Wahrheit der Erkenntniss in der Richtigkeit des Denkens. Darum sind hier Denkfehler von unermesslichen Folgen; Vernachlässigung der Logik führt dann zu einer Liederlichkeit, welche die ganze Wissenschaft aufhebt. Dass auch die tiefsten philosophischen Denker durch logische Fehler zu grossen Irrthümern verleitet worden sind, dafür giebt die Geschichte der Philosophie unzählige Belege. Die wahren Meister in der Philosophie haben jedoch die Logik stets in hohen Ehren gehalten; durch ihre Verachtung charakterisirt sich nur der philosophische Dilettantismus, der geistreich zu seyn meint, wenn es ihm gelingt, alltägliche Gedanken oder unklare Begriffe in blumige Redensarten zu hüllen oder durch rhetorisch-poetische Emphase die Schwäche der Begründung seiner Ansichten zu verdecken. Als Beleg aber, dass nicht blos Philosophen der Schule, sondern auch solche, die zugleich als Welt- und Staatsmänner mit unbefangenem Blick das Verhältniss der Wissenschaft zum Leben zu überschauen vermochten, auf ein gründliches Studium der Logik das grösste Gewicht legten, mag es genügen auf Baco und Leibniz zu verweisen. Leibniz versäumt keine Gelegenheit, die Wichtigkeit der Logik hervorzuheben und ihr Studium zu empfehlen. Am ausführlichsten verbreitet er sich hierüber in dem Schreiben an G. Wagner „vom Nutzen der Vernunftkunst oder Logik“ (*opera philos. ed. Erdmann, p.* 418). Von Baco mag hier die schöne Stelle im ersten Capitel des fünften Buchs seines Werkes *de dignitate et augmentis scientiarum* einen Platz finden. Er sagt daselbst: *Pars ista humanae philosophiae, quae ad logicam spectat, ingeniorum plurimorum gustui ac palato minus grata est, et nihil aliud videtur quam spinosae sub-*

tilitatis laqueus et tendicula. Nam sicut vere dicitur, scientiam esse animi pabulum, ita in hoc pabulo appetendo et deligendo plerique palatum nacti sunt Israelitarum simile in deserto, quos cupido incessit redeundi ad ollas carnium, mannae autem fastidium cepit, quae, licet cibus fuerit caelestis, minus tamen sentiebatur almus et sapidus. Eodem modo ut plurimum illae scientiae placent, quae habent infusionem nonnullam carnium magis esculentam, quales sunt historia civilis, mores, prudentia politica, circa quas hominum cupiditates, laudes, fortunae vertuntur et occupatae sunt; at istud lumen siccum plurimorum mollia et madida ingenia offendit ac torret. Caeterum unamquamque rem propria si placet dignitate metiri, rationales scientiae reliquarum omnino claves sunt; atque quemadmodum manus instrumentum instrumentorum, anima forma formarum, ita et illae artes artium ponendae sunt. Neque solum dirigunt, sed et roborant; sicut sagittandi usus et habitus non tantum facit, ut melius quis collimet, sed ut arcum tendat fortiorem. — Freilich macht das blosse Studium der Gesetze der Logik allein Niemand zum scharfen und gewandten Denker, sondern erst die Uebung und Anwendung der logischen Vorschriften. Wie aber der, welcher über den Umfang seiner Pflichten klare Begriffe besitzt, die grössere Befähigung hat, sie gewissenhaft und streng zu erfüllen als ein Anderer, der nur dunkeln Gefühlen über sie nachgeht, so wird auch der, dem die Vorschriften und Warnungen der Logik stets vor Augen schweben, vor Denkfehlern gesicherter seyn als der blosse Naturalist im Denken.

§ 8.

Sofern das Denken an den Vorstellungen nur das betrachtet, was in ihnen vorgestellt wird, das Vorgestellte, und absieht von allen subjectiven Bedingungen des Vorstellens (§ 4), bildet es Begriffe. Begriffe lassen sich demnach nur durch die Beschaffenheit des in ihnen Gedachten unterscheiden, und eine und dieselbe Beschaffenheit, wiederholt vorgestellt, kann nur für einen und denselben Begriff gelten. Es giebt also nicht mehr als Einen Begriff von derselben Qualität. Formen kommen den Begriffen in so weit zu, als die in ihnen vorgestellten Beschaffenheiten ein vereinigtes Mannigfaltiges sind, an dem sich, ohne auf die Besonderheit des Einzelnen einzugehen, gewisse allgemeine Verhältnisse unterscheiden lassen.

Die sprachliche Bezeichnung des Begriffs ist der Name (*nomen*). Man pflegt zwar diesen als die Bezeichnung der Sache, des realen Objects der Vorstellung (wenn diese ein solches hat!) anzusehen; aber das im Begriff Vorgestellte ist eben nichts Andres als die bekannt gewordene Sache (*res nota*), und Sachliches und Sachverhältnisse lassen sich nur durch Begriffe

darstellen, weil diese alles blos Subjective ausschliessen. Der Name ist bei der Begriffsbestimmung massgebend, wenn ihm eine durch den allgemeinen Sprachgebrauch festgestellte Bedeutung zukommt. Denn er bezeichnet dann die Aufgabe, welche die Begriffsbestimmung zu lösen hat. Wird dagegen der Begriff erst durch Denken gebildet, ist er ein erdachter, nicht ein durch seine Benennung gegebener, so ist der Name gleichgiltig und kann willkürlich gewählt werden.

§ 9.

Sowohl das in den Begriffen vereinigte Mannigfaltige und seine Verhältnisse, als auch die Verhältnisse der Begriffe zu einander zum Bewusstseyn zu bringen, ist die Aufgabe der Urtheile. Sie sagen theils aus, welche Theilbegriffe (Ur-Theile) ein Begriff enthält, oder in Vergleich mit einem andern nicht enthält, wodurch sich also der eine von dem andern unterscheidet, theils lehren sie den Zusammenhang der Begriffe erkennen, indem sie darlegen, dass mit dem Denken eines Begriffs das Mitdenken gewisser andrer nothwendig verbunden, wieder andrer nicht verbunden ist. Urtheile sind daher Formen der Verknüpfung oder Trennung der Begriffe, durch welche uns die Verhältnisse derselben zu ihren Theilen und zu einander zum Bewusstseyn kommen.

Dass alle Erkenntniss, selbst die unmittelbare, sich in Urtheilen ausspricht, ist schon zuvor (Anmerk. zu § 1) bemerkt worden. Darauf aber die Definition des Urtheils zu gründen und zu sagen: „das Urtheil ist die Erkenntniss eines Gegenstandes durch Begriffe“, ist unstatthaft. Denn das Urtheil ist eine Denkform, ohne welche zwar Erkenntniss von Gegenständen nicht möglich ist, die aber, unabhängig von realen Objecten, innerhalb des blos Vorgestellten ihre ursprüngliche Bedeutung hat. Alles Denken als solches, und somit auch das Urtheilen, geht über das blos Vorgestellte nicht hinaus.

§ 10.

Die Verknüpfung oder Trennung der Begriffe im Urtheil ist eine unmittelbare, unvermittelte. Sie ist richtig oder giltig, wenn die Form derselben den Verhältnissen der verknüpften oder getrennten Begriffe zu einander entspricht, sich nach ihnen richtet. Ob dies statt findet oder nicht, lässt sich aber entweder unmittelbar oder nur mittelbar erkennen. In dem letzteren Falle bedarf es einer Ableitung des Urtheils aus einem oder mehreren andern Urtheilen, deren Giltigkeit sich unmittelbar erkennen lässt.

Durch diese wird es dann begründet und als eine Folge derselben nachgewiesen. Ein Urtheil aus einem andern ableiten heisst folgern, es aus mehreren ableiten schliessen. Aus einem Urtheil kann nur ein solches andre folgen, das dieselben Begriffe in andrer Form verknüpft oder trennt. Dagegen lässt sich vorläufig wenigstens im allgemeinen die Möglichkeit übersehen, dass, wenn in zwei Urtheilen das Verhältniss zweier Begriffe zu einem und demselben dritten Begriff ausgedrückt ist, mittels dieses beiden Urtheilen gemeinsamen Begriffs das Verhältniss der beiden andern Begriffe zu einander, und damit ein drittes Urtheil gegeben seyn kann, welches jene Begriffe verknüpft oder trennt. Dieses Zusammenfassen (Zusammenschliessen) der in gesonderten Urtheilen enthaltenen Begriffe in ein neues Urtheil heisst Schliessen, die daraus entstehende Denkform der Schluss. Die Schlüsse können daher ebensowohl als die Formen der mittelbaren Verknüpfung und Trennung von Begriffen, wie als die Formen der mittelbaren Begründung von Urtheilen erklärt werden.

§ 11.

Begriffe, Urtheile, Folgerungen und Schlüsse sind die Elementarformen, in die jedes Denken sich auflösen lässt. Das Denken kann aber von ihnen einen doppelten Gebrauch machen, einen vereinzelten (rhapsodischen) und einen zusammenhängenden (methodischen). Das Letztere muss geschehen in der Wissenschaft, welche die Mannigfaltigkeit der über einen gegebenen Gegenstand gewonnenen unmittelbaren oder mittelbaren Erkenntnisse in einer höheren Einheit zu einem in allen seinen Theilen einstimmigen, vollständigen und geordneten Ganzen zu verknüpfen strebt. Eine solche höhere Einheit von Erkenntnissen heisst ein System, und die sie vermittelnden Formen des methodischen Denkens heissen systematische Formen. Ein jedes System setzt aber die dazu erforderlichen Erkenntnisse als bereits erworbene voraus, die systematischen Formen können daher nur dazu dienen, sie in einen geordneten Zusammenhang zu bringen. Da jedoch mittelbare Erkenntnisse nur durch Denken gewonnen werden, so kann dieses als methodisches auch darauf ausgehen, die zu einem System erforderlichen Erkenntnisse zu erwerben und aus dem Gegebenen

Gesuchtes zu finden. Die auf diese Erweiterung des Wissens sich beziehenden Formen des methodischen Denkens können heuristische genannt werden.

Hiernach handelt also die Logik in zwei Haupttheilen von den elementaren und den methodischen Formen des Denkens. Der erste entwickelt der Reihe nach die Formen der Begriffe, Urtheile, Folgerungen und Schlüsse, der zweite die systematischen und die heuristischen Formen des methodischen Denkens.

ERSTER THEIL.

Von den elementaren Formen des Denkens.

Erster Abschnitt.

Von den Formen der Begriffe.

§ 12.

Wenn nach § 8 jedes Vorgestellte, Gedachte ein Begriff heisst, Formen aber den Begriffen nur zukommen, sofern sie ein Mannigfaltiges, also unterscheidbare Theile enthalten, so müssen auch diese Theile selbst wieder als Begriffe anerkannt werden. Hierbei kann aber zwischen dem Ganzen und seinen Theilen ein doppeltes Verhältniss statt finden. Es sind nämlich entweder die Theile durch das Ganze gegeben, oder das Ganze ist gegeben durch die Theile; es setzen also entweder die Theile das Ganze voraus, oder das Ganze hat zu seiner Voraussetzung die Theile. Hierin offenbart sich eine doppelte Weise der Setzung des Gedachten. Im ersten Falle nämlich wird im Denken das Ganze als ein Selbständiges, jeder Theil aber als ein von der Setzung des Ganzen Abhängiges gesetzt, im zweiten Falle umgekehrt jeder Theil als ein Selbständiges und das Ganze als das von der Setzung der Theile Abhängige. Auch die Verbindung der Theile im Ganzen ist eine zweifache. Im ersten Falle sind die Theile ursprünglich im Ganzen vereinigt und werden erst durch das Denken gesondert gesetzt; im zweiten Falle können sie auch gesondert gedacht werden, durch das Denken aber werden sie, ohne Aufhebung ihrer Selbständigkeit, verbunden, zusammengesetzt.

§ 13.

Was wir als ein Selbständiges denken, nennen wir ein Object, seinen Begriff daher einen Objectsbegriff, oder einen Begriff *(notio)* im engeren Sinne; das, was in ihm gedacht wird, seine Beschaffenheit *(qualitas)*, die unterscheidbaren, an sich unselbständigen Theile derselben Merkmale *(notae)*. Begriffe dagegen, in denen das, was gedacht wird, die Art und Weise der Zusammensetzung (die Form der Verbindung) anderer selbständiger Begriffe ist, heissen Beziehungsbegriffe *(relationes)*, die selbständigen Theile derselben die Glieder oder Elemente der Beziehung.

Es ist hier nicht von Erkenntniss realer Objecte, ihrer Beschaffenheiten und Beziehungen die Rede, sondern nur vom Denken von Objecten überhaupt. Wenn wir etwas als seyend (existirend), als ein Ding, Wesen, als einen wirklichen Gegenstand anerkennen, so denken wir es allerdings als ein Selbständiges, als ein auch unabhängig von unserm Denken und Wahrnehmen Vorhandenes; aber diese Anerkennung hat hier ein zwingendes Motiv, das bei den sinnlichen Dingen in der Thatsache der Empfindung liegt. Das blosse Denken eines Seyenden ist aber noch nicht diese Anerkennung, sondern eben nur Setzung, ohne Nöthigung dazu. Objecte im logischen Sinne sind daher nicht blos die Gegenstände der Erfahrung, wie Menschen und Thiere, Pflanzen und Steine, Himmel und Erde, oder die der sogenannten reinen Anschauung, wie geometrische Figuren, Zahlen, Zeitlängen, oder solche, an deren Daseyn wir glauben, wie Gott, Engel, Seelen der Abgeschiedenen, oder solche, auf welche die philosophische Speculation geführt hat, wie Urstoffe, Atome, Monaden; sondern auch die blossen Geschöpfe unsrer Phantasie, Götter, Halbgötter, Fabelwesen jeder Art, wie abenteuerlich und ungereimt sie auch der wirklichen Erfahrung gegenüber erscheinen mögen. Nicht genug! Das Denken wandelt auch häufig Beschaffenheitsbestimmungen und Beziehungen, wenn es dieselben an und für sich betrachten will, in Objectsbegriffe um. Die Sprache verräth dies, wenn sie aus Adjectiven, z. B. hart, klug, gut, die Substantiva Härte, Güte, Klugheit, oder aus nah und fern, langsam und schnell, Nähe und Ferne, Langsamkeit und Schnelligkeit bildet. Mit einem Worte: die Objecte der Logik sind an sich nichts mehr als Gedankendinge, denen zwar reale Objecte entsprechen können, aber nicht müssen. Die Fabelwesen der Mythologie lassen sich so gut wie Naturkörper definiren, classificiren, vergleichen, sie haben eben so gut wie diese eigenthümliche Merkmale und abgeleitete Eigenschaften u. s. f. Der Mathematiker kann durch Schlüsse die Gestalt der Bahnen bestimmen, welche die Planeten beschreiben müssten, wenn die Sonne sie im umgekehrten cubischen Verhältniss der Entfernungen anzöge, obgleich es eine solche Anziehung nicht giebt, ja er kann sogar (wie Lobatschewski in Crelle's Journal XVII, 295) die Consequenzen der Voraus-

setzung eines ebenen Dreiecks, in dem die Winkelsumme weniger als zwei Rechte beträgt, untersuchen, obgleich ein solches Dreieck nur imaginär ist. Hiernach versteht es sich von selbst, dass wo im Folgenden von Objecten die Rede ist, immer nur vorgestellte gemeint sind, gleichviel ob dem Vorgestellten eine reelle oder blos imaginäre Bedeutung zukommt.

§ 14.

Wenn zwischen einer Mehrheit von Objecten constante Beziehungen statt finden, so entsteht der Begriff eines aus selbständigen Theilen zusammengesetzten Ganzen, das wir bald als ein zusammengesetztes Object *(compositum)*, bald als ein System von Objecten bezeichnen. Die Theile eines solchen Ganzen heissen seine Bestandtheile *(partes integrantes)*. Man kann die Begriffe der Bestandtheile als Theilbegriffe von den Begriffstheilen, welche Merkmale heissen, unterscheiden. Im Uebrigen leuchtet ein, dass die Beschaffenheitsbestimmung eines zusammengesetzten Objects nicht bei der Angabe seiner Bestandtheile stehen bleiben kann, sondern weiter auf die Merkmale derselben zurückgehen muss, und dass also diese als die letzten Elemente aller Beschaffenheitsbestimmungen anzusehen sind.

Wir unterscheiden z. B. an dem Ganzen, das wir einen Baum nennen, Wurzel, Stamm, Aeste, Zweige, Blätter u. s. w. als Theile desselben, am menschlichen Körper Haupt, Rumpf, Glieder, an dem Centauren den männlichen Oberkörper und Brust, Leib und Füsse eines Pferdes; wir sprechen von einem Sonnen- oder Planetensystem, einem System des Jupiter und Saturn mit ihren Trabanten, zerlegen den thierischen Organismus in ein Knochen-, Muskel-, Gefäss-, Nerven-System u. s. w. Die Ehe ist ein Beziehungsbegriff, aber das Ehepaar ein zusammengesetzter Objectsbegriff, dessen Bestandtheile Mann und Weib sind. Aehnliches kann von den Begriffen der Familie, der Gemeinde, der moralischen Person u. dgl. gesagt werden. — Bestandtheile eines Objects sind freilich zugleich Kennzeichen desselben und insofern im weiteren Sinne Merkmale, aber wenn, wie im Vorhergehenden, die letzteren als an sich unselbständige Beschaffenheitsbestimmungen definirt werden, von ihnen doch zu unterscheiden. Merkmale im engeren und eigentlichen Sinne sind z. B. an einer Apfelsine die Beschaffenheitsbestimmungen rund, schwer, gelb, glatt, kühl, weich, wohlriechend; Bestandtheile derselben Schale, Fleisch, Kerne; Merkmale von Schale und Kernen der bittre, vom Fleisch der süsse Geschmack u. s. f. — Der Unterschied zwischen Merkmal und Bestandtheilen ist nicht darein zu setzen, dass jene Theile des Begriffs, diese dagegen Theile der Sache, des Objects selbst seyen. Auch diese Sache und ihre Bestandtheile sind nur

ein Vorgestelltes, wir gehen auch dabei über die Begriffe nicht hinaus, und auch diese Unterscheidung gilt gleichmässig für reale wie für blos imaginäre Objecte.

§ 15.

Die Zerlegung des Begriffs eines zusammengesetzten Objects in die Begriffe seiner Bestandtheile, also in Theilbegriffe, heisst Partition, diejenige eines Objectsbegriffs überhaupt in seine Merkmale Analysis. Die aus der näheren Erörterung der Verhältnisse der Merkmale zu einander und zu ihren Objecten sich ergebenden Begriffsformen können daher analytische heissen, wogegen alle diejenigen, welche aus der Zusammensetzung, also aus der Synthesis von Begriffen entspringen, die nicht blos den zusammengesetzten Objectsbegriffen (§ 14), sondern allgemeiner allen Beziehungsbegriffen (§ 13) zu Grunde liegt, synthetische Begriffsformen genannt werden mögen.

I. Analytische Begriffsformen.

§ 16.

Viele und mannigfaltige Objecte sind uns theils durch die Erfahrung theils durch die dichtende Phantasie gegeben. Zum Bewusstseyn zu bringen, wodurch sich ihre Begriffe unterscheiden, ist die erste Aufgabe des Denkens, welche dieses dadurch löst, dass es die Verschiedenheit der Objectsbegriffe auf die ihrer Merkmale zurückführt. Zu diesem Zwecke vergleicht es die Objecte, indem es untersucht, ob in der Vorstellung des einen Merkmale vorhanden sind, die auch in der des andern vorkommen, und die, da sie, bei einerlei Beschaffenheit des in ihnen Vorgestellten, ein und derselbe, nur wiederholt vorgestellte Begriff sind (§ 8), identische oder gemeinsame Merkmale (*notae communes*) heissen. Finden sich solche identische Merkmale in zwei oder mehreren Objecten, so werden diese durch sie vergleichbar; finden sich keine, so heissen die Objecte unvergleichbar oder disparat. Vergleichbare Objecte sind aber verschieden, vermöge ihrer nicht-identischen Merkmale, welche darum unterscheidende und jedem der Objecte eigenthümliche (*notae propriae*) heissen. Weil durch sie die verglichenen Objecte hinsichtlich ihrer Beschaffenheit getrennt werden, heissen diese Objecte nun auch disjuncte.

Kaum wird es der Beispiele bedürfen. Fichten, Tannen, Lärchen haben eine Menge gemeinsamer Merkmale neben andern ihnen eigenthümlichen; auch zwischen ihnen und den Eichen, Buchen, Birken u. s. w., ja selbst den Palmen fehlt es an gemeinsamen Merkmalen nicht, und so sind dies alles vergleichbare, aber disjuncte Objecte. Unvergleichbar dagegen sind sie alle mit dem Verstand oder Willen, der Zahl 4 oder dem Bruch $^1/_4$, wogegen wieder Verstand und Wille, 4 und $^1/_4$ sich vergleichen lassen.

§ 17.

Die einem Object eigenthümlichen Merkmale und die, welche es mit einem oder mehreren anderen gemein hat, sind in seinem Begriffe vereinigt. Beiderlei Arten von Merkmalen sind daher mit einander vereinbar. Dagegen schliesst jedes eigenthümliche Merkmal eines Objects von dessen Begriffe ein entsprechendes eigenthümliches Merkmal jedes vergleichbaren Objects aus. Solche sich entsprechende eigenthümliche oder unterscheidende Merkmale sind daher in einem und demselben Begriff unvereinbar. Da nun aber die Unterscheidung der gemeinsamen und eigenthümlichen Merkmale eines und desselben Objects nur durch die Vergleichung desselben mit einem andern entsteht, so hat sie, wenn diese Vergleichung wegfällt, also für den Begriff des Objects an und für sich, keine Bedeutung mehr. Gleichwohl aber müssen die Merkmale eines Objects auch ohne Vergleichung mit einem andern unterscheidbar sein. Aber diese Verschiedenheit lässt sich nicht weiter vermitteln, sie ist eine unmittelbare und absolute, die keine weitere Vergleichung zulässt. Die in einem und demselben Objectsbegriff vereinigten Merkmale heissen daher auch, wie unvergleichbare Objecte, disparate Merkmale. In ähnlicher Weise werden auch unvereinbare Merkmale, wie die Objectsbegriffe, die sie trennen, disjuncte genannt.

Ein und derselbe Körper oder Körpertheil kann rund, schwer, gelb, süss, wohlriechend, kühl u. s. w. seyn, aber nicht rund und eckig, schwer und leicht, süss und bitter u. s. w. Auf die Frage aber, wodurch sich rund, schwer, gelb, süss u. s. w. unterscheiden, lässt sich keine Antwort geben. Ihre Verschiedenheit ist eine unmittelbar gegebene Thatsache, bei der man stehen bleiben muss. Von solcher disparater Verschiedenheit sind nicht nur die Merkmale, die aus der äusseren und der inneren Wahrnehmung stammen, sondern auch die, welche durch die Empfindungen verschiedener Sinne gegeben sind; ja sie finden sich selbst noch innerhalb eines und desselben Sinnes, wie denn z. B. Gestalt und

Farbe, Laut und Ton disparat sind, da keine bestimmte Gestalt eine bestimmte Farbe von sich ausschliesst, ein und derselbe Laut höchst verschiedene Tonhöhen haben kann. — Disparate Merkmale müssen im allgemeinen für vereinbar gelten; ob sie aber in irgend welchem Objectsbegriff wirklich vereinigt vorkommen, lässt sich durch blosses Denken (*a priori*) nicht bestimmen. Disjuncte Merkmale dagegen sind immer und schlechthin unvereinbar, in einem und demselben Objectsbegriff unverträglich. Die Beschaffenheit, welche das eine setzt, schliesst die, welche das andre Merkmal setzen würde, aus. Mehr lässt sich hierüber an dieser Stelle noch nicht sagen. Wollte aber etwa ein Anfänger im Denken einwenden, dass ja doch das Stiefmütterchen violett, gelb und weiss, ein Vergehen gegen das Gesetz aus Liebe oder Freundschaft verwerflich und löblich zugleich sey, so wäre ihm bemerklich zu machen, dass in beiden Fällen ein zusammengesetztes Object vorliegt, und die unverträglichen Beschaffenheitsbestimmungen verschiedene Theile oder Beziehungen desselben betreffen.

§ 18.

Vergleichbare Objecte werden zwar mittels ihrer eigenthümlichen Merkmale unterschieden und damit gesondert, zugleich aber durch ihre gemeinsamen mit einander verbunden. Sie lassen sich daher in eine begriffliche Einheit zusammenfassen, welche ihr Gattungsbegriff oder schlechthin ihre Gattung (*genus*) heisst. Diese ist nämlich derjenige neue Begriff, den das Denken aus den Begriffen der verglichenen Objecte bildet, indem es in jedem derselben die ihm eigenthümlichen Merkmale von den allen gemeinsamen ablöst und somit den Begriff eines Objects übrig behält, das keine andern Merkmale als die jenen Objecten gemeinsamen hat, und dessen Begriff also in dem Begriffe jedes derselben enthalten ist. Sofern nunmehr die Begriffe der verglichenen Objecte sich darstellen als die Verbindungen ihrer gemeinsamen Gattung mit den jedem derselben eigenthümlichen Merkmalen, heissen sie Arten (*species*) ihrer Gattung, und diese sie von einander unterscheidenden Merkmale Artunterschiede (*differentiae specificae*). Objecte, welche sich als Arten einer und derselben Gattung auffassen lassen, also vergleichbar seyn müssen, heissen daher auch specifisch verschiedene oder auch gleichartige (*homogeneae*), solche dagegen, welche in Ermangelung gemeinsamer Merkmale auch keine gemeinsame Gattung haben, generisch verschiedene (*toto genere diversae*) oder auch ungleichartige (*heterogeneae*); Be-

nennungen, welche offenbar mit der Unterscheidung disjuncter und disparater Objecte gleichbedeutend sind.

1. Trendelenburg (Logische Untersuchungen, 2. Aufl. II, 228) behauptet, dass in dem Gattungsbegriffe zwar alle bestimmten Artunterschiede aufgehoben seyen, die Stelle derselben aber doch noch mitgedacht und nur unbestimmt gelassen werde, ob sie mit diesem oder jenem Artunterschied besetzt werden solle. Dies scheint uns aber eine Verwechselung des Gattungsbegriffs mit der schematischen oder Gesammtvorstellung, die jenen im gemeinen Denken, dem scharf begrenzte Begriffe abgehen, allerdings häufig vertritt. Die schematische Vorstellung nämlich, welche eine Reihe gleichartiger vorgestellter Objecte in Eins zusammenzufassen strebt, will weder ihre specifischen Unterschiede gänzlich fallen lassen, noch kann sie alle zugleich aufnehmen, weil sie sich einander ausschliessen. Es löschen sich daher in ihr die Artunterschiede gegenseitig aus, doch so dass ihre leere Stelle noch übrig und unbestimmt bleibt, mit welchem von den möglichen Artunterschieden sie besetzt werden soll. Sie hängt auf diese Weise mit den Vorstellungen, die sie zusammenfasst, immer noch zusammen, befindet sich in Abhängigkeit von ihnen. Der Gattungsbegriff dagegen ist auch ohne Beziehung auf seine Arten, nachdem er einmal gebildet, ein selbständiger Begriff, zu dem Artunterschiede wohl hinzukommen können, aber nicht müssen. Das Parallelogramm (Trendelenburg's Beispiel) als eine von zwei Paaren paralleler Geraden eingeschlossene ebene Figur, kann zwar rechtwinklig oder schiefwinklig, gleichseitig oder nicht gleichseitig seyn, aber in seinem Begriffe liegt weder die Länge der Seiten noch die Grösse der von ihnen eingeschlossenen Winkel, noch überhaupt die Vorstellung der Winkel; dies alles enthält nur die schematische Vorstellung, die ohne die Möglichkeit eines vollständigen Gelingens das Unvereinbare in einem anschaulichen Bild zu vereinigen versucht. — Dagegen ist allerdings zuzugeben, dass diese natürlichen Gesammtvorstellungen, die vor dem Denken in unserm Geiste durch einen psychischen Mechanismus erzeugt werden und selbst den Thieren nicht ganz fehlen, das Denken bei der Bildung der Gattungsbegriffe leiten. Es ist nämlich an sich zwar völlig willkürlich, welche Objecte wir mit einander vergleichen wollen; man kann einen Himbeerstrauch mit einem Brombeerstrauch, aber auch mit einem Federmesser oder einer Schildkröte vergleichen. Vergleichungen wie die beiden letzteren gelten jedoch für gesucht, so wie die erste für natürlich. Gesuchte Vergleichungen sind nun zwar durchaus nicht verboten. Sie dienen nicht einmal blos zur Uebung des Witzes und Scharfsinns, sondern können auch für wissenschaftliche Zwecke nöthig werden. Denn wenn z. B. in dem Linné'schen System Pflanzen von sehr unähnlichem Habitus, wegen der gleichen Organisation ihrer Geschlechtstheile in eine und dieselbe Classe gestellt werden, so hat dies freilich diesem System den Vorwurf der Unnatürlichkeit zugezogen, ihm aber doch nicht die Anerkennung entziehen können, dass es zur Uebersicht der Mannigfaltigkeit des Pflanzenreichs äusserst zweck-

mässig sey. Indess werden, wo die Wissenschaft nicht ausdrücklich Grund findet, Einspruch zu thun, die Gattungsbegriffe die Gesammtvorstellungen im allgemeinen und in der Regel zu ihren natürlichen Vorläufern haben, zumal da hier die Sprache sie schon durch gemeinsame Benennungen von Reihen gleichartiger Objecte, z. B. Baum, Strauch, Stein, Hund, Pferd u. s. w. bezeichnet hat.

2. Was die generische Verschiedenheit betrifft, so pflegt man sie bald in engerem und eigentlichem, bald in einem weniger strengen weiteren Sinne zu nehmen. Streng genommen sind Begriffe nur dann generisch verschieden, wenn sie nicht ein einziges Merkmal gemein haben, also auch eine gemeinsame Gattung nicht möglich ist, z. B. Verstand und Tisch, Meer und Tugend. Im weiteren Sinne aber nennt man wol auch schon Begriffe generisch verschieden, die zwar unter einen gemeinsamen Gattungsbegriff gebracht werden können, zunächst aber doch Arten verschiedener Gattungen sind, z. B. Mineralien und Pflanzen, die beide zwar Naturkörper sind, zunächst aber doch bezüglich den Gattungen der anorganischen und organischen Körper unterstellt werden. Dieser scheinbare Doppelsinn des Gattungsbegriffs wird sich im Folgenden (§ 20) aufklären.

§ 19.

Die Denkoperation, welche von den verglichenen Objecten die ihnen eigenthümlichen Merkmale absondert und dadurch ihren Gattungsbegriff bildet, heisst Abstraction, und diejenige, welche diese Merkmale zum Gattungsbegriff wieder hinzufügt und dadurch die Objecte als Arten ihrer gemeinsamen Gattung darstellt, Determination. Abstraction und Determination sind entgegengesetzte Denkoperationen; denn die letztere stellt wieder her, was die erstere im Gattungsbegriffe aufgehoben hatte, und diese hebt auf, was in der Art durch jene gesetzt ist. Gattungsbegriffe heissen daher mit Bezug auf ihre Entstehungsweise auch abstracte Begriffe, und weil sie allen ihren Arten gemeinsam sind, allgemeine (*notiones communes s. generales*). Umgekehrt heissen die Artbegriffe, sofern in ihnen der Artunterschied mit der Gattung verwachsen ist, concrete, und insofern sie bei gemeinsamer Gattung doch durch ihre Artunterschiede gesondert werden, besondere Begriffe (*notiones particulares s. speciales*). Das logische Verhältniss der Arten zu ihrer gemeinsamen Gattung nennt man Unterordnung (*subordinatio*), das der Arten einer und derselben Gattung (der Nebenarten) zu einander Beiordnung (*coordinatio*).

Es ist sehr nöthig zu zeigen, dass wenn der vorstehende Paragraph besagt, dass alle abstracten Begriffe allgemeine sind, darin nicht die Behauptung liegt, dass alles Allgemeine abstract seyn müsse. Der Begriff des Allgemeinen ist weiter als der des Abstracten. Zuvörderst kann man (von Hegel wenigstens die Benennung entlehnend) zwischen abstracter und concreter Allgemeinheit unterscheiden. Jene kommt der Gattung zu, sofern sie, an und für sich gedacht, alle Artunterschiede fallen lässt, diese der Art, sofern sie als solche das Allgemeine der Gattung, obwohl durch den Artunterschied beschränkt, in sich enthält. Der Begriff des concret Allgemeinen reicht aber noch weiter. Wenn man nämlich mit der Gattung weder einen bestimmten Artunterschied verknüpft, noch diesen völlig unbestimmt lässt, sondern ihn als einen veränderlichen denkt, der successiv die Beschaffenheiten haben kann, welche die Artunterschiede sämmtlicher Arten der Gattung darstellen, so kann man dies den Gesammtbegriff der ganzen Reihe der Arten nennen; und diesem Begriffe kommt concrete Allgemeinheit zu. Denn es wird hier das Besondere aller Arten durch das Allgemeine der Gattung und eine Reihe bestimmter, aber wechselnder Artunterschiede gedacht. Jede mathematische Formel, die eine bestimmte Reihe von Zahlwerthen unter sich befasst, besitzt diese concrete Allgemeinheit. Wenn z. B. die Algebra die Aufgabe: zwei ganze Zahlen zu finden, deren Summe gleich 25, und von denen die eine durch 2, die andre durch 3 theilbar sey, dadurch löst, dass sie die zweite durch die Form $6z + 3$ ausdrückt, wo z nur die Werthe 0, 1, 2, 3 haben kann, und woraus von selbst für die erste die Form $22-6z$ folgt, so sind dies Formen von concreter Allgemeinheit. Denn sie sind allgemein, weil sie das allen gesuchten Zahlen gemeinsame Bildungsgesetz darstellen, sie sind zugleich concret, weil, wenn man z successiv die bezeichneten vier Werthe giebt, aus diesen Formen die gesuchten Zahlen selbst als Arten derselben folgen. Dasselbe gilt überhaupt von jeder mathematischen Function einer oder mehrerer Variablen. Denn jede Function stellt ein allgemeines Gesetz dar, das vermöge der succesiven Werthe, welche die Variable annehmen kann, zugleich alle einzelnen Fälle, für die es gilt, unter sich begreift. Alle mathematisch bestimmte Naturgesetze sind solche Functionen. — Ferner ist zu bemerken, dass nicht blos die empirisch gegebenen Objecte, sondern auch die durch die Merkmale bezeichneten Beschaffenheiten derselben ihre Gattungen und Arten haben, was dadurch begreiflich wird, dass das Denken jedes Quale objectiv (substantive) setzen kann. In der That bezeichnet z. B. roth nur eine Gattung, deren Arten zinnoberroth, carmoisin, purpurroth, rosenroth u. s. f. sind; ebenso ist sauer die Gattung von citronensauer, apfelsauer, weinsauer, essigsauer u. s. w. Die durch die Empfindungen gegebenen Beschaffenheiten nämlich sind stets einfach und untheilbar, individuell bestimmt. Eben deshalb lassen sich nun zwar an ihnen nicht eigenthümliche Merkmale von den gemeinsamen absondern; denn ihre Unterschiede sind unmerklich klein, und die Empfindungen einer und derselben Gattung gehen stetig in einander über. Aber ohne Zuthun des Denkens bildet die zusammenfassende Thätigkeit der Seele aus

den gleichartigen Empfindungsbildern Gesammtvorstellungen, die hier die Stelle von logisch ausgebildeten Gattungsbegriffen vertreten müssen. Nicht nur diese Gesammtvorstellungen aber, sondern auch die einfachen individuellen Empfindungsbilder, die sie zusammenfassen, müssen wir hinsichtlich des in ihnen Vorgestellten Begriffe nennen, und so giebt es, wenigstens in der Sphäre der Merkmale, nicht nur Begriffe von abstracter und concreter, sondern auch von individueller Beschaffenheit; denn concret wird man z. B. zinnoberroth nennen müssen, wenn man es als eine bestimmte Art des Rothen denkt, individuell aber, wenn man einzig und allein bei der durch die Empfindung unmittelbar gegebenen Beschaffenheit desselben stehen bleibt. — Nichtsdestoweniger aber können solche individuelle Beschaffenheitsbestimmungen ohne Widerspruch zugleich als allgemeine Begriffe bezeichnet werden. Denn an und für sich gedacht haften sie nicht mehr an den Objecten, an welchen sie ursprünglich wahrgenommen wurden, sondern werden selbständige Begriffe und zu Gattungsbegriffen verwendbar für alle die Objecte, denen sie als Merkmale gemein sind. An der Centifolie z. B. ist bei Vergleichung derselben mit der weissen und gelben Rose der Begriff rosenroth unterscheidendes Merkmal, er wird aber bei Vergleichung derselben Centifolie mit einem rosenrothen Kleid, einer rosenrothen Porzellantasse u. dgl. zum gemeinsamen Merkmal und damit zum eigenthümlichen Merkmal einer rosenrothen Körperoberfläche, des Gattungsbegriffs. (vgl. d. folg. Paragraphen).

§ 20.

Da die Gattung eines Objects durch die Merkmale gegeben ist, die es mit einem oder mehreren andern Objecten gemein hat, so wird es, wenn man es mit einer andern Reihe von Objecten vergleicht, auch eine andre Gattung haben, und diese, wenn beiden Reihen kein Merkmal gemein ist, sich zur ersten disparat verhalten. Offenbar kann im allgemeinen ein Object unter ebensovielen disparaten Gattungen stehen, als es selbst disparate Merkmale hat; denn jedes kann ihm mit einer andern Reihe gemein seyn. Mit welcher Reihe es aber auch verglichen werde, so kann ihm wieder innerhalb derselben mit einigen ihrer Glieder eine grössere Anzahl von Merkmalen gemein seyn als mit den andern. Aus diesen bildet sich dann eine Gattung, die ausser dem gegebenen Object nur einen Theil der Glieder der Reihe als Arten unter sich befasst, von der Gattung aller aber selbst nur eine Art ist. Demnach kann es für ein und dasselbe Object nicht nur eine Mehrheit von disparaten, sondern auch von einander untergeordneten Gattungen niederer und höherer Ordnung geben. Diejenige unter den-

selben, welche die grösste Anzahl von Merkmalen des Objects enthält, heisst seine nächsthöhere Gattung (*genus proximum*). Es folgt hieraus von selbst, dass es auch Arten niederer und höherer Ordnung giebt, denn jede Gattung ist eine Art ihrer nächsthöheren Gattung.

Der Mensch, mit dem Thier und der Pflanze verglichen, steht unter dem Gattungsbegriffe des organischen Körpers, aber verglichen mit dem Engel und Gott unter dem eines Geistes. Beide Gattungen verhalten sich disparat zu einander. Aber Mensch und Thier sind, was die Pflanzen nicht sind, beseelte Organismen und dieser Begriff hier die nächsthöhere Gattung des Menschen. Ebenso stehen Mensch und Engel unter der nächsthöheren Gattung des endlichen Geistes, unter der Gott nicht steht.

§ 21.

Jede Reihe vergleichbarer Objecte hat nur einen höchsten Gattungsbegriff, den nämlich, von welchem alle diese Objecte Arten sind. Unter ihm aber stehen auf verschiedenen Stufen der Unterordnung niedrigere Gattungsbegriffe, welche nur Theile der Objectsreihe unter sich befassen, und von denen die, welche derselben Stufe angehören, einander als Arten ihrer nächsthöheren Gattung beigeordnet sind. Zur bequemeren Bezeichnung dieser Stufenfolge bedient man sich häufig, von den höheren zu den niederen herabsteigend, der Benennungen Classe, Ordnung, Familie, Geschlecht, Gattung, Art, Unterart. Man gelangt von den höheren Gattungen zu den niederen durch Determination, von diesen zu jenen durch Abstraction. Diese letztere findet ihr Ende bei dem höchsten Gattungsbegriff aller verglichenen Objecte, die Determination umgekehrt bei diesen Objecten, von welchen die Abstraction ausging. Der höchste denkbare Gattungsbegriff überhaupt ist zwar der des unbestimmten Etwas, dem man alle erdenklichen Objecte, wie sie auch beschaffen seyn mögen, unterordnen kann. Aber dieses Etwas ist ein inhaltsleerer Objectsbegriff, der, wenn er als Gattungsbegriff gelten sollte, die Unterscheidung zwischen generisch und specifisch Verschiedenem auiheben würde, da es dann nur noch specifisch Verschiedenes gäbe. Andrerseits ist die niedrigste denkbare Art das Individuum, das Einzelobject, das keine Arten weiter unter sich hat. Allein die Beschaffenheit wenigstens von empirisch gegebenen Einzelobjecten lässt sich im

allgemeinen durch Determination nicht erschöpfen. Ihre Charakterisirung endigt meistens mit einer Hinweisung auf ihre räumliche und zeitliche Stelle zwischen andern Objecten und springt daher von der Beschaffenheitsbestimmung auf äussere Beziehungen über.

Vergleicht man das Quadrat mit dem Rhombus, Rectangel, Rhomboid, dem symmetrischen und asymmetrischen Trapez und dem Trapezoid, so findet man als das allen diesen Objecten Gemeinsame die ebene von vier geraden Linien begrenzte Fläche, das ebene Viereck. Dies ist ihr höchster Gattungsbegriff. Vergleicht man aber die vier ersten der genannten Figuren für sich, so findet man überdies, dass diese zwei Paare paralleler Seiten haben, indess in den beiden Trapezformen nur ein solches Paar vorkommt, im Trapezoid aber keines. Hieraus ergiebt sich als die nächsthöhere Gattung der vier ersten Vierecksformen das Parallelogramm, als die der beiden folgenden das Trapez überhaupt; ebenso weiter als die des Quadrats und Rhombus das gleichseitige Parallelogramm, als die des Rectangels und Rhomboids das ungleichseitige. Man kann also z. B. sagen, dass das Quadrat zum Geschlecht der Vierecke, zur Gattung der Parallelogramme, zur Art der gleichseitigen Parallelogramme gehört und von diesen eine Unterart ist. Zu einem höheren Gattungsbegriff als dem des Viereckes aufzusteigen, ist hier keine Veranlassung gegeben. Fügt man aber den Formen der Vierecke noch die der Dreiecke, Fünfecke, Sechsecke u. s. w. hinzu, so führt die Vergleichung aller auf den höchsten Gattungsbegriff des Vielecks, und das Quadrat stellt sich auch als zur Familie der Vierecke gehörig dar. — Andrerseits hat das Quadrat hinsichtlich der Länge seiner Seiten noch unzählig viele Arten unter sich. Setzt man eine bestimmte Länge, z. B. 13 pariser Zoll, so erhält man nun ein Quadrat, das keine weiteren Unterarten hat und insofern ein individueller Objectsbegriff ist. Es kann von demselben zwar unendlich viele Exemplare geben, aber dem Begriffe nach sind sie identisch. Sollte aber eins derselben, z. B. dieses, das ich hier von meinem Schreibtisch aus als eine Fensterscheibe sehe, begrifflich bestimmt werden, so würden seine Lagebeziehungen zu den andern Theilen des Fensters und zu dem Orte, den mein Auge jetzt einnimmt, hinzukommen müssen. Die Bestimmung trifft also dann nicht mehr die Beschaffenheit des Quadrats, sondern seine äusseren Beziehungen.

§ 22.

Durch die succesive Bildung der Gattungen aus den Arten, der Geschlechter aus den Gattungen, der Familien aus den Geschlechtern u. s. f. erhalten nun auch die Merkmale eines und desselben Begriffs eine **bestimmte Ordnung**. In jedem Begriffe nämlich kommt denjenigen Merkmalen, die ihm mit allen verglichenen Nebenarten gemein sind, also denjenigen Merkmalen, durch welche

die höchste Gattung der gegebenen Begriffsreihe charakterisirt wird, die erste Stelle zu. Ihnen folgen die Merkmale, welche die eigenthümlichen der nächst niedrigeren Gattung sind, dann die eigenthümlichen Merkmale der nächst folgenden niedrigeren Gattung u. s. f., so dass die eigenthümlichen Merkmale des Begriffes selbst die letzte Stelle einnehmen. Ist aber eine und dieselbe Art von ihrer nächsten Nebenart durch mehr als ein Merkmal unterschieden, so bleibt die Ordnung zwischen diesen Merkmalen willkürlich.

Hiernach kommt also z. B. im Begriffe des Quadrats den Merkmalen des Vierecks: ausgedehnt, eben, begrenzt, geradlinig, vier (gerade Linien), die erste Stelle (und zwar in der angegebenen Ordnung) zu, die zweite dem Parallelismus der gegenüberliegenden Seitenpaare, die dritte der Gleichheit der Seiten, die vierte der Gleichheit aller Winkel. Ebenso wenn Bewegung stetige Ortsveränderung ist, so ist veränderlich das erste, stetig das zweite, örtlich das dritte Merkmal. Im Begriffe des Vogels nehmen die erste Stelle die Merkmale der Thierheit überhaupt ein, dann folgt die Warmblütigkeit, das Eierlegen, dass sie Zweifüssler und Zweiflügler sind, einen hornigen Schnabel und befiederten Körper haben.

§ 23.

Auf dieselbe Weise erhalten auch alle unter einer und der nämlichen Gattung stehende Arten eine bestimmte Ordnung. Arten nämlich einer und derselben nächsthöheren Gattung dürfen nicht getrennt werden. Haben nun in einer Reihe coordinirter Begriffe immer je zwei benachbarte Glieder einen ihnen ausschliesslich zukommenden nächsthöheren Gattungsbegriff, so ist die Reihe eine vollkommen geordnete. Ist dies nicht durchgängig der Fall, so bleibt die Anordnung der Glieder theilweise unbestimmt und daher willkürlich, und die Reihe lässt nur eine unvollkommene Anordnung zu.

So stellen z. B. die Lebensalter: Kindheit, Jugend, Mannes- und Greisenalter, nicht blos zeitlich, sondern auch logisch betrachtet, eine geordnete Reihe dar, da je zwei nächste Lebensalter Merkmale mit einander gemein haben, die den übrigen nicht zukommen. Ebenso ist die natürliche Zahlenreihe eine logisch geordnete Reihe; denn jede Zahl hat die Menge der Einheiten, die sie bezeichnet, mit der nächstfolgenden Zahl gemein, die sich von ihr durch die Einheit, welche sie mehr hat, unterscheidet. Daher dient die Zahlenreihe überall, wo es sich nur um quantitative Unterscheidungen handelt, als Regu-

lativ der Anordnung, z. B. bei dem specifischen Gewicht der Körper oder einer Classe derselben, wie der Metalle, oder bei der Classification der Dreiecke nach der Grösse der Winkel, wo auf das spitzwinklige das rechtwinklige und auf dieses das stumpfwinklige folgt. Andrerseits lassen sich aber auch die Dreiecke nach den Seitenverhältnissen ordnen, so dass dem gleichseitigen das gleichschenklige, diesem das ungleichseitige nachfolgt. Verbindet man die Rücksicht auf die Verhältnisse der Seiten mit der auf die Grösse der Winkel, so ergeben sich folgende sieben Arten der Dreiecksformen: 1) gleichseitige; 2) gleichschenklige und spitzwinklige; 3) gleichschenklige und rechtwinklige; 4) gleichschenklige und stumpfwinklige; 5) ungleichseitige und spitzwinklige; 6) ungleichseitige und rechtwinklige; 7) ungleichseitige und stumpfwinklige. Diese Anordnung ist aber als Ganzes keine vollkommene, auch lässt sich eine solche nicht angeben, denn immer wird wenigstens an zwei Stellen die Gleichmässigkeit des Fortschritts unterbrochen seyn.

§ 24.

Eine Reihe coordinirter Begriffe heisst vollständig, wenn sie alle Begriffe enthält, die unter dem Gattungsbegriff als Arten auf derselben Stufe der Unterordnung stehen. Die äussersten Glieder einer vollständigen und vollkommen geordneten Reihe coordinirter Begriffe heissen entgegengesetzt (*opposita*), ihr logisches Verhältniss der conträre Gegensatz (*oppositio contraria*). Dieser bezeichnet also die grösstmögliche disjuncte Verschiedenheit. Wenn man eine solche Reihe vom Anfang bis zum Ende durchläuft und die Beschaffenheit der Glieder mit der des Anfangsgliedes vergleicht, so bemerkt man eine stete Zunahme der Verschiedenheit, die im conträren Gegensatz ihr Maximum erreicht. Insofern das Endglied einer solchen Reihe zugleich das Anfangsglied einer anderen vollständigen und geordneten Reihe seyn kann, die gleichwohl, unter einem anderen Gattungsbegriff stehend, sich nicht als die Verlängerung der ersten betrachten lässt, kann ein und derselbe Begriff zu mehr als einem anderen im conträren Gegensatz stehen.

Ein passendes Beispiel zur Erläuterung des Paragraphs geben die drei reinen Hauptfarben Gelb, Roth, Blau mit den zwischen ihnen liegenden Mischfarben Orange, Violett und Grün. Sie bilden drei zusammenhängende Reihen, von denen jede geordnet und vollständig ist. Die erste fängt mit dem Gelb an und geht durch unzählig viele Abstufungen des Röthlichgelben und Gelblichrothen zum Roth über; die zweite hebt mit dem Roth an und geht durch Bläulichroth und Röthlichblau zum reinen Blau; die dritte vom Blau durch Bläu-

lichgrün und Gelblichgrün zum Gelb. Die erste Reihe kann man als die des Orange, die zweite als die des Violetten, die dritte als die des Grünen bezeichnen. In Bezug auf die erste sind Gelb und Roth, für die zweite Roth und Blau, für die dritte Blau und Gelb als conträr entgegengesetzt anzusehen, so dass von den drei Hauptfarben jede mit den beiden anderen, jedoch immer in Beziehung auf eine andere Reihe, im conträren Gegensatz steht.

Allgemeine Kennzeichen der Vollständigkeit einer Reihe kann die Logik nicht angeben. Was sie in dieser Hinsicht zu thun vermag, wird bei der Lehre von den Eintheilungen vorkommen. Mehr oder weniger bleibt aber hierbei immer dem freien Nachsinnen darüber, ob unter dem Gattungsbegriff einer Reihe noch andere Glieder als die, von welchen er zunächst abstrahirt ist, enthalten seyen, überlassen.

Nach Trendelenburg's Erinnerung ist im vorstehenden Paragraph der aristotelische Begriff des conträren Gegensatzes wieder hergestellt, indess die Neueren darunter meistens jede disjuncte Verschiedenheit verstehen. Vom contradictorischen Gegensatz wird erst bei den unmittelbaren Folgerungen, wo er seine natürliche Stelle findet, die Rede seyn. Eine Vermittelung zwischen der aristotelischen und neueren Ansicht liegt darin, dass man die disjuncte Verschiedenheit als einen unvollkommenen conträren Gegensatz betrachten kann, der in besonderen Fällen selbst einer quantitativen Gradbestimmung fähig ist (vgl. des Verfs. erste Grundlehren der mathematischen Psychologie, § 20 ff.).

Zu einer Reihe mit conträren Gegensätzen sind wenigstens drei Glieder erforderlich, die dann Anfang, Mitte und Ende darstellen; denn der Begriff einer Reihe verlangt, dass mindestens ein Glied zwischen zwei anderen liege. So liegt das Laue zwischen dem Kalten und Warmen, das Gleichgiltige zwischen dem Gefallenden und Missfallenden u. dgl. m. Die Mitte ist hier immer etwas, was weder das eine noch das andere der entgegengesetzten Glieder der Reihe ist. Hierdurch ist sie von diesen ausgeschlossen, zugleich aber auch, da dies die Grenzen der Reihe sind, von ihnen eingeschlossen.

§ 25.

Die Gesammtheit der in bestimmter Ordnung durch Determination mit einander verbundenen Merkmale eines Objectsbegriffs heisst sein Inhalt (*complexus*); die geordnete Gesammtheit aller einander beigeordneten Arten desselben sein Umfang (*ambitus*). Da die Merkmale eines Begriffs sich in die der nächsthöheren Gattung und der Artunterschiede gruppiren lassen, so kann der Inhalt auch als die durch den Artunterschied determinirte Gattung des Begriffs erklärt werden. — Der Inhalt ist also die Gesammtheit dessen, was in dem Begriff, der Umfang die Gesammtheit dessen, was unter ihm, d. i. worin er selbst als Gattung enthalten ist.

Der Inhalt analysirt den Begriff und macht das Denken desselben abhängig von dem Denken andrer Begriffe. Der Umfang specificirt ihn und giebt die Begriffe an, deren Inhalt von seinem Inhalt abhängt. Der Umfang ist also das Gebiet, das ein Begriff (als Gattung) beherrscht.

Die Gesammtheit der den Umfang eines Begriffs bildenden Arten desselben ist offenbar nur ein Aggregat, ihre Verbindung eine äussere. Sie liegen neben einander, oder vielmehr, weil sie den ganzen Umfang ausfüllen, an einander. Man kann insofern wol auch den Umfang eines Begriffs als die Summe seiner Arten bezeichnen. Nicht das Gleiche gilt von der Form der Verbindung der Merkmale im Inhalte eines Begriffs, welche vielmehr eine innere Verbindung zu nennen ist. Die Gattung wird durch den Artunterschied bestimmt, von ihm durchdrungen. Die Art ist die in der Qualität des Artunterschieds gesetzte Gattung; man kann sie daher, im Vergleich mit der Verbindungsweise der Glieder des Umfangs, ganz wohl als das Product aus beiden bezeichnen. Denn in dem Product zweier Zahlen, z. B. 4 und 3 wird die eine in der Quantität der andern gesetzt, in dem Product durchdringen sich beide Factoren; jeder von beiden wiederholt sich für jede Einheit des andern, wie dies in Bezug auf das Beispiel das Schema

. . . .
. . . .
. . . .

veranschaulicht. Von der Multiplication entgegengesetzter Zahlgrössen, wie $+ a . - b$ oder $- a . - b$ kann man aber sagen, dass hier schon, wie in der logischen Determination, der Multiplicand in der Qualität des Multiplicators gesetzt werde (obwohl diese Qualitätsverschiedenheiten hier auf Relationen beruhen, was aber, wie sich später zeigen wird, zuletzt auch von den Qualitäten der Merkmale gilt). Nach dieser schon in der ersten Auflage dieses Lehrbuchs (§ 17) vorgetragenen, und in der zweiten (§ 23. Anmerk.) festgehaltenen Ansicht, deren erster Urheber aber, wie Trendelenburg (Log. Unters. 2. Aufl. I. S. 22) bemerkt hat, Leibniz ist, erscheint nun der Gattungsbegriff als der gemeinschaftliche Factor aller seiner Arten, deren Artunterschiede als Coefficienten zu jenem Factor hinzukommen. Vielleicht dürfte diese Vergleichung der Determination mit der Multiplication jetzt, wo sie auf die Autorität eines grossen Namens zurückgeführt ist, Anspruch haben, für etwas mehr zu gelten als für einen „müssigen und unpassenden Einfall", wie sie vor zwanzig Jahren genannt wurde (Lotze's Logik, S. 58).

§ 26.

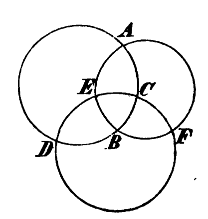
Offenbar hat jeder Begriff weniger Merkmale als seine Gattung und mehr als seine Art. Nennt man nun die Anzahl der Merkmale eines Begriffs die Grösse seines Inhaltes, so nimmt diese zu oder ab, je nachdem man von einem höheren Begriff zu einem

niedrigeren herab-, oder von einem niedrigeren zu einem höheren aufsteigt. — Andererseits erhellt aber auch eben so leicht, dass jeder Begriff weniger Arten unter sich hat als seine Gattung, und mehr als jede seiner Arten. Denn alles, was ihm untergeordnet ist, steht auch unter seiner Gattung, die aber eben so auch alles das unter sich enthält, was unter seinen Nebenarten steht. Ebenso alles, was unter einer seiner Arten steht, ist auch ihm untergeordnet, zugleich aber auch alles, was unter seinen übrigen Arten enthalten ist. Heisst daher die Anzahl der unter einem Begriffe auf gleicher Stufe der Unterordnung enthaltenen Arten die Grösse seines Umfangs, so nimmt diese ab oder zu, je nachdem man von einem höheren Begriff zu einem niedrigeren herab-, oder von einem niedrigeren zu einem höheren aufsteigt. Fasst man dieses Ergebniss mit dem vorigen über die Grösse des Inhalts zusammen, so erhält man folgenden Satz: In jeder Reihe einander untergeordneter Begriffe kommt demjenigen von je zwei mit einander verglichenen Begriffen, welcher einen grösseren Inhalt als der andere hat, ein kleinerer Umfang, und umgekehrt demjenigen, welcher einen grösseren Umfang als der andere hat, ein kleinerer Inhalt zu.

1. Die Ableitung dieses Satzes zeigt deutlich, dass er durchaus nur von Begriffen gilt, die in derselben Reihe einander untergeordneter Begriffe liegen; für zwei Begriffe, die verschiedenen solchen Reihen angehören, lässt sich aus dem grösseren oder kleineren Inhalte des einen nicht auf den kleineren oder grösseren Umfang des anderen und eben so wenig von diesem auf jenen schliessen. Der hie und da vorkommende Ausdruck: „Inhalt und Umfang eines Begriffs stehen im umgekehrten Verhältniss“ ist wenigstens mathematisch ungenau. (Ueber den wahren mathematischen Ausdruck s. Anhang I.) Der Sinn des Verhältnisses ist, dass mit der Aufhebung jeder Beschränkung des Inhalts eines Begriffes sich das Gebiet seiner Herrschaft erweitert und umgekehrt mit jeder hinzukommenden Beschränkung verengert. In dem Umfang des Begriffes Parallelogramm z. B. liegen als die Arten desselben das Quadrat, der Rhombus, das Rectangel und das Rhomboid. Im Begriffe des Vierecks aber, der an Inhalt ärmer ist, da das Merkmal des Parallelismus der gegenüberliegenden Seiten fehlt, liegen ausserdem das symmetrische und asymmetrische Trapez und das Trapezoid, sein Umfang ist also weiter als der des Parallelogramms.

2. Die Benennungen Inhalt und Umfang sind nicht ganz glücklich gewählte

Metaphern, die leicht missverstanden werden. Denn wollte man dabei etwa an den Inhalt und Umfang eines Kreises denken, so würde diese Vergleichung, da beide zugleich ab- und zunehmen, dem obigen Satze durchaus nicht entsprechen. Es lassen sich indess Kreise allerdings zur Versinnlichung sowohl des Umfangs als des Inhalts der Begriffe verwenden. Von jedem Begriffe nämlich kann man sagen, dass er in dem Umfange jedes seiner Merkmale, wenn diese als Objectsbegriffe gedacht werden, liegt. So liegt z. B. der Begriff der Bewegung, als stetige Ortsveränderung, zugleich in den Umfängen der Begriffe der Veränderung, des Stetigen und des Oertlichen. Stellt man nun die Umfänge aller Merkmale durch Kreise dar, von denen der erste durch den zweiten, beide durch den dritten geschnitten werden, u. s. f., so stellt der Flächenraum, der allen Kreisen gemein ist, den Begriff selbst dar, indess diejenigen Flächenräume, die nur einige dieser Kreise gemein haben und übrig bleiben, wenn man die andern Kreise entfernt, den Gattungen des Begriffs entsprechen. Die Kreisbogen aber, die diese Flächenräume begrenzen, stellen die Merkmale selbst des Begriffs und seiner Gattungen dar, und somit den Inhalt derselben. In der Figur bedeute der Kreis *ACBD* den Umfang des Be-



griffs der Veränderung, *AEBF* den des Stetigen, und *DECF* den des Oertlichen, so repräsentirt das Bilineum *AEBC*, das der erste Kreis mit dem zweiten gemein hat, an sich, nach Entfernung des dritten, die stetige Veränderung, ebenso das Bilineum *CBDE*, an und für sich genommen, die örtliche Veränderung, das Bilineum *EBFC* das örtliche Stetige, endlich, wenn alle drei Kreise zugleich in Betrachtung kommen, das ihnen gemeinsame Trilineum *BCE* die Bewegung. Es hat, entsprechend den drei Merkmalen, drei begrenzende Kreisbogen, indess die Bilinien, welche die drei nächsten Gattungsbegriffe der Bewegung darstellen, deren nur zwei, die obersten Gattungen aber an den Peripherien der Kreise jede nur Eine Grenze haben. — Es ist dies eine Analogie zu den geometrischen Oertern, auf welche die alte Topik von selbst führt. Das erste Merkmal eines Begriffs weist ihm einen logischen Ort, gleichsam einen Raum an, innerhalb dessen er liegt, das zweite einen zweiten. Dadurch entsteht eine Beschränkung, Begrenzung des ersten durch den zweiten, die durch den dritten eine noch engere Begrenzung erhält u. s. f. So bekommt der Name der Determination eine anschauliche Bedeutung und durchdringen sich die Umfänge der Merkmale im Begriffe. In dieser geometrischen Auffassungsweise erscheint demnach die Inhaltsbe-

stimmung eines Begriffs als abhängig von den Umfängen seiner Merkmale, indess die arithmetische, welche die Anmerkung zu § 25 enthält, von dem Inhalt der Merkmale, ihrem Quale ausgeht; und dies scheint, abgesehen von didaktischen Rücksichten, das Sachverhältniss reiner darzustellen.

II. Synthetische Begriffsformen.

§ 27.

Alle Synthesis von Begriffen ist entweder eine blos äusserliche Zusammenfassung (*comprehensio*) derselben, oder eine solche, die sich nach dem, was in den Begriffen gedacht und nach der Art und Weise, wie dasselbe im Denken gesetzt wird, richtet und daher einen inneren Zusammenhang (*connexus*) der Begriffe darlegt. Die erstere ist zwar noch kein eigentliches Denken (vgl. § 4 und § 12); sie liefert aber doch das Material, aus dem das Denken seine Auswahl trifft und kann schon deshalb hier nicht ganz unberücksichtigt bleiben.

Wenn man den Verstand als das Vermögen zu denken erklärt, der Einbildungskraft aber die Fähigkeit beilegt, Vorstellungen beliebig mit einander zu verknüpfen, so kann die äusserliche Synthesis auch als die der Einbildungskraft, die Denkverknüpfung dagegen als die Synthesis des Verstandes bezeichnet werden, und man kann dann sagen, dass die Einbildungskraft bei ihren Verknüpfungen blindlings verfahre und erst das Auge des Verstandes hinzukommen müsse, um die bedeutungslosen Combinationen jener von den bedeutenden zu sondern. Gewonnen wird indess durch diese Ausdrucksweise für die Sache selbst nichts, denn die Unterscheidung der äusserlichen Verknüpfung von der denkenden bekommt durch diese Bezugnahme auf die angeblichen psychischen Subjecte dieser Verknüpfungsweisen durchaus nicht mehr Licht. Wohl aber wird dadurch das Vorurtheil begünstigt, als ob unsre Seele wirklich solche gesonderte Vermögen wie Einbildungskraft und Verstand besässe, wovon doch seit der kritischen Reform der Psychologie durch Herbart nicht mehr die Rede seyn kann.

§ 28.

Die nur äusserliche Synthesis besteht einzig und allein in der Combination unterscheidbarer Elemente. Worauf diese Unterscheidbarkeit beruht, welche Bedeutung das Quale der Elemente für das Denken und Erkennen hat, bleibt hierbei völlig gleichgiltig. Ebensowenig werden in der Combination besondre Formen der Zusammenfassung unterschieden. Die Producte der Combination heissen Complexionen. Die Zahl der in ihnen verbundenen

Elemente wird für das unterscheidende Denken zum Antriebe, sie in die Classen der Binionen, Ternionen, Quaternionen u. s. f. zu vertheilen. Sind aber die Elemente in einer bestimmten Reihenfolge oder Anordnung gegeben, so lässt sich weiter auch an jeder Complexion jeder gegebenen Classe die Ordnung der in ihr verbundenen Elemente unterscheiden und durch Versetzung (Permutation) derselben abändern.

Die Combination abstrahirt also ganz von der besonderen Bedeutung, welche die Verbindung haben kann. Die Ziffern 2, 3, 4 z. B. geben zu zweien combinirt 23, 24, 34, wozu mit Rücksicht auf die Ordnung der Ziffern noch 32, 42, 43 kommen. Diese Combinationen können die Zahlen dreiundzwanzig, vierundzwanzig u. s. w. bedeuten, sie enthalten aber auch die Summen $2 + 3 = 5$, $2 + 4 = 6$ u. s. f., oder die Producte $2 . 3 = 6$, $2 . 4 = 8$ u. s. w., oder die Potenzen $2^3 = 8$, $3^2 = 9$, $2^4 = 16$, $4^2 = 16$ u. dgl. m. als besondere Fälle unter sich. Die Complexion *amor* der Buchstaben *a*, *m*, *o*, *r* und ihre Versetzungen *maro*, *mora*, *roma*, *omar*, *arom*, *ramo* u. s. f. können Worte bedeuten, aber auch Anordnungen von vier Farben, Tönen, Orten u. dgl. m.

Mit der regelmässigen Bildung der Complexionen jeder gegebenen Classe aus einer gegebenen Reihe von Elementen (dem Zeiger, *index*) und ihrer Umbildung durch Permutation beschäftigt sich die Combinationslehre oder Syntaktik.

§ 29.

Beschränkt sich die Zusammenfassung nur auf gleichartige, also unter einem und demselben Gattungsbegriff stehende Objecte, so kann sie Colligation genannt werden. Begriffe, welche eine solche Verbindung gleichartiger Objecte zu ihrem Inhalte haben, heissen Collectivbegriffe. Das in ihnen verbundene unbestimmt Viele wird zugleich in seiner Mannigfaltigkeit aufgefasst und heisst insofern ein Aggregat. Sind die verbundenen Objecte völlig einerlei, oder, was auf dasselbe hinauskommt, abstrahirt man von ihrer Verschiedenheit und betrachtet sie nur, insofern sie Gleiches enthalten, so ergiebt sich der allgemeine Begriff der Menge (*multitudo*), als der unbestimmten Vielheit. Fasst man diese Vielheit als ein Ganzes auf, so entsteht der Begriff der absoluten ganzen benannten Zahl. Abstrahirt man endlich auch von der Bezeichnung der Gattung, der die Objecte angehören, so werden diese zu abstracten Einheiten, und ihre Verbindung zu einem Ganzen giebt die abstracte oder unbenannte Zahl. Die Menge der Einheiten kann eine grössere oder kleinere seyn. Hieraus

ergiebt sich eine Vielheit von Zahlen, aus denen, wenn sie vollkommen geordnet werden, die natürliche Zahlenreihe entsteht.

Der Collectivbegriff bezeichnet eine unbestimmte Vielheit, aber von bestimmter Benennung, d. i. Gattung; z. B. ein Haufen eine unbestimmte Vielheit von Sand- oder Getreidekörnern, Holzscheiten oder auch Sternen, eine Heerde eine unbestimmte Vielheit von Schafen, Rindern u. s. w., ein Schwarm eine solche von Vögeln oder Insecten, ein Wald von Bäumen. Die besondere Form der Zusammenfassung lässt der Collectivbegriff unberücksichtigt; daher ist ein Sternbild mit seiner bestimmten Configuration der einzelnen Sterne, eine Allee oder ein nach dem Quincunx geregelter Baumgarten kein Collectivbegriff. Uebrigens giebt es auch collective Beschaffenheitsbegriffe, z. B. scheckig, bunt, mannigfaltig, schaarenweis u. s. f., was natürlich ist, da das Denken Beschaffenheiten auch als Gedankendinge betrachten kann (§ 13. Anm.).

§ 30.

Diejenige Synthesis, welche einen inneren Zusammenhang der verbundenen Begriffe (§ 27) zur Darstellung bringt, giebt synthetische Begriffsformen, welche im engeren und eigentlichen Sinne Beziehungen (*relationes*) heissen. Ohne hier schon zu untersuchen, wodurch eine solche Synthesis bedingt ist, muss zunächst auf die Thatsache aufmerksam gemacht werden, dass es einfache und zusammengesetzte Beziehungen giebt, von denen jene nur zwischen zwei Begriffen, diese zwischen mehreren statt finden. Jede zusammengesetzte Beziehung zerfällt offenbar in eine Mehrheit einfacher, ist ein System der in ihr enthaltenen einfachen Beziehungen, jedoch kein blosses Aggregat derselben, da vielmehr die einzelnen Beziehungen selbst wieder zu einander in Beziehungen stehen können.

Schon oben (§ 14) ist angedeutet worden, dass die Begriffe aller zusammengesetzten Objecte Beziehungen enthalten. So ist z. B. das ebene Dreieck ein System von Lagebeziehungen zwischen drei Punkten, das in drei einfache Beziehungen zwischen je zweien derselben, die Seiten des Dreiecks, zerfällt. Je zwei Seiten haben aber wieder eine Lagebeziehung, welche der von ihnen eingeschlossene Winkel darstellt. Ebenso ist die Familie ein System von Beziehungen zwischen ihren Gliedern, des Gatten zur Gattin, des Vaters und der Mutter zu den Söhnen und Töchtern, dieser unter einander als Brüder und Schwestern. Gattenliebe, Elternliebe, Kindesliebe, Geschwisterliebe sind hier einfache Beziehungen, die im Begriffe der Familie selbst wieder zu einander in Beziehungen treten. Ebenso ist jeder Organismus ein System zweckmässiger Beziehungen aller seiner Theile sowohl zu einander als zum Ganzen.

§ 31.

Jede Beziehung zwischen zwei Begriffen A und B kann entweder nur ein Verhältniss ihrer Beschaffenheiten, oder auch ein Verhältniss zwischen ihrer Setzung ausdrücken. Bleiben wir für jetzt bei dem ersteren stehen, so kommt dabei zunächst in Frage, wie sich A hinsichtlich seiner totalen oder partialen Beschaffenheit, d. i. hinsichtlich aller oder einiger oder eines einzelnen seiner Merkmale zu der Beschaffenheit von B verhält. Hieraus entspringt eine neue Art von Beschaffenheitsbestimmungen der Begriffe, die ihrer verhältnissmässigen oder relativen Beschaffenheit, und damit eine zweite Art von Merkmalen, welche äussere Merkmale oder Eigenschaften (*attributa*) der Begriffe heissen, wogegen von nun an diejenigen Merkmale, die seinen Inhalt bilden, innere oder constitutive heissen sollen. Offenbar setzen die äusseren Merkmale die inneren voraus. Daher kann man auch diese ursprüngliche, jene abgeleitete nennen. Ohne die inneren Merkmale kann der Begriff nicht gedacht werden, wohl aber ohne die äusseren. Jene sind ihm daher nothwendig, diese nur zufällig.

1. Zu den verhältnissmässigen Beschaffenheitsbestimmungen gehören vor allen Dingen alle quantitativen, die aber immer eine Qualität zur Voraussetzung, zur Grundlage haben. So z. B. gross und klein, viel und wenig, kurz und lang, schmal und breit, dick und dünn, stark und schwach, schnell und langsam, schwer und leicht, jung und alt, hell und dunkel, warm und kalt, hart und weich, fest und locker, glatt und rauh u. s. w. Beispiele von Eigenschaften, die auf qualitativen Verhältnissen beruhen, sind: durchsichtig, verbrennlich, schmelzbar, wärmeleitend, chemisch verwandt u. s. w. mit ihren Gegentheilen, oder: menschenfreundlich, wohlthätig, neidisch, herrschsüchtig u. dgl. m. — Alle Eigenschaften, die sich, wie die beispielsweise angeführten, ohne Weiteres aus den Verhältnissen der Beschaffenheiten von Objectsbegriffen ergeben, können näher als unmittelbare bezeichnet werden. Neben ihnen giebt es noch andre, die erst durch vermittelnde Begriffe, daher durch Schlüsse sich ableiten lassen, daher mittelbare oder abgeleitete Eigenschaften genannt werden mögen. Sie sind nicht blosse Beschaffenheitsverhältnisse, sondern beruhen zugleich auf Verhältnissen der Setzung. Von dieser Art sind die Eigenschaften, welche die Mathematik an den Zahlen, Figuren, Functionen nachweist.

2. Wenn weiteres Nachdenken zu dem Resultate führt, dass zuletzt alle gegebene Merkmale der Objecte nur relativ sind, dass sie nur das dar-

stellen, was die Dinge theils für uns, theils in ihrem Verhalten zu einander sind, so scheint die Unterscheidung zwischen inneren und äusseren Merkmalen ganz aufgegeben, und der Begriff des Merkmals überhaupt ganz auf den der Beziehung zurückgeführt werden zu müssen. Allein Beziehungen setzen doch Objecte voraus, die, bevor sie auf einander bezogen werden, gedacht und unterschieden seyn wollen, was nur durch Merkmale geschehen kann. Die Bestimmung der Objectsbegriffe durch Merkmale bleibt jedenfalls der Anfang alles Denkens und denkenden Erkennens. Zeigt dann die nähere Untersuchung, dass die gegebenen Merkmale nicht die Beschaffenheiten derselben an sich, sondern nur im Verhältniss zu anderen ausdrücken, so werden damit die Beschaffenheitsbestimmungen der Objecte nicht aufgegeben, sondern nur andre an ihre Stelle gesetzt. Wenn uns z. B. die Physik und Physiologie belehrt, dass die Farben nicht als Qualitäten an den Oberflächen der Körper haften, sondern dadurch entstehen, dass die in dem weissen Licht verschmolzenen farbigen Strahlen von den Körpern theils absorbirt, theils reflectirt werden, und dass, um die reflectirten als Farben zu empfinden, es des Sehorgans, Sehnervs und Gehirns bedarf, so verlieren für das denkende Erkennen die Oberflächen der Körper freilich die Beschaffenheitsbestimmung des Farbigen, die sich in eine Affection des Gehirns, oder vielmehr, wie der Psycholog hinzusetzt, der Seele, d. i. ein Verhalten derselben gegen einen äusseren Reiz umwandelt. Aber es treten an ihre Stelle die hypothetisch gedachten Beschaffenheiten der Structur der Körper, die sie zur Absorption einiger und zur Reflexion andrer Strahlen geeignet machen. Und wenn diese Structur wieder auf Lagebeziehungen der kleinsten Theile der Körper beruht, in welchen sich diese durch anziehende und abstossende Kräfte erhalten, so müssen jene Theile, um als Kräfte in sehr verschiedener Weise auf einander wirken zu können, bestimmte Beschaffenheiten haben. Eben so muss andrerseits die Seele, um den Reizen des Sehnervs entsprechend die Empfindung der Farben, denen des Hörnervs gemäss die der Töne zu erzeugen, eine bestimmte Qualität haben, um sich gegen die qualitativ verschiedenen Reize verschieden verhalten zu können. Mit der fortschreitenden Erkenntniss der Objecte ändern sich allerdings unsre Begriffe von ihnen und mit ihnen ihre constitutiven Merkmale, in Wegfall aber kommen sie niemals, denn jede relative Beschaffenheit setzt in letzter Instanz eine absolute voraus, gleichviel ob diese uns gegeben ist oder nur gedacht werden kann.

§ 32.

Zur vollständigen Auffassung der Beziehung zwischen den Beschaffenheiten zweier Begriffe *A*, *B* muss zu der Bestimmung dessen, was *A* im Verhältniss zu *B*, noch hinzukommen die Bestimmung dessen, was *B* im Verhältniss zu *A* ist, so dass also jeder von beiden Begriffen zum Subject eines Verhältnisses gemacht

wird. Jede Beziehung zwischen zwei Beschaffenheiten besteht daher aus zwei Verhältnissen, von denen jedes das umgekehrte (*ratio inversa*) des andern ist, welches nun in dieser Stellung das directe (*ratio directa*) heisst. Hieraus entspringen reciproke Eigenschaften, die in Wechselbeziehung zu einander stehen, daher Wechselbegriffe (*correlata*) heissen. Bilden drei gleichartige Begriffe A, B, C eine geordnete Reihe, so dass A und C unter dem gemeinsamen Gattungsbegriff einander conträr entgegengesetzt sind, und ist der mittlere Begriff B so beschaffen, dass A sich verhält zu B, wie B zu C, so verhält sich offenbar auch C zu B wie B zu A. Es ist also das Verhältniss von B zu A das umgekehrte von B zu C, und es steht demnach der mittlere Begriff zu jedem der beiden äusseren im umgekehrten Verhältniss als zu dem andern. Hieraus erklärt es sich, dass reciproke Verhältnisse und Eigenschaften auch entgegengesetzte genannt werden.

Die in der Anmerkung zum vorigen Paragraph gegebenen Beispiele gehören grösstentheils auch hierher. Man kann noch hinzufügen: rechts und links, vorn und hinten, oben und unten, vorwärts und rückwärts, Einnahme und Ausgabe, Einfuhr und Ausfuhr, Gewinn und Verlust u. s. w. Ein und derselbe Körper kann im Verhältniss zu einem zweiten in demselben Grade weich, klein, leicht, wie im Verhältniss zu einem dritten hart, gross, schwer erscheinen, eine Kraft gegen eine zweite in demselben Grade schwach, wie gegen eine dritte stark u. s. f. Hier ist auch der Ursprung der entgegengesetzten Grössen, welche, wie schon Gauss (Göttinger gel. Anzeig. 1831. St. 64) bemerkt hat, entstehen, wenn nicht „Substanzen," sondern „Relationen" gezählt werden, die sich durch Vertauschung der Ordnung der Glieder umkehren lassen. Man sollte daher, nach Gauss, nicht sowohl von positiven und negativen, als vielmehr von directen und inversen Zahlgrössen reden. Die Null, welche beide scheidet, kann als die Beziehung des diese Stelle einnehmenden Gegenstandes auf sich selbst angesehen werden. Auch der Ursprung der imaginären Grössen aus den entgegengesetzten lässt sich nach Gauss aus der Gleichheit der Relation erklären, die zwischen der positiven Einheit $+1$ und der imaginären $i = \sqrt{-1}$ einerseits und zwischen dieser und der negativen Einheit -1 andrerseits besteht, so dass die imaginäre Einheit als die definirt wird, zu welcher die positive in demselben Verhältniss steht, wie sie selbst, die imaginäre, zur negativen Einheit, woraus, wenn man diese Gleichheit der Verhältnisse arithmetisch ausdrückt, die Proportion

$$+1 : i = i : -1$$

entsteht, und aus dieser $i = \pm\sqrt{-1}$ folgt.

§ 33.

Wenn zwei Objectsbegriffe A und B hinsichtlich irgend welcher inneren Merkmale die reciproken Eigenschaften α und β haben, so entstehen aus ihnen mittels der Determination durch diese Eigenschaften Arten von ihnen, $A\alpha$ und $B\beta$, also Objectsbegriffe, die sich selbst zu einander reciprok verhalten, daher ebenfalls Wechselbegriffe sind. Auf diese Weise wird die Wechselbeziehung, die ursprünglich zwischen Beschaffenheitsbestimmungen statt fand, auch auf die Objectsbegriffe, denen diese zukommen, übergetragen. Da übrigens das Denken auch jede Eigenschaft als ein Object betrachten kann, was sich sprachlich durch substantive Setzung ausdrückt, so verführen solche Substantive leicht zu dem Irrthum, Beziehungsbegriffe für Objectsbegriffe zu halten.

Lehrer und Schüler, Herr und Diener, Mutter und Kind, Gatte und Gattin, Gläubiger und Schuldner sind reciproke Objectsbegriffe; keiner kann ohne den andern gedacht werden. Der Lehrer ist zwar ein wissender Mann, der Schüler etwa ein unwissender Knabe, aber zum Lehrer wird jener durch das Geben, zum Schüler dieser durch das Empfangen des Wissens. Eben so giebt der Herr und empfängt der Diener Lohn. Hier findet aber sogar noch die zweite Reciprocität statt, dass der Herr die Dienste des Dieners empfängt und dieser sie giebt. — Was den zweiten Punkt des Paragraphs betrifft, so scheint sprachlich das Substantiv Ehe einen Objectsbegriff zu bezeichnen. Es drückt aber eine Beziehung zwischen Gatten und Gattin aus; ebenso Vertrag zwischen Berechtigten und Verpflichteten, Krieg zwischen dem angreifenden und dem sich vertheidigenden Theil. Aehnliches gilt von Handel, Kauf, Miethe u. s. w. Ebenso sind Entfernung und Lage Beziehungsbegriffe zwischen räumlichen Objecten, z. B. der Winkel eine Lagebeziehung zwischen zwei divergirenden Richtungslinien u. s. f.

§ 34.

Die ursprünglich der Vergleichung der Beschaffenheiten von Objecten abgewonnene Unterscheidung von Gattungen und Arten findet auch auf die Beziehungen zwischen diesen Beschaffenheiten Anwendung. Die Beziehung zwischen zwei Gattungsbegriffen verhält sich nämlich zu der Beziehung zwischen zwei Arten derselben selbst wie die Gattung zur Art. Denn zu der Beziehung zwischen den Merkmalen der Gattung kommt dann noch eine Beziehung zwischen den eigenthümlichen Merkmalen der verglichenen Arten derselben, welche jene erstere Beziehung determinirt und da-

durch eine Art derselben bildet. Hiernach versteht es sich von selbst, dass auch Beziehungsbegriffe nicht blos einen Inhalt haben (der eben in der in ihnen enthaltenen Beziehung zwischen Beschaffenheiten von Objecten besteht), sondern auch einen Umfang, und dass die über das Verhältniss zwischen Inhalt und Umfang nachgewiesenen Sätze auch hier gelten.

Die Ehe z. B. als eine Beziehung zwischen Gatten und Gattin wird, wenn der eine Theil katholischer, der andere evangelischer Confession ist, zu einer gemischten, oder wenn die eine Person von fürstlicher Geburt ist, die andre von nicht fürstlicher, zu einer morganatischen. Ferner ist die Ehe entweder ein blosser bürgerlicher Consensualvertrag (Civilehe), oder ein von der Kirche noch überdies geheiligter (kirchlich sanctionirte Ehe). Im ersten Falle werden die sich verehelichenden Personen nur als Glieder der bürgerlichen Gemeinde, im zweiten zugleich als Glieder der kirchlichen gedacht. — Als ein andres Beispiel kann der Handel dienen. Er mag im allgemeinen als eine Beziehung zwischen Verkäufer und Käufer bezeichnet werden, wobei es für den vorliegenden Zweck nicht nöthig ist, auf die nähere Bestimmung der Begriffe Kauf und Verkauf einzugehen. Es ist aber weiter entweder 1) der Verkäufer der Producent und der Käufer der Consument der Waare, wie z. B., wenn der Bürger den Bauern die Lebensmittel, die er verbraucht, abkauft. Oder es ist 2) der Verkäufer zwar der Producent, aber der Käufer Wiederverkäufer; und zwar entweder a) Einzelverkäufer an den Consumenten, oder b) Grosshändler, der an den Einzelverkäufer, oder auch c) an einen zweiten Grosshändler verkauft, der hierdurch zum Zwischenhändler wird. Oder es ist 3) der Verkäufer nicht der Producent, sondern a) Wiederverkäufer, die Waare sein erkauftes Eigenthum, der Handel Eigenhandel für eigne Rechnung, oder b) er verkauft die Waare in fremdem Auftrag, für Rechnung eines Andern, Commissionshandel u. s. f.

§ 35.

Die Setzung jedes Beziehungsbegriffs im Denken (§ 31) ist bedingt, abhängig (dependent) von der Setzung derjenigen Begriffe, deren Beschaffenheitsverhältnisse seinen Inhalt bilden. Sie heissen seine Bedingungen (*conditiones*), er selbst im Verhältniss zu ihnen ein Bedingtes (*conditionatum*). Jede Bedingung ist daher eine nothwendige Voraussetzung des Beziehungsbegriffs, ohne welche dieser nicht gedacht werden kann, und heisst darum eine Bedingung der Möglichkeit (*conditio sine qua non*) desselben. Wirklich gesetzt wird aber der Beziehungsbegriff nicht durch eine einzelne oder einige seiner Bedingungen, sondern

durch die Zusammensetzung (Synthesis) aller. Er ist daher die Folge der Synthesis der Bedingungen, und diese der Grund seiner Setzung.

Die Ehe setzt einen Mann und ein Weib voraus, die nach derjenigen sittlichen und sinnlichen Vereinigung der Geschlechter, in welcher die Ehe besteht, gegenseitig Verlangen tragen. Die gerichtliche Klage setzt voraus Kläger, Beklagten und Richter, ferner eine, wenigstens vermeintliche Rechtsverletzung, ein Gesetz, nach dem das Urtel erfolgt, u. s. w. Aber nur durch die Synthesis dieser Voraussetzungen ist die betreffende Beziehung gegeben, gesetzt. — Die einzelnen Bedingungen der Möglichkeit eines Schattens sind ein dunkler und undurchsichtiger, den Schatten werfender Körper, ein zweiter ihn beleuchtender, und eine Fläche, auf der der Schatten zur Erscheinung kommt. Diese Bedingungen sind nicht etwa blos empirisch gefunden, sondern das Denken erkennt, dass der Schatten eine nothwendige Folge ihrer Synthesis ist. Durch den leuchtenden und beleuchteten Körper ist nämlich, vermöge der geradlinigen Ausstrahlung des Lichtes und der Undurchsichtigkeit und Dunkelheit des beleuchteten Körpers, auf der Seite desselben, die dem beleuchtenden abgewandt ist, ein lichtloser Raum, der Schattenkegel gesetzt, und durch die ihn durchschneidende Fläche der Schatten als ein begrenzter dunkler Theil der übrigens erleuchteten Fläche gegeben. Der Schatten ist aber ein Beziehungsbegriff, denn er ist eben der Schatten eines Körpers.

§ 36.

Da die Unterscheidung von Gattungen und Arten auch auf Beziehungen anwendbar ist (§ 34), so sind auch die diesen zu Grunde liegenden Bedingungen theils generelle theils specielle. Durch die generelle Bedingung nämlich wird die Gattung, durch die specielle der Artunterschied des Beziehungsbegriffs gesetzt. Insofern eine generelle Bedingung einer Mehrheit von Beziehungen zu Grunde liegt, kann sie auch ihre gemeinsame Grundbedingung (*conditio fundamentalis*), jede der hinzukommenden speciellen Bedingungen die Mitbedingung (*conditio accidentalis*) der dadurch gesetzten besondern Beziehung genannt werden. Die Gesammtheit der letzteren, der Fälle, in welchen die Grundbedingung statt findet, stellen dann den Umfang der Geltung derselben dar.

Wenn im letzten Beispiel zum vorigen § der beleuchtete Körper eine dünne kreisförmige Scheibe ist, so kann sein Schatten auf einer ebenen Fläche entweder eine begrenzte Gerade, oder ein Kreis, oder eine Ellipse, Parabel, Hyperbel seyn. Dies sind verschiedene Arten des Schattens, deren generelle Bedingung die zuvor angegebene Synthesis von Bedingungen eines Schattens

überhaupt ist, nur mit dem Zusatz, dass hier die Fläche eine ebene seyn soll. Die speciellen Bedingungen sind aber die verschiedenen Neigungen der Kreisscheibe gegen die Ebene, auf der der Schatten abgeschnitten wird.

§ 37.

Kommt zu einer generellen Bedingung *A* zuerst eine specielle *a*, dann eine zweite specielle *b* u. s. f., so entstehen complicirte Bedingungen, die *A* untergeordnet sind und eine Reihe bilden, in welcher complicirte Bedingungen höherer und niederer Ordnung unterschieden werden können. Gilt nun *A* für *n* Fälle, so wird durch Hinzutritt von *a* eine Anzahl dieser Fälle, die unter anderen speciellen Bedingungen stehen, ausgeschlossen, und die complicirte Bedingung *Aa* gilt für weniger Fälle als *A*. Dasselbe wiederholt sich, wenn *b* hinzukommt, so dass die Bedingung *A a b* wieder für weniger Fälle gilt als *A a*. Je complicirter also eine Bedingung im Vergleich mit einer andern ist, zu der sie im Verhältniss der Unterordnung steht, um so kleiner ist der Umfang ihrer Geltung. Ebenso erhellt, dass, wenn von zwei Bedingungen der Umfang der Geltung der einen nur ein Theil desjenigen der andern ist, die erstere die complicirtere seyn muss.

Durch die verschiedenen Zahlen der Augen auf den sechs Flächen zweier Würfel *A* und *B* ist die Zahl ihrer Combinationen bedingt. Sie ist gleich 36; denn jede der 6 Zahlen auf *A* kann mit jeder der 6 Zahlen auf *B* verbunden werden. Es giebt also 36 verschiedene Fälle, in welchen die Bedingung, Combination der Zahlen auf *A* und *B*, erfüllt ist. Kommt die Bedingung hinzu, dass die combinirten Zahlen ungleich seyn, die gleichen also ausgeschlossen werden sollen, so reducirt sich die Zahl der Fälle auf 30. Kommt endlich noch die Bedingung hinzu, dass die Summe dieser ungleichen Zahlen grösser als 7 seyn soll, so bleiben nur 12 Fälle übrig. Mit der Zunahme der Bedingungen vermindert sich also die Zahl der Fälle, die ihnen entsprechen, und damit der Umfang der Geltung dieser Bedingungen.

§ 38.

Jede Bedingung, von welcher die Setzung eines Begriffs abhängt, kann selbst wieder durch die Voraussetzung eines andern Begriffs bedingt seyn, der dann zur mittelbaren Bedingung des Bedingten wird. Hiernach sind nähere und entferntere Bedingungen und Stufen der Abhängigkeit der Setzung der Begriffe

zu unterscheiden. Schlechthin unbedingt ist kein Beziehungsbegriff. Denn wenn derselbe auch nicht durch die Synthesis anderer Beziehungsbegriffe bedingt ist, so setzt er doch immer zwei Objectsbegriffe voraus, durch deren wechselseitiges Beschaffenheitsverhältniss die Beziehung gegeben ist. Bei einfachen Beziehungsbegriffen die allen andern zu Grunde liegen, lässt sich jedoch nicht die Beschaffenheit von den Verhältnissen des Bezogenen absondern. — Man nennt das Denken, welches vom Bedingten zu seinen Bedingungen übergeht, das regressive oder aufsteigende Denken und das, welches die umgekehrte Richtung einschlägt, das progressive oder herabsteigende.

Die gemeinsamen Bedingungen der Ellipse, Parabel und Hyperbel sind ein Kegel und eine diesen schneidende Ebene. Aber der Kegel ist wieder bedingt durch einen Kreis, einen ausserhalb der Ebene desselben liegenden Punkt und die durch diesen und den Umfang des Kreises gehende, die Kegelfläche erzeugende Gerade. Der Kreis ist wieder bedingt durch seinen Mittelpunkt, Halbmesser und seine Ebene, der Halbmesser durch seine zwei Endpunkte u. s. w. — Durch die Stufen der Abhängigkeit erhält jeder Beziehungsbegriff seinen Stammbaum. Was Genealogie der Beziehungsbegriffe ist, lernt man am besten aus der Mathematik. Mehreres hierüber wird im zweiten Theile dieses Lehrbuchs vorkommen. Eine „Analytik der Erkenntniss“, wie sie Lambert in seiner „Architektonik oder Theorie des Einfachen und Ersten in der philosophischen Erkenntniss“ versuchte, und vor ihm Leibniz durch seine *Characteristica universalis* zu geben gedachte, müsste allerdings ein System aller einfachen Beziehungsbegriffe enthalten. Die Kategorien des Aristoteles: *οὐσία* das Einzelding, *ποσόν* Grösse, *ποιόν* Beschaffenheit, *πρός τι* Verhältniss, *ποῦ* Wo, *πότε* Wann, *κεῖσθαι* Lage, *ἔχειν* Haben, *ποιεῖν* Thun, *πάσχειν* Leiden, sind mit Ausnahme der ersten und, mit gewisser Beschränkung, der dritten, zwar Beziehungsbegriffe, aber nicht einfache. Sie sollen vielmehr die höchsten Gattungen von Beziehungen bezeichnen. Aehnliches gilt von den Kategorien Kant's, wenn sie auch in seiner Theorie der Erkenntniss eine andere Stellung als die aristotelischen einnehmen.

§ 39.

Wenn im Vorstehenden sich mehrfache Analogien zwischen den Verhältnissen der Objectsbegriffe zu ihren Merkmalen und der Beziehungsbegriffe zu ihren Bedingungen gezeigt haben, so klärt sich dies dadurch auf, dass es in der That ein und dasselbe Verhältniss ist, welches in den analytischen und synthetischen Begriffsformen

nur in verschiedener Weise seinen Ausdruck findet. Es ist nämlich das Verhältniss des Grundes zur Folge, dessen nähere Untersuchung auf jene zwei Classen von Begriffsverhältnissen zurückführt. Die Folge soll hervorgehen aus dem Grunde, zugleich aber auch von ihm verschieden seyn, etwas Neues hinzubringen; sie muss also im Grunde enthalten, und kann doch auch nicht in ihm enthalten seyn. Dieser Widerspruch löst sich nur, wenn der Grund kein einfacher Begriff ist, sondern ein Vieles und Mannigfaltiges enthält. Dieses ist nun entweder im Grunde zu einem Ganzen vereinigt. Dann kann die Folge nur in der Absonderung eines Theiles dieses Ganzen von den übrigen Theilen bestehen. Sie ist in diesem Falle nur insofern etwas Neues, als das, was sie absondert, in dem Grunde mit den übrigen Theilen verbunden ist. Oder zweitens, das Mannigfaltige ist im Grunde noch nicht verbunden, und die Verbindung, die Zusammensetzung des im Grunde einzeln Gesetzten ist das Neue, was die Folge giebt. Diese kann daher im ersten Falle eine analytische, im zweiten eine synthetische Folge heissen. Der erste dieser beiden Fälle findet statt bei der Absonderung der Gattungen und Artunterschiede als Folgen ihrer Objectsbegriffe, der zweite entspricht dem Verhältniss der Beziehungen zu ihren Bedingungen; denn die Beziehungen sind die Folgen der Zusammensetzung ihrer Bedingungen.

Das Verdienst, das Verhältniss des Grundes zur Folge zuerst in sein wahres Licht gesetzt zu haben, gebührt Herbart. Der Satz, dass der Grund niemals etwas schlechthin Einfaches seyn kann, hat nicht nur für das logische Denken, sondern auch für jede Art der durch Denken vermittelten Erkenntniss eine grosse Wichtigkeit und Tragweite. Ueberall wo einem Bedingten nur Eine Bedingung zu Grunde zu liegen scheint, zeigt sich bei näherer Untersuchung, dass noch eine oder mehrere dazu gehören, und wo aus Einem Vieles zu werden scheint, dass dieses Eine entweder schon eine versteckte Vielheit in sich beschliesst, oder zu ihr noch Andres hinzukommt. Man findet wol z. B. im Sonnenschein den Grund des Schattens, den der Gnomon der Sonnenuhr wirft, aber der Gnomon und die Fläche, auf welche der Schatten fällt, vervollständigt erst den Grund. Die Zahl Zwei lässt sich in zwei Einheiten zerlegen, aber nur, weil sie diese schon verbunden enthält. Aus einem Viereck können zwei Dreiecke werden, aber nur, wenn die Diagonale hinzukommt. — Die Bedeutung des Begriffs des Grundes mit seiner Folge für die Erkenntniss nach ihrem ganzen Umfange zu würdigen, ist jedoch nicht mehr Sache der Logik, sondern der Metaphysik. Zwar wird an einer späteren Stelle noch die Unter-

scheidung von Erkenntnissgründen und Erklärungsgründen zur Sprache kommen. Dagegen fällt schon die Erörterung des Begriffs der Ursache, der offenbar dem des Grundes untergeordnet ist, nicht mehr der Logik als Aufgabe zu. Denn ob Ursachen und Wirkungen nur einen Gedankenzusammenhang der Erscheinungen, oder einen wirklichen Zusammenhang der Dinge bedeuten, hängt offenbar mit der Frage nach dem Verhältniss zwischen Denken und Seyn zusammen. Wem Beides für identisch gilt, der muss freilich Spinoza's Satz: *ordo et connexio idearum idem est ac ordo et connexio rerum*, unterschreiben. Aber dieses Identitätsprincip ist nichts weniger als ein unumstössliches Axiom, vielmehr nur eine kühne Behauptung, die vor einer nüchternen Kritik nicht bestehen kann.

Es ist, mit einer sogleich näher anzugebenden Beschränkung im allgemeinen unbedenklich, zu sagen, dass die Folge *implicite*, nicht aber *explicite* im Grunde enthalten sey. Wenn wir z. B. sagen: hier ist eine Centifolie, folglich eine Blume, oder: hier sind zwei sich treffende Gerade gegeben, folglich ein Winkel, so liegt der Begriff der Blume in dem der Centifolie, und ist mit den beiden Geraden der Winkel gesetzt. Aber dort wird doch erst durch die Absonderung der Gattung Blume von den Artunterschieden der Centifolie jene zur Folge von dieser, und eben so entsteht der Winkel doch erst aus der Beachtung des Richtungsunterschiedes der beiden Geraden. Erst die vollzogene Trennung oder Verbindung der Elemente des Grundes giebt die Folge. Allerdings aber lässt sich einwenden, dass ohne diese Trennung oder Verbindung die resp. verbundenen oder isolirten Elemente noch nicht der ganze und vollständige Grund sind. Rechnet man aber Trennung und Verbindung der Elemente mit zum Grunde, so ist die Folge von diesem nicht mehr verschieden. In der That lässt sich der vollständige Grund von seiner Folge nur noch dadurch unterscheiden, dass man ihn als die werdende Trennung oder Verbindung seiner Elemente, die Folge aber als die gewordene ansieht.

Zweiter Abschnitt.

Von den Formen der Urtheile.

§ 40.

Nach § 9 ist das Urtheil (*judicium*) eine Aussage (*enunciatio*) über die Beschaffenheit eines Begriffs und seinen Zusammenhang mit andern, welche zum Bewusstseyn bringt, was in ihm gedacht oder nicht gedacht wird, und welche andre Begriffe mit ihm im Denken zu setzen oder nicht zu setzen sind. Jedes Urtheil besteht demnach aus drei Stücken: 1) aus dem Subject,

dem Begriff, über welchen die Aussage ergeht; 2) aus dem Prädicat, dem Begriff, der das enthält, was von dem Subject ausgesagt wird; 3) aus der Copula, der Form der Aussage, die entweder eine bejahende oder verneinende ist, das Prädicat dem Subject beilegt oder abspricht. Subject und Prädicat zusammengenommen nennt man die Materie des Urtheils. Die Form desselben beruht zunächst auf der bejahenden oder verneinenden Qualität der Copula, welcher gemäss als die Grundeintheilung der Urtheile die in bejahende (*judicia affirmativa*) und verneinende (*judicia privativa s. negativa*) anzusehen ist.

Es ist nicht leicht, eine einfachere Erklärung des Urtheils zu geben als die vorstehende. Immer fällt sie, wenn sie deutlich seyn soll, dualistisch aus, theils weil jedes Urtheil entweder bejaht oder verneint, theils weil es sich entweder auf die Beschaffenheit oder auf den Zusammenhang der Begriffe bezieht. Es ist nicht falsch, die Urtheile als die Formen der unmittelbaren Verknüpfung der Begriffe zu erklären, vorausgesetzt jedoch, dass man unter der Verknüpfung auch die Trennung mitversteht und hinzufügt, dass beides sich nach der Beschaffenheit und den gegebenen Verhältnissen der Begriffe richtet. In der That liegen diesen Verknüpfungen die im vorigen Abschnitt entwickelten Begriffsformen zu Grunde und bestimmen, wie sich zeigen wird, die verschiedenen Formen der Urtheile. Diese bringen nur zum Bewusstseyn, sagen aus, was in den Begriffen und ihren Verhältnissen liegt. Wenn man mit Herbart das Urtheil als die Antwort auf die Frage, ob zwei gegebene Begriffe sich mit einander verknüpfen lassen oder nicht, ansieht, so scheint dasselbe auf einem blos zufälligen Zusammentreffen der Begriffe im Bewusstseyn zu beruhen, was nicht richtig ist. Denn das Subject zieht sein Prädicat nach sich. Selbst wenn dieses verneint wird, muss ein Motiv zur Verneinung vorhanden seyn, so dass der Anspruch des Prädicats auf Verknüpfung mit dem Subject durch die Verneinung zurückgewiesen wird. Es können zwar Fragen aufgeworfen werden, wie etwa die: ist die Seele sauer oder nicht? Und die Antwort: die Seele ist nicht sauer, ist ein richtiges Urtheil. Aber die Fragestellung dem Zufall oder der Willkür zu überlassen, und somit diese zum Princip zu machen, kann doch nicht wissenschaftlich gerechtfertigt werden.

§ 41.

Ist in dem Urtheil das Prädicat P eine Beschaffenheitsbestimmung des Subjects S, sagt also das Urtheil über das Subject etwas aus, was dieses ist oder nicht ist, so entsteht die kategorische Urtheilsform

S ist (ist nicht) P.

Drückt dagegen das Urtheil aus, dass das Prädicat mit dem Subject nur in irgend welchem äusseren oder inneren Zusammenhange, dass es in Beziehung zu ihm steht oder nicht steht, so ergiebt sich die hypothetische Urtheilsform

wenn S ist, so ist (ist nicht) P,

welche so viel bedeutet als:

mit S ist (ist nicht) P gesetzt.

Man nennt diese Unterscheidung zwischen kategorischen und hypothetischen Urtheilsformen, da sie auf der Verschiedenartigkeit der Bedeutung beruht, die das Prädicat für das Subject hat, die Eintheilung der Urtheile hinsichtlich ihrer Relation. Es sind dies jedoch nur die einfachsten Grundformen zweier Classen von Urtheilsformen, die wir als Formen der Beschaffenheitsurtheile und der Beziehungsurtheile bezeichnen wollen.

„Der Diamant ist ein Edelstein, ist Kohlenstoff, wasserhell, oktaedrisch" u. s. w., dies sind kategorisch bejahende Urtheile; „der Diamant ist nicht Diamantspath, kein Quarz, nicht farbig" oder: „Klugheit ist nicht Weisheit, Pantheismus nicht Atheismus, der Maulwurf nicht blind" u. dgl. sind Beispiele von kategorisch verneinenden Urtheilen. Als Beispiele von hypothetischen Urtheilsformen mögen vorläufig genügen: „wenn Sonnenschein ist, so ist es hell; wenn Nacht ist, so ist es dunkel; wenn es blitzt, so donnert es; wenn es wetterleuchtet, so donnert es nicht; mit dem Mondwechsel ist nicht Wetteränderung verbunden, mit Reichthum nicht Glück." Oft wird auch das „wenn" mit „wo" vertauscht, z. B.: wo Rauch ist, da ist Feuer; wo Schatten, da ist Licht u. s. w. —

Für kritische Leser mögen schon hier folgende vorläufige Bemerkungen eine Stelle finden. In der zweiten Auflage dieses Lehrbuchs wurde das kategorische Urtheil als die Grundform der analytischen, das hypothetische als die der synthetischen Urtheile betrachtet. Dies trifft jedoch nicht genau zu, da solche synthetische Urtheile, in welchen das Prädicat ein äusseres Merkmal des Subjects ist, also nicht in ihm liegt, sich in kategorischer Form ausdrücken lassen. Kant selbst, der zuerst die synthetischen Urtheile von den analytischen unterschied, erläutert diesen Unterschied durch die Beispiele: alle Körper sind ausgedehnt, und alle Körper sind schwer, von welchen ihm das erste als analytisches, das zweite als synthetisches Urtheil gilt, weil nach ihm Ausdehnung schon ein Merkmal des Begriffs eines Körpers überhaupt, die Schwere dagegen erst eine durch die Erfahrung gegebene Eigenschaft des (physischen) Körpers ist. Fasst man dagegen, wie im obigen Paragraph, das kategorische Urtheil auf als eine Beschaffenheitsbestimmung des Subjects durch das Prädicat, so ist es gleichgiltig, ob letzteres ein inneres oder äusseres Merkmal des ersteren ist, ob es in dem Subject liegt, oder nur dessen Be-

schaffenheit im Verhältniss zu der eines andern Begriffs ausdrückt, ja ob es zur Nachweisung desselben als einer Eigenschaft des Subjects vielleicht erst noch einer weiteren Vermittelung bedarf. Das Eigenthümliche des hypothetischen Urtheils aber ist, dass es einen Zusammenhang der Setzung des Prädicats mit der des Subjects, daher eine Beziehung zwischen beiden, in dem oben angegebenen Sinne ausdrückt. — Man hat den ganzen Unterschied zwischen kategorischen und hypothetischen Urtheilen als einen blos sprachlichen gelten lassen wollen. Wäre dies richtig, so müsste jedes hypothetische Urtheil sich in kategorischer, jedes kategorische in hypothetischer Form ausdrücken lassen. Dass das erstere durchaus nicht allgemein gelingt, wird schon der Versuch zeigen, die obigen Beispiele von hypothetischen Urtheilen in kategorische umzuwandeln. Freilich kann man wol auch sagen: der Donner ist eine Folge des Blitzes, und: die Wetteränderung ist keine Folge des Mondwechsels; aber solche kategorische Sätze sind doch nur verdeckte hypothetische Urtheile. Anders steht es mit der Umwandelung der kategorischen Urtheile in hypothetische. Man kann z. B. dem kategorischen Urtheil: das gleichseitige Dreieck ist gleichwinklig, auch die hypothetische Form geben: wenn ein Dreieck gleichseitig ist, so ist dasselbe auch gleichwinklig; und allgemein kann man jedes kategorische Urtheil: *S* ist *P*, wenn man *S* in seine Gattung *A* und seinen Artunterschied *B* auflöst, in die hypothetische Form umwandeln: wenn *A* .. *B* ist, so ist auch *A* .. *P*. Es ist dies aber kein rein hypothetisches Urtheil, sondern ein kategorisch-hypothetisches, welches die Setzung des kategorischen Urtheils: *A* ist *P*, abhängig macht von der Setzung des gleichfalls kategorischen: *A* ist *B*; es enthält also dieses Urtheil sogar zwei kategorische. — Es wird ferner weiter unten (§ 55) gezeigt werden, dass der Unterschied beider Urtheilsformen sich nicht auf den des Unbedingten und Bedingten zurückführen lässt, dass das kategorische Urtheil: *S* ist *P*, das Subject *S* nicht unbedingt setzt, sondern dasselbe vielmehr nur soviel bedeutet als: wenn *S* ist, so ist *S* .. *P*. Aber auch dadurch geht das kategorische Urtheil nicht in dem hypothetischen auf, da ja diese Form wieder das kategorische Urtheil: *S* ist *P*, enthält. Nur soviel kann zugegeben werden, dass unter die Form: mit *S* ist *P* gesetzt, sich nicht blos das hypothetische, sondern auch das kategorische Urtheil bringen lässt. Denn wenn *P* eine Beschaffenheitsbestimmung von *S* ist, so wird es freilich immer mit diesem zugleich gesetzt. Gleichwohl betont das kategorische Urtheil nicht, dass *P* zu setzen, wenn *S* gesetzt ist, sondern dass durch *P* das, was *S* ist, näher bestimmt wird. Die Vervollständigung desselben durch den Zusatz „wenn *S* ist", soll nur in Erinnerung bringen, dass diese Urtheilsform nicht die Behauptung enthält, es sey *S*.

I. Formen der Beschaffenheitsurtheile.

§ 42.

Die Beschaffenheitsbestimmung von *S* durch *P* im kategorischen Urtheil betrifft zunächst den Inhalt von *S*. Daher ist in dem

bejahenden Urtheil: *S* ist *P*, das Prädicat *P* entweder ein Gattungsbegriff (eine Kategorie), oder ein Artunterschied, oder eine Eigenschaft (§ 31) des Subjects *S*. Das verneinende Urtheil: *S* ist nicht *P*, begrenzt den Inhalt von *S* nach aussen hin, indem es *S* entweder von einem ihm verwandten Begriff *P* unterscheidet, seine Einerleiheit mit diesem verneint, oder durch Ausschliessung einer Gattung, oder eines Merkmals, oder einer Eigenschaft *P* von dem Inhalt von *S* die Inhaltsbestimmung desselben vorbereitet.

Zur Inhaltsbestimmung eines Begriffs genügt streng genommen die Angabe seiner inneren constitutiven Merkmale (§ 25 u. 31), oder der Gruppirung derselben in Gattung und Artunterschied; doch kann der Inhalt auch mittelbar oder indirect durch äussere Merkmale oder Eigenschaften, wenn auch nicht festgestellt, doch näher bezeichnet werden. So sind nicht nur die Urtheile: das Rechteck ist ein Parallelogramm, dasselbe ist rechtwinklig, sondern auch diese: das Rechteck hat gleiche Diagonalen, hat einen von seinen vier Ecken gleich entfernten Mittelpunkt, Inhaltsbestimmungen des Begriffs Rechteck (zugleich wird hierbei bemerklich, dass, wenn *P* ein inneres oder äusseres Merkmal, die Copula „ist“ häufig mit „hat“ vertauscht werden kann, was nur vom sprachlichen Ausdruck abhängt). Bejahende kategorische Urtheile, in welchen das Prädicat *P* ein inneres Merkmal oder eine Gattung des Subjects ist, heissen, weil sie sich durch Analyse des letzteren ergeben, analytische; wenn dagegen das Prädicat eine Eigenschaft des Subjects bezeichnet, die diesem also nur durch unmittelbare oder mittelbare Beziehung seines Inhaltes auf den eines andern Begriffs zukommt, so heissen solche Urtheile synthetische. — Von den drei in der Anmerkung zum vorigen Paragraph angeführten verneinenden kategorischen Urtheilen „der Diamant ist nicht Diamantspath, ist nicht Quarz, ist nicht farbig“ unterscheidet das erste den Begriff des Diamanten von dem eines verwandten Edelsteins, schliesst das zweite von demselben die Gattung Quarz aus, schliesst das dritte von ihm das Merkmal farbig aus.

§ 43.

Da jeder Begriff *S* in allen seinen Arten als Gattung enthalten, und ein von ihm bejahtes Prädicat *P* entweder eine Gattung, oder ein Artunterschied, oder eine Eigenschaft, also immer eine Bestimmung seines Inhalts ist, so kommt ein solches auch allen Arten von *S* zu, gilt für den ganzen Umfang dieses Begriffs als Prädicat. Hieraus entspringt die allgemein bejahende Urtheilsform

alle *S* sind *P*.

Das verneinende Urtheil: *S* ist nicht *P*, lässt dagegen in Bezug auf den Umfang von *S* folgende drei Auslegungen zu:

kein S ist P,
einige S sind nicht P,
ein einzelnes S ist nicht P.

Denn wenn auch P nicht dem S selbst zukommt, so kann es doch einigen Arten von S, oder mindestens einer einzelnen, vermöge der zu S hinzutretenden Artunterschiede zukommen. In diesem Falle aber, wo also P nicht allen Arten von S nicht zukommt, muss es einigen Arten, oder mindestens einer einzelnen zukommen. Es ist daher mit dem verneinenden Urtheil: nicht alle S sind nicht P, zugleich eine von folgenden bejahenden Urtheilsformen

einige S sind P,
ein einzelnes S ist P,

gegeben. Es ergeben sich also für die bejahenden sowohl als verneinenden kategorischen Urtheile, je nachdem das Prädicat sich auf den ganzen Umfang des Subjects oder nur auf einen Theil desselben bezieht, die drei verschiedenen Formen der allgemeinen (*universalia*), besonderen (*particularia*) und einzelnen (*singularia*) Urtheile, die man auch als die Eintheilung der kategorischen Urtheile hinsichtlich ihrer Quantität bezeichnet.

Wenn man z. B. sagt: der Reiche ist nicht glücklich, Genuss ist nicht sündhaft, so bedeutet dies nicht, dass kein Reicher glücklich, kein Genuss sündhaft sey, denn wer einen weisen Gebrauch von seinem Reichthum zu machen versteht, ist glücklich zu nennen, und verbotener Genuss ist sündlich, also sind nur manche Reiche nicht glücklich, andere glücklich, gewisse Genüsse nicht sündhaft, andere sündhaft. Dagegen sind die Urtheile: die Spitzkugel ist keine Kugel, die Hyäne gehört nicht ins Katzengeschlecht, allgemein verneinende.

Das singuläre Urtheil ist von manchen neueren Logikern als eine eigenthümliche Urtheilsform nicht anerkannt worden. In der That kann man es als einen besonderen Fall der allgemeinen wie der besonderen Urtheile darstellen; ersteres, sofern das individuelle Subject nur selbst in seinem Umfange liegt, also diesen ganz darstellt; letzteres, sofern dasselbe als ein einzelnes Glied des Umfangs eines allgemeineren Begriffes dargestellt wird und also die Form einer Art von diesem annimmt, die jedoch keine weitere Unterart hat. Es kann z. B. in dem Urtheil: Copernicus war der Entdecker des wahren Planetensystems, das Subject Copernicus auch als ein gewisser Canonicus zu Frauenburg bezeichnet werden. Indess sind doch streng genommen beide Auslegungen erkünstelt. Nicht ohne Härte ist es, zu sagen, dass ein Individuum seinen ganzen Umfang darstelle, da es vielmehr, weil keine Arten, so keinen Umfang hat. Ebenso ist die Unterordnung des individuellen Subjects unter seinen Gattungsbegriff der Bedeutung desselben, wie sie durch ein

Nomen proprium oder, mit Hinweisung auf die unmittelbare Wahrnehmung oder Vorstellung, durch ein Pronomen demonstrativum (dieser bestimmte) bezeichnet wird, fremd; es ist dann eben eine Umformung des Urtheils, die zwar zulässig ist, aber doch etwas Anderes an die Stelle des Gegebenen setzt. Schon dies, dass man das singuläre Urtheil sowohl als ein allgemeines wie als ein besonderes betrachten kann, verräth, dass es keinem von beiden vorzugsweise unterstellt werden muss und daher eine gewisse von jenen unabhängige Selbständigkeit hat. Will man ihm die Coordination mit den allgemeinen und besonderen Urtheilen bestreiten, so wird es am richtigsten seyn, es als ein Urtheil ohne Bezeichnung der Quantität anzusehen, wie die kategorischen Urtheile in ihrer einfachsten Form (s. vor. §) es sind.

§ 44.

Die Quantitätsunterschiede der kategorischen Urtheile können auch als Verhältnisse zwischen den Umfängen des Subjects und des Prädicats aufgefasst werden. Das hinsichtlich seiner Quantität unbezeichnete bejahende Urtheil: *S* ist *P*, drückt nämlich im allgemeinen auch aus, dass *S* mit einer Art von *P* identisch ist. Hieraus folgt, dass der ganze Umfang von *S* identisch ist mit einem Theil des Umfangs von *P*, und dass der vollständige Ausdruck des allgemein bejahenden Urtheils lautet:

alle *S* sind einige *P*.

Nur wenn *P* ein Prädicat ist, das *S* ausschliesslich zukommt, ist der Umfang von *S* identisch mit dem ganzen Umfange von *P*, und dann also zu sagen:

alle *S* sind alle *P*.

Eben so ist in dem besonders bejahenden Urtheil im allgemeinen ein Theil des Umfangs von *S* identisch mit einem Theil des Umfangs von *P*, also der vollständige Ausdruck eines solchen Urtheils:

einige *S* sind einige *P*;

und nur wieder in dem besonderen Falle, wo *P* ausschliesslich den „einigen *S*" als Prädicat zukommt, ist ein Theil des Umfangs von *S* identisch mit dem ganzen Umfange von *P*, und lautet das Urtheil vollständig:

einige *S* sind alle *P*.

„Alle Körper sind ausgedehnt" bedeutet: alle Körper sind einiges Ausgedehnte; denn andre Arten desselben sind auch Flächen und Linien. „Alle physische Körper sind schwer" aber bedeutet: alle phys. Körper sind alles

Schwere; denn die Schwere kommt ausschliesslich den physischen Körpern zu. Das Urtheil: „manche Thiere sind klug“ bedeutet, dass manche Thiere nur einiges Kluge sind; denn auch Menschen sind klug. Aber in dem Urtheil: „manche Thiere sind weissblütig“ bezeichnet das Prädicat alles Weissblütige, denn andern Subjecten als gewissen Thierclassen (Insecten und Gewürmen) kommt es nicht zu.

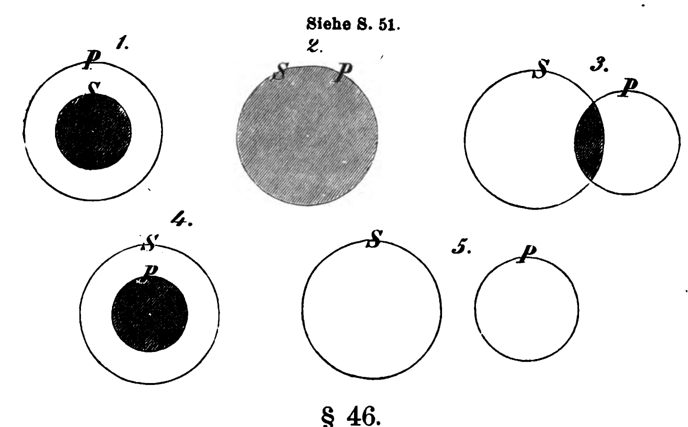
§ 45.

In dem allgemein verneinenden kategorischen Urtheil: kein S ist P, wird der ganze Umfang von S ausgeschlossen von dem ganzen Umfang von P. Dagegen wird im besonders verneinenden Urtheil im allgemeinen nur die Identität einiger S mit einigen P geleugnet, und daher nur ein Theil des Umfangs von S ausgeschlossen von dem Umfange des P, indess ein andrer Theil des ersteren mit einem Theil des letzteren identisch ist. Nur wieder in dem besonderen Falle, wo P ausschliesslich den „einigen S“ nicht zukommt, dagegen andern S zukommt, ist ein Theil des Umfangs von S identisch mit dem ganzen Umfange von P.

Das Urtheil: „kein Fisch hat warmes Blut“ sagt aus, dass alle Fische von allem Warmblütigen ausgeschlossen sind. „Manche Wasserthiere legen nicht Eier“ schliesst einen Theil des Umfangs des Begriffs „Wasserthier“ von dem Umfange des „Eierlegenden“ aus, indess ein andrer Theil (z. B. Walfisch, Delphin, Pottfisch) mit einem Theil jenes Umfangs zusammenfällt. Aber in dem Urtheil: „manche Gelehrte sind nicht classisch gebildet“ ist zwar ebenfalls nur ein Theil des Subjectsumfangs des „Gelehrten“ ausgeschlossen von dem Umfang des Prädicats „classisch gebildet“, aber der andere Theil fällt nicht mit einem Theil dieses Prädicatsumfangs, sondern mit dem ganzen zusammen; denn der Classischgebildete ist als solcher immer ein Gelehrter.

Wenn man die Umfänge der Begriffe, wie oben (§ 26. Anm. 2), durch Flächen von Kreisen versinnlicht, so lassen sich die in den beiden vorstehenden Paragraphen unterschiedenen Hauptformen der bejahenden und verneinenden kategorischen Urtheile sehr anschaulich durch umstehende Figuren darstellen, in welchen die schraffirten Partien die Theile der Umfänge von S und P anzeigen, die mit einander zusammenfallen. Es stellen daher Fig. 3 u. 4 sowohl besonders bejahende als besonders verneinende Urtheile dar, Fig. 1. u. 2 die beiden Formen des allgemein bejahenden, Fig. 5 das allgemein verneinende Urtheil. Es muss aber hierbei darauf aufmerksam gemacht werden, dass die besonders bejahenden oder verneinenden Urtheile: einige S sind (sind nicht) P, bedeuten, dass nur einigen S das Prädicat P zukommt (nicht zukommt), nicht aber, dass es blos von einigen bekannt ist, in welchem Falle möglicher Weise auch alle P .. S seyn (nicht seyn) könnten.

Siehe S. 51.



§ 46.

Mit oder ohne quantitative Bezeichnung sind kategorische Urtheile, wenn auch bejahend, doch nur unvollständige Inhaltsbestimmungen des Subjects, denn sie geben nur die Gattung oder einen Artunterschied oder überhaupt nur ein einzelnes inneres Merkmal derselben an. Zur vollständigen Inhaltsangabe gehört eine Mehrheit solcher Urtheile, in denen das Subject ein und dasselbe, und nur die Prädicate verschieden sind; also Urtheile der Form: S ist P, S ist Q, S ist R; oder alle S sind P, alle S sind Q, alle S sind R. Man kann eine solche Mehrheit von Urtheilen in ein einziges zusammengesetztes oder conjunctives Urtheil der Form:

S (alle S) ist (sind) sowohl P als Q als R,

zusammenziehen. Ist P der Gattungsbegriff, Q aber und R ein Artunterschied, so entsteht die Form:

S ist ein P, welches Q und R ist.

Die Prädicate P, Q, R müssen hier jedenfalls vereinbare (disparate) Merkmale seyn. In ähnlicher Weise ergeben sich auch zusammengesetzte oder conjunctive negative kategorische Urtheile der Form:

S ist weder P noch Q noch R,

in denen aber P, Q, R sowohl disparate als disjuncte Merkmale oder Begriffe seyn können.

Z. B. die Apfelsine ist kugelrund, orangefarbig und süss; sie ist eine Frucht, die duftig und süss ist; sie ist weder länglichrund noch gelb noch sauer u. s. w.

§ 47.

Tritt an die Stelle der quantitativen Bezeichnung des Umfangs eines Subjects S, dem ein Prädicat P zukommt oder nicht zukommt, die nähere Angabe der Arten L, M, N, für welche dies gilt, so entsteht eine zweite Art zusammengesetzter kategorischer Urtheile, in welchen die Zusammensetzung nicht, wie in der ersten, das Prädicat, sondern das Subject trifft. In bejahender Form nämlich ergiebt sich das copulative Urtheil:

sowohl L, als M, als N ist P;

in verneinender das remotive:

weder L, noch M, noch N ist P.

Copulative und remotive Urtheile zusammengenommen heissen inductive, weil sie durch vergleichende Bestimmung des Gemeinsamen im coordinirten Besonderen oder Einzelnen zu der des Allgemeinen, des Gattungsbegriffs führen (*inducunt*).

Z. B. das bejahende Urtheil: sowohl Theologie, als Jurisprudenz, als Medicin sind angewandte Wissenschaften, führt zu dem allgemein bejahenden: alle Facultätswissenschaften sind angewandte. Ebenso: das verneinende: weder der Walfisch, noch der Delphin, noch der Pottfisch sind Fische, führt zu dem besonders verneinenden: manche fischähnliche Thiere sind nicht Fische. — Wir kommen hierauf bei den Schlüssen zurück.

§ 48.

Die Bestimmung des Umfangs eines Begriffs S wird vorbereitet durch besonders bejahende Urtheile der Form: einige S sind P, andre S sind Q, noch andre S sind R, wo P, Q, R coordinirte Arten von S bedeuten. Sind diese nun vollzählig, wird also durch ihre Gesammtheit der ganze Umfang von S dargestellt, so bildet sich hieraus das divisive Urtheil:

alle S sind theils P, theils Q, theils R,

oder auch das disjunctive:

alle S sind entweder P oder Q oder R,

obwohl dieses letztere, wie weiter unten (§ 54) sich zeigen wird, noch eine andere Bedeutung als die der Umfangsbestimmung von S hat.

Z. B. Die schönen Künste sind theils redende, theils tönende, theils bildende; alle Kegelschnitte sind entweder Ellipsen, oder Parabeln, oder Hyperbeln; alle Körper sind entweder feste, oder flüssige, oder luftförmige.

§ 49.

Der Begriff in seiner ersten Entstehung ist eine noch unbenannte Wahrnehmung, denn jede Benennung bezeichnet schon einen Gattungsbegriff des Benannten. Daher giebt es Urtheile mit unbenanntem, gleichwohl aber der Vorstellung nach völlig bestimmtem Subject. Sie sind Einzelurtheile, deren Subject seine eigenthümliche Benennung durch das Urtheil erst erhält, oder auch dadurch als ein von einem verwandten Begriff unterschiedenes Selbständiges bezeichnet wird, und haben, je nachdem sie bejahen oder verneinen, die Formen:

dies ist P; dies ist nicht P.

Sie können werdende kategorische Urtheile genannt werden. Subject und Copula können in ihnen sogar ganz verschwinden, so dass nur das Prädicat in Form einer Interjection übrig bleibt.

Wir sagen z. B. bei Wahrnehmungen, die uns überraschen: das ist Hagel, Feuerlärm, Kanonendonner! ohne allgemeine Benennung der Wahrnehmung. Oder wir rufen noch kürzer: Feuer! eine Wespe! eine Sternschnuppe! ein Raubvogel! Ebenso verneinend: das ist kein Abendroth, kein Feuerschein, und setzen dann vielleicht hinzu: sondern ein Nordlicht. Das Kind, wenn es in der Nuss keinen Kern findet, ruft: taub! der Arme, wenn er vergebens in seinen Beutel greift: kein Heller! — Die ersten Sprechversuche des Kindes, in denen es die gehörten Namen der Dinge wiederholt, sind solche werdende Urtheile, die man auch enthymematische nennen könnte.

II. Formen der Beziehungsurtheile.

§ 50.

Die Grundform aller Beziehungsurtheile ist (§ 41) das hypothetische Urtheil: wenn S ist, so ist (ist nicht) P. Es drückt, wie schon bemerkt wurde, aus, dass mit der Setzung von S die Setzung von P verbunden oder nicht verbunden ist. Die Setzung von S heisst hier die Voraussetzung (*hypothesis*), die von P die Behauptung (*thesis*), S selbst der im Denken vorangehende Begriff (*praecedens, prior*), P der nachfolgende (*consequens, posterior*). Worauf sich diese bejahte oder verneinte Mitsetzung (Synthesis) des Prädicats mit dem Subject gründet, ist zunächst völlig gleichgiltig. Ein hypothetisches Urtheil ist gegeben, nicht nur, wenn S und P sich wie Bedingung und Bedingtes verhalten, sondern es kann auch um-

gekehrt P die Bedingung und S das Bedingte seyn. Es braucht ferner nicht einen inneren Zusammenhang der Begriffe auszudrücken, sondern dieser kann auch ein blos äusserer, auf Erfahrung, ja sogar ein auf blosser Meinung beruhender seyn.

Zu den Beispielen in der Anmerk. § 41 mögen noch folgende kommen: wenn das Barometer steigt, so wird schönes Wetter; wenn eine Sonnenfinsterniss ist, so ist Neumond; wenn die Schwalben kommen, so wird Frühling; auf die Erscheinung eines grossen Kometen folgt Krieg und Theuerung; auf den Gebrauch von Arzeneimitteln Genesung u. s. w. Auch die von Trendelenburg hervorgehobenen Zweckurtheile, z. B.: damit die Feder der Taschenuhr eine gleichförmige Bewegung hervorbringe, ist die Kette um eine Schnecke gewunden, können wir nur als hypothetische betrachten. Der gewollte Zweck bedingt die Wahl der Mittel zu seiner Erfüllung. Er ist die Voraussetzung; dass die Mittel ihm entsprechen, die Behauptung. Dass das Urtheil: wenn die Kette um eine Schnecke gewunden ist, so ist der Gang der Uhr gleichförmig, ein hypothetisches ist, wird Niemand leugnen. Die Umkehrung giebt das Urtheil: in einem der Fälle, wo eine Uhr einen gleichförmigen Gang hat, ist die Kette um eine Schnecke gewunden. Wird nun die Hypothesis dieses Urtheils als Zweck gewollt, so wird die Thesis eines der Mittel zu seiner Erreichung. — Von den Kriterien der Giltigkeit der Urtheile überhaupt wird erst unter III gehandelt werden. Hier, wie unter I, ist es uns nur um die Bestimmung ihrer Formen zu thun.

§ 51.

Die für die kategorischen Urtheile nachgewiesenen Quantitätsunterschiede gelten auch für die hypothetischen. Denn auch die Setzung von S hat einen Umfang; es lassen sich Fälle unterscheiden, in denen S gesetzt ist, sey es dass S als generelle Bedingung mit mehreren speciellen Bedingungen zusammentreten kann (§ 36), oder dass, wie in empirischen Urtheilen, S wiederholt, von verschiedenen Nebenumständen begleitet, gesetzt ist, ohne dass ein innerer (rationaler) Zusammenhang zwischen seiner Setzung und der von P gegeben ist. Hieraus entstehen nun die Formen der hypothetischen allgemeinen, besonderen und Einzelurtheile:

in allen Fällen (oder immer) wenn S ist, ist (ist nicht) P,
in einigen Fällen (zuweilen) wenn S ist, ist (ist nicht) P,
in einem einzelnen Falle wenn S ist, ist (ist nicht) P.

Aber auch die Setzung von P hat einen Umfang. Es kann daher

mit der Setzung aller oder einiger Fälle, in denen S ist, die Setzung entweder nur einiger oder aller Fälle, wo P ist, verbunden, oder auch nicht verbunden seyn. So entstehen die bestimmteren Urtheilsformen:

mit der Setzung $\left\{\begin{matrix}\text{aller}\\ \text{einiger}\end{matrix}\right\}$ Fälle, in denen S ist, ist verbunden die Setzung einiger (aller) Fälle, in denen P ist;

mit der Setzung aller Fälle, in denen S ist, ist nicht verbunden die Setzung aller Fälle, in denen P ist;

mit der Setzung einiger Fälle, in denen S ist, ist nicht verbunden die Setzung einiger (aller) Fälle, in denen P ist.

Z. B. alle Fälle, wo eine Mondfinsterniss ist, sind verbunden mit einigen Fällen, wo Vollmond ist, aber mit allen Fällen, in denen der Erdschatten den Mond trifft. Mit allen Fällen, in welchem das Barometer sinkt, sind alle Fälle, in denen der Luftdruck abnimmt, aber keiner, in dem er zunimmt oder sich gleichbleibt, verbunden. In einigen Fällen, in denen das Barometer sinkt (z. B. bei Ostwind), bleibt schönes Wetter, in andern nicht; es sind also mit einigen Fällen des Sinkens des Barometers einige Fälle des bleibenden schönen Wetters verbunden. Von einigen Fällen, in denen das Barometer sinkt (z. B. bei Erhöhung des Standorts, oder Eindringen von Luft in das Torricelli'sche Vacuum) sind alle Fälle, in denen sich der Zustand der Atmosphäre ändert, ausgeschlossen.

Die Figuren in der Anmerk. zu § 45 können auch hier zur Versinnlichung dienen. Nur muss man sich jetzt, da nicht mehr an identische Beschaffenheiten, sondern an Zusammensetzen der Begriffe zu denken ist, die gemeinsamen Theile der Kreise nicht als identische, sondern als solche vorstellen, in welchen sich dieselben decken, in denen sie congruiren.

§ 52.

Der Inhalt der Begriffe S und P im hypothetischen Urtheil kann durch conjunctive Urtheile (§ 46) der Form S ist ein A, welches B ist, P ist ein C, welches D ist, näher bestimmt werden. Substituirt man den Begriffen S und P diese Bestimmungen, so erhält man Urtheile der Form:

wenn $A \,..\, B$ ist, so ist (ist nicht) $C \,..\, D$,

oder: wenn $A \,..\, B$ ist, so folgt (folgt nicht), dass auch $C \,..\, D$ sey. Solche Urtheile heissen kategorisch-hypothetische, von welchen die der einfacheren Form: wenn S ist, so ist P, als rein hypothetische unterschieden werden. Es kann aber auch sowohl

ein rein hypothetisches als ein kategorisch-hypothetisches Urtheil zur Hypothesis, ein anderes zur Thesis eines neuen hypothetischen Urtheils gemacht werden. Dann entsteht ein hypothetisch-hypothetisches Urtheil der Form:

Angenommen, dass, wenn *A* .. *B*, so *C* .. *D* ist, so ist, wenn *E* .. *F*, auch *G* .. *H*.

Z. B. die Urtheile: wenn der Sommer warm ist, so ist das Obst süss; wenn die Seiten eines Vierecks gleich sind, so folgt nicht, dass auch die Winkel gleich sind; stellen kategorisch-hypothetische dar. Das Urtheil: angenommen, dass, wenn der Mensch will, er kann, so ist ihm, wenn er in Versuchung kommt, Widerstand möglich; ist ein Beispiel eines hypothetisch-hypothetischen Urtheils.

Es ist zu beachten, dass das kategorisch-hypothetische Urtheil nicht verneinend wird, wenn auch die Hypothesis ein verneinendes Urtheil ist. Z. B. das Urtheil: wenn der innere Bau des menschlichen Körpers auch nicht schön ist, so ist er doch zweckmässig, ist ein bejahendes. Dies gilt auch von den rein hypothetischen, in denen nur die Hypothesis als nichtseyend bezeichnet wird, z. B.: wenn es auch keine Gespenster giebt, so giebt es doch Sinnestäuschungen. Im Uebrigen kann auch die Thesis verneinend seyn, z. B.: wenn auch die Tugend keines Lohnes bedarf, so folgt daraus doch nicht, dass das Laster keine Strafe verdient.

§ 53.

Werden in dem quantitativ bestimmten rein hypothetischen Urtheil die Fälle, in denen *S* ist, oder nicht ist, specificirt, so ergeben sich die copulativen und remotiven hypothetischen Urtheile:

sowohl wenn *L*, als wenn *M*, als wenn *N* ist, ist *P*;
weder wenn *L*, noch wenn M, noch wenn *N* ist, ist *P*.

Sie sind offenbar zusammengesetzt aus den einfachen Urtheilen: wenn *L* ist, so ist (ist nicht) *P*; wenn *M* ist, so ist (ist nicht) *P*; wenn *N* ist, so ist (ist nicht) *P*; und können daher, wie die zusammengesetzten kategorischen in § 47, auch inductive in bejahender und verneinender Form genannt werden. In ähnlicher Weise giebt die Zusammenfassung der Urtheile: wenn *L* nicht ist, so ist auch nicht *P*; wenn *M* nicht ist, so ist auch nicht *P*; wenn *N* nicht ist, so ist auch nicht *P*; die Urtheilsform:

wenn weder *L*, noch *M*, noch *N* ist, so ist auch nicht *P*.

Sind endlich *L*, *M*, *N* vereinbare (disparate) Begriffe, mit denen,

zwar nicht wenn sie einzeln, wohl aber wenn sie **zusammen** gesetzt werden, die Setzung von *P* verbunden ist, so entsteht das **conjunctive** hypothetische Urtheil:

wenn sowohl *L* als *M* als *N* ist, so ist *P*.

Beispiele: sowohl, wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten sammt dem eingeschlossenen Winkel, als wenn alle drei Seiten, als wenn eine Seite und zwei Winkel, als wenn zwei Seiten und der der grösseren von beiden gegenüberliegende Winkel der Reihe nach gleich sind, sind die Dreiecke congruent. Weder wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten beziehungsweise gleich sind, die dritten Seiten aber ungleich, noch wenn zwei Seiten gleich sind, die eingeschlossenen Winkel aber ungleich, noch wenn zwei Winkel gleich sind, eine Seite aber ungleich ist, sind die Dreiecke congruent. Wenn ein Volk weder werthvolle Naturproducte besitzt, noch Ackerbau, noch Viehzucht, noch Industrie treibt, hat es auch keinen Handel. Wenn es regnet, die Sonne scheint, und diese der Regenwand in einer Höhe von nicht mehr als 42° gegenübersteht, so erscheint ein Regenbogen.

§ 54.

Ebenso lassen sich die einfachen Urtheile: wenn *S* ist, so ist (ist nicht) *P*; wenn *S* ist, so ist (ist nicht) *Q*; wenn *S* ist, so ist (ist nicht) *R*, zusammenziehen in die Form:

wenn *S* ist, so ist sowohl (weder) *P*, als (noch) *Q*, als (noch) *R*.

Wenn dagegen nur in einigen Fällen, in welchen *S* ist, *P*, in andern *Q*, in noch andern *R* ist, und *P*, *Q*, *R* disjuncte Begriffe sind, daher die Setzung des einen von ihnen immer die Setzung der beiden andern ausschliesst, so dass also die Urtheile:

wenn *P* ist, so ist weder *Q* noch *R*,
wenn *Q* ist, so ist weder *P* noch *R*,
wenn *R* ist, so ist weder *P* noch *Q*,

gegeben sind, so entsteht das **disjunctive** hypothetische Urtheil:

wenn *S* ist, so ist entweder *P*, oder *Q*, oder *R*.

Hieraus erhellt nun auch, dass dem **kategorischen** disjunctiven Urtheil (§ 48): *S* ist entweder *P*, oder *Q*, oder *R*, die drei kategorisch-hypothetischen:

wenn *S* . . *P* ist, so ist dasselbe weder *Q* noch *R*,
wenn *S* . . *Q* ist, so ist dasselbe weder *P* noch *R*,
wenn *S* . . *R* ist, so ist dasselbe weder *P* noch *Q*,

zu Grunde liegen. — Endlich ergiebt sich auch, dass, wenn *P* ein Prädicat ist, das einem, aber auch **nur einem** der Subjecte *A*, *B*, *C*

zukommt, es aber noch unbestimmt ist, welchem, daher nur die drei kategorisch-hypothetischen Urtheile:

wenn $A\,..\,P$ ist, so ist weder B noch $C\,..\,P$,
wenn $B\,..\,P$ ist, so ist weder A noch $C\,..\,P$,
wenn $C\,..\,P$ ist, so ist weder A noch $B\,..\,P$,

gegeben sind, diese sich in das Urtheil mit disjunctivem Subject:

entweder A, oder B, oder C ist P,

zusammenziehen lassen.

Beispiele: Wenn Dreiecke congruent sind, so sind sowohl ihre gleichnamigen Seiten, als ihre gleichnamigen Winkel, als ihre Flächen gleich. Wenn es Nacht ist, so ist entweder reiner, oder dunstiger, oder wolkiger, oder umzogener Himmel. Wenn die Welt einen Anfang hat, so ist sie entweder zufällig, oder mit Nothwendigkeit entstanden, oder absichtlich erschaffen. — Ferner: wenn nach der Ueberzeugung der Geschworenen von drei Angeklagten A, B, C, einer, aber nur einer, schuldig ist, so werden sie zunächst sagen: entweder A oder B oder C ist schuldig.

Dass jedem disjunctiven Urtheil hypothetische zu Grunde liegen, scheint zuerst Lambert (Organon I, § 133) bemerkt zu haben.

§ 55.

Dass im hypothetischen Urtheil, als der Grundform der Beziehungsurtheile, die Setzung des Subjects blosse Voraussetzung, die des Prädicats nur Setzung mit dem Subject ist, keines von beiden also schlechthin, unbedingt gesetzt wird, ist aus dem Vorangegangenen hinlänglich klar. Im kategorischen Urtheil, als der Grundform der Beschaffenheitsurtheile, ist zwar die Setzung der Begriffe nicht der eigentliche Gegenstand, worauf sich dasselbe bezieht; aber es ist doch die Frage berechtigt, in welcher Weise in ihm die Begriffe gesetzt werden. Dass nun hier das Prädicat, als bejahende oder verneinende Beschaffenheitsbestimmung des Subjects, nur mit diesem gesetzt oder nicht gesetzt wird, leuchtet von selbst ein. Aber auch das Subject wird in ihm nicht unbedingt gesetzt, sondern nur vorausgesetzt, und das kategorische Urtheil S ist (ist nicht) P, lautet mit Bezug auf die Setzung von S:

wenn S ist, so ist (ist nicht) $S\,..\,P$.

Die Urtheile: Gott ist gerecht, die Seele ist nicht vergänglich, enthalten eben so wenig die Behauptung, dass ein Gott sey, dass es eine Seele gebe, als etwa die: die Cyklopen sind einäugig, die Furien haben Schlangenhaare, die Gespenster erscheinen bei Nacht, die Subjecte: Cyklopen, Furien, Ge-

spenster, unbedingt setzen; sondern alle diese Urtheile sagen nur aus, dass, wenn man das Subject setzt, ihm das Prädicat als eine Bestimmung seiner Beschaffenheit zukommt. Hiernach können also hypothetische und kategorische Urtheile einander nicht wie bedingte und unbedingte gegenübergestellt werden. Diese wichtige Bemerkung hat zuerst Herbart gemacht.

§ 56.

Hieran knüpft sich aber sofort die weitere Frage: in welcher Form die unbedingte Setzung eines Begriffs ausgedrückt werden kann. Die einfache Antwort ist: durch bedingungslose Urtheile, d. i. solche, in welchen das bedingende Subject entweder gänzlich fehlt und nur noch die leere Stelle desselben bezeichnet ist, oder durch solche hypothetische Urtheile, in welchen das Subject einen so weiten Umfang seiner Geltung hat, dass die Bedingtheit der Setzung des Prädicats verschwindet. Im ersten Falle ergeben sich Urtheile der Form:

es ist P;

wo das Wörtchen „es“ die leere Stelle des Subjects bezeichnet. Man kann solche Urtheile thetische oder absolute nennen. Die hypothetische Form, welche die unbedingte Setzung ausdrückt, ist:

wenn irgend etwas ist, so ist P;

was wiederum soviel bedeutet als:

unter jeder Bedingung ist P.

Ebenso wird die Setzung von P unbedingt verneint in den Formen:

es ist nicht P,

was immerhin auch sey, so ist doch nicht P.

Aus diesen bejahenden und verneinenden thetischen Urtheilen setzen sich weiter thetische copulative, remotive und disjunctive Urtheile zusammen, von den Formen:

es ist sowohl P als Q als R,

es ist weder P noch Q noch R,

es ist entweder P oder Q oder R.

Endlich kann auch das, dessen Setzung unbedingt bejaht oder verneint wird, ein kategorisches oder hypothetisches Urtheil seyn. Alsdann entstehen thetische Urtheile von der Form:

es ist (ist nicht) wahr, dass S .. P ist;

es ist (ist nicht) wahr, dass, wenn A .. B, so C .. D ist.

Beispiele: es blitzt; es regnet; es ist Feuer; es giebt Ahnungen; es ist ein Gott; es giebt keinen Teufel, keine Hexen u. s. f.; es giebt sowohl religiöse als irreligiöse als indifferente Menschen; es giebt weder Feen, noch Elfen, noch Kobolde; es giebt entweder eine Vorsehung oder ein blindes Schicksal; es ist wahr, dass alles Gute schön ist; es ist nicht wahr, dass, wenn die Tugend nicht belohnt wird, alle Moralität eine leere Täuschung ist. — Dass diese thetischen Urtheile eine selbständige Bedeutung haben, nicht als kategorische anzusehen sind, die eigentlich die Form: *P* ist seyend, haben sollten, sondern dass dem unbedingt gesetzten Begriff die Prädicatsstelle gebührt, hat wiederum Herbart, im Zusammenhange mit der von ihm nachgewiesenen nur hypothetischen Setzung des Subjects im kategorischen Urtheil, zuerst deducirt. Er nennt solche Urtheile Existenzialsätze, weil, wie schon vor ihm Kant bemerkt hatte, der Begriff des Seyns (der Existenz) kein Prädicat dessen, dem Seyn zugeschrieben wird, ist, sondern eine Setzung seines Begriffs, nämlich, wie Herbart hinzufügte, die unbedingte Setzung desselben bedeutet. — Zur Erläuterung der zweiten Form der unbedingten Setzung wird Folgendes dienen. Einen je weiteren Umfang das Subject eines hypothetischen Urtheils hat, um so weniger bedingt ist die Setzung seines Prädicats; denn der Begriff von weiterem Umfang hat einen kleineren Inhalt, daher auch weniger Bedingungen seiner Geltung (§ 37). Wird nun der Umfang des Subjects unendlich gross, was geschieht, wenn der inhaltsleere Begriff „irgend etwas“ die Subjectsstelle einnimmt, so bleibt nur noch die Form der Abhängigkeit der Setzung des Prädicats, es wird dasselbe als ein unendlich wenig Bedingtes, d. i. als ein Unbedingtes gesetzt. Die Urtheile: wenn es Schwaben giebt, so giebt es Dichter; wenn es Deutsche giebt, giebt es Dichter; wenn es Germanen, Europäer, Menschen, wenn es mit Geist und Gemüth begabte Wesen giebt, so giebt es Dichter; — diese Urtheile vermindern offenbar successiv die Bedingtheit der Setzung des Begriffs Dichter, und endlich das Urtheil: wenn es irgend etwas giebt, so giebt es Dichter, unterscheidet sich von dem: es giebt Dichter, nur noch etwa, wie das Unendlichkleine von der Null.

III. Von den formalen Bedingungen der Giltigkeit der Urtheile.

§ 57.

Schon in der Einleitung (§ 3) ist es als eine Hauptaufgabe der Logik bezeichnet worden, das richtige Denken von dem falschen zu unterscheiden. Dieser Forderung ist zunächst in Bezug auf die Urtheile Gnüge zu leisten. Da aber dort zugleich (§ 6) zwischen materialer und formaler Wahrheit unterschieden, und nur die letztere als im Bereich der Logik liegend erkannt wurde, so beschränkt sich die Aufgabe darauf, zu untersuchen, ob die Form

eines Urtheils den gegebenen Beschaffenheiten und Beziehungen der in ihm verknüpften oder getrennten Begriffe angemessen ist, oder nicht; und hierauf beruht die logische Giltigkeit oder Ungiltigkeit der Urtheile. Diese lässt sich aber entweder unmittelbar oder nur mittelbar erkennen. Im letzteren Falle bedarf es zur Nachweisung der Giltigkeit eines Urtheils einer Ableitung desselben durch Folgerungen oder Schlüsse (§ 10); im ersteren nur der Untersuchung des logischen Verhältnisses, in dem die Begriffe stehen. Es lassen sich aber hierüber einige allgemeine Sätze aufstellen, die unter dem Namen der Grundsätze des Denkens bekannt sind und die allgemeinsten Kennzeichen der Giltigkeit und Ungiltigkeit der Urtheile enthalten. Die allgemeine Forderung, dass jedes auf Giltigkeit Anspruch machende Urtheil einer logischen Rechtfertigung, eines (unmittelbaren oder mittelbaren) Nachweises, warum es giltig ist, bedarf, heisst der Satz vom zureichenden Grunde (*principium rationis sufficientis*).

Der zuerst von Leibniz aufgestellte Satz vom zureichenden Grunde darf nicht, wie es oft geschehen, missverstanden und so ausgelegt werden, als ob er für jedes Urtheil eine Begründung durch einen Beweis, mithin durch Schlüsse, verlangte, was ins Unendliche führen würde. Jede mittelbare Begründung setzt vielmehr Urtheile voraus, deren Giltigkeit, ohne Zuziehung andrer sich unmittelbar erkennen lässt.

§ 58.

Es giebt ein einziges bejahendes Urtheil, dessen Giltigkeit unabhängig von der besonderen Beschaffenheit der Materie unmittelbar einleuchtet. Dies ist das Urtheil: A ist A, in dem Subject und Prädicat völlig ein und dasselbe, und das also den tautologischen Satz enthält: jeder Begriff ist das was er ist. Dieser Satz heisst der Grundsatz der Einerleiheit (*principium identitatis*). Er würde jedoch ohne alle weitere Folge und daher ein völlig unfruchtbares Princip seyn, wenn er sich nur auf die absolute Einerleiheit zweier Begriffe bezöge, bei welcher der eine nur eine Wiederholung des anderen im Denken ist. Es kann aber auch zwischen zwei Begriffen A, B relative Einerleiheit stattfinden, indem entweder der eine, in einer gewissen Beschränkung seines Inhaltes oder Umfanges gesetzt, mit dem beschränkt oder unbeschränkt gesetzten Inhalt

oder Umfang des anderen identisch ist, oder die Identität nicht das im Denken Gesetzte, sondern die Setzung der Begriffe betrifft, wo sie dann Einstimmung (*convenientia*) derselben heisst. Mit Beziehung auf diese relative Identität besagt daher der Satz, dass, wenn und wiefern Subject und Prädicat eines bejahenden Urtheils sich als identisch nachweisen lassen, das Urtheil formal giltig ist.

Ist das kategorische Urtheil: *S* ist *P*, ein analytisches, also *P* entweder ein inneres Merkmal oder ein Gattungsbegriff von *S*, so ist im ersten Falle *P* identisch mit einem Begriffstheil von *S*; im anderen *P*, durch einen gewissen Artunterschied beschränkt, identisch mit *S*. Wird das Urtheil mit Bezug auf die Quantität ausgedrückt in der Form: alle (einige) *S* sind *P*, so ist der ganze (theilweise) Umfang von *S* identisch mit einem Theile des Umfangs von *P*. Besteht aber zwischen *S* und *P* ein synthetisches Verhältniss, so dass entweder in dem kategorischen Urtheil: *S* ist (hat) *P*, *P* ein äusseres Merkmal von *S*, oder ein hypothetisches Urtheil: wenn *S* ist, so ist *P*, gegeben ist, so liegt zwar keine Identität des Inhalts oder Umfangs (des Gesetzten), wohl aber eine Identität der Setzung vor, da mit *S* auch *P* gesetzt ist, sey es dass es für alle oder einige Fälle oder nur für einen einzelnen Fall gelte (vgl. § 51). Man kann daher eine analytische oder innere und eine synthetische oder äussere relative Identität unterscheiden. Die letztere heisst dann Einstimmung oder Einstimmigkeit der Begriffe.

Wo weder Identität des Inhalts oder Umfangs noch der Setzung von *S* gegeben ist, da kann nur das verneinende Urtheil: *S* ist nicht *P*, oder, mit Beziehung auf die Quantität, eines der beiden Urtheile: kein *S* ist *P*, oder einige *S* sind nicht *P*, giltig seyn, je nachdem die Nichtidentität den ganzen Umfang von *S* oder nur einen Theil davon trifft.

§ 59.

Wenn zwei Urtheile gegeben sind, von denen das eine dem Subject ein Prädicat beilegt, das andere demselben Subject dasselbe Prädicat abspricht, so stehen diese Urtheile mit einander im Widerspruch. Der Grundsatz des Widerspruchs (*principium contradictionis*) behauptet nun die Ungiltigkeit eines von diesen beiden Urtheilen in der Formel: ein und derselbe Begriff kann nicht das Nämliche seyn und auch nicht seyn; oder: wenn *S* .. *P* ist, so kann nicht auch *S* nicht *P* seyn, und wenn *S* nicht *P* ist, so kann nicht auch *S* .. *P* seyn. Ein Urtheil enthält einen Widerspruch und ist daher ungiltig, wenn es entweder von seinem Subject ein Prädicat bejaht, das mit ihm weder absolut noch relativ identisch ist, oder von ihm ein Prädicat verneint, das mit

ihm absolut oder relativ identisch ist (*contradictio in adjecto*, d. i. im Prädicat). Da nun jedes bejahende Urtheil eine Identität, jedes verneinende eine Nichtidentität zwischen Subject und Prädicat ausdrückt, so besteht der Widerspruch entweder in der Behauptung der Identität des Nichtidentischen, oder in der Behauptung der Nichtidentität des Identischen. Der Widerspruch insbesondere, der mit einem äusserlich identischen oder einstimmigen Prädicat eines Begriffes statt findet, heisst Widerstreit (*repugnantia*).

Man kann, genau genommen, nicht sagen, dass im Widerspruch Bejahung und Verneinung eines und desselben Prädicats von einem und demselben Subject sich aufheben, da ja dann das Prädicat gänzlich verschwinden würde; vielmehr liegen Bejahung und Verneinung mit einander in noch unentschiedenem Streit; jede von beiden strebt die andre aufzuheben, aber jede behauptet sich gegen diesen Angriff. — Begriffe heissen widersprechend, wenn die Analyse ihres Inhalts auf widersprechende Urtheile führt. Widersprechende Begriffe würden gar nicht vorkommen können, wenn bei jedem Worte der ihm entsprechende Begriff deutlich gedacht würde. Nur durch Uebereilung, Gedankenlosigkeit können so handgreifliche Widersprüche unbemerkt bleiben, wie etwa der eines schiefwinkligen Quadrats, eines im vollendeten sechzigsten Jahre Gestorbenen, eines nach den vier Himmelsgegenden orientirten Trapezes, oder gar Lichtenberg's „Messer ohne Heft, an dem die Klinge fehlt". In andern Fällen liegt der Widerspruch nicht eigentlich in den Begriffen, sondern nur in ihrer sprachlichen Bezeichnung, z. B. wenn man von einer Spitzkugel, einem vierbeinigen Dreifuss, einem fröhlichen Trauermahl, einem unwissenden Gelehrten hört. In noch andern Fällen sucht die Sprache den Widerspruch eines Gedankens zu verhüllen, wie etwa, wenn man von einem Königthum mit Verfassung, jedoch ohne Volksvertretung, geredet hat, oder in der diplomatischen Sprache die Belagerung und Eroberung der Cidatelle von Antwerpen im Jahre 1832 eine bewaffnete Intervention im Friedenszustand nannte, oder heutzutage von einer, oft sehr unlogischen „Logik der Thatsachen" liest. — Je abstracter die Begriffe sind, und je mehr dabei gleichwohl ihre Giltigkeit durch Thatsachen verbürgt zu werden scheint, um so länger können Widersprüche in ihnen unbemerkt bleiben. Schon Leibniz sagt (*meditationes de cognitione, veritate et ideis, opp. philos. ed. Erdmann, p.* 80 a): *quia cogitatione caeca contenti sumus, et resolutionem notionum non satis prosequimur, fit ut lateat nos contradictio, quam forte notio composita involvit.* Aber selbst wenn die Widersprüche endlich aufgedeckt worden sind, misstraut man lieber dem Denken, als dass man sie anerkennte und weitere Folgen daraus zöge. Wenn daher schon die Eleaten im Begriff des Werdens, wenn Herbart in dem der Veränderung, des Dinges mit mehreren Merkmalen, des Ichs u. a. Widersprüche nachwies, so gelten diese Nachweisungen Vielen nicht für Probleme, die zu einer Lösung auffordern,

sondern für blosse Spitzfindigkeiten, oder man fand wol gar mit Hegel im widersprechenden Begriff den Ausdruck einer höheren Wahrheit. Und wenn Herbart den von Kant in der Kritik der Urtheilskraft problematisch hingestellten Begriff eines „anschauenden Verstandes" ein „hölzernes Eisen" nannte, so fanden Andre, dass Kant nie sich genialer gezeigt habe, als indem er diesen Gedanken hinwarf, durch den er über sich selbst (den Verfasser der Kritik der reinen Vernunft) hinausgegangen sey. — Den Widerspruch gering achten, heisst alles Denken in Verwirrung bringen. Sollte es gewisse Begriffe geben, die als „Durchgangspunkte für das Denken" oder als Mittel zu bestimmten Zwecken unentbehrlich sind, gleichwohl aber von inneren Widersprüchen sich nicht befreien lassen, so ist die schärfste Bestimmung der Grenzen ihres Gebrauchs nothwendig. Zu der letzteren Gattung gehört nach des Verfassers Ansicht der Begriff des mathematischen Unendlichkleinen (vgl. den Aufsatz: „über den Begriff des Stetigen und seine Beziehungen zum Calcul", in den Berichten der math. phys. Classe der K. S. Gesellschaft der Wissensch. Jahrg. 1853. S. 155 und: „Synechologische Untersuchungen" in Fichte's Zeitschrift für Philosophie. Neue Folge, Bd. 25. S. 179 und Bd. 26. S. 1.)

Widerstreit ist der mittelbare Widerspruch, der entsteht, wenn einem Subject ein Prädicat beigelegt wird, das mit einem abgeleiteten Merkmal oder überhaupt einer Folge des Subjects in unmittelbarem Widerspruche steht. So z. B. widerstreitet die Rechtwinkligkeit dem Begriffe des gleichseitigen Dreiecks, weil dieses drei gleiche Winkel hat, von denen jeder nur $^2/_3$ eines Rechten beträgt, also dem Rechten nicht gleich ist. Ebenso stehen Prädestination und Zurechnungsfähigkeit der Handlungen im Widerstreit. Denn wenn es eine Prädestination giebt, so giebt es keine freien Handlungen, und wenn unsere Handlungen nicht frei sind, so sind sie nicht zurechnungsfähig.

§ 60.

Die Ungiltigkeit eines Urtheils nöthigt zur Aufhebung der in ihm ausgesprochenen Bejahung oder Verneinung. Aufhebung der Bejahung aber führt auf Verneinung, Aufhebung der Verneinung zur Bejahung; ein Drittes giebt es nicht (*tertium non datur*). Hierauf beruht der Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten (*principium exclusi tertii s. medii*): jedem Subject kommt irgend ein Prädicat entweder zu oder nicht zu; oder, was dasselbe: S ist entweder P oder nicht P. Vermöge dieses Grundsatzes ist unter zwei Urtheilen, von denen das eine demselben Subject dasselbe Prädicat beilegt, welches ihm das andere abspricht, das eine immer giltig. Wie die Anwendung des Grundsatzes der Identität die absolute Giltigkeit, die des Grundsatzes des Wider-

spruchs die absolute Ungiltigkeit eines Urtheils erkennen lässt, so führt der Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten zur Erkenntniss derjenigen bedingten Giltigkeit, die auf der Ungiltigkeit des ihm der Qualität nach entgegengesetzten Urtheils beruht. Die Folge wird jedoch zeigen, dass, wenn das Urtheil quantitativ bestimmt ist, die Aufhebung desselben zugleich zur Veränderung der Quantität nöthigt (§ 74).

Den Grundsatz vom ausgeschlossenen Dritten haben mehrere Neuere als unrichtig bestritten und an seine Stelle ein *principium tertii intervenientis* setzen wollen. Es liegt jedoch den vorgebrachten Einwänden theils eine falsche Formulirung, theils eine unrichtige Anwendung des Satzes zu Grunde. Drückt man nämlich den Grundsatz durch die Formel aus: einem Subject S kommt entweder ein Prädicat P oder dessen Gegentheil zu, so ist er, wenn man unter dem Gegentheil von P einen diesem conträr entgegengesetzten Begriff versteht, falsch. Das Gegentheil von löblich z. B. ist schändlich. Aber es ist nicht wahr, dass, wenn eine Handlung nicht löblich ist, sie schändlich seyn müsse; sie ist vielmehr nur eben nicht löblich und es bleibt unentschieden, ob sie schändlich oder gleichgiltig ist. Mehr aber behauptet der richtig formulirte Grundsatz nicht. Soll also die angeführte Formel zu richtigen Resultaten führen, so muss man unter dem Gegentheil von P nicht blos den ihm conträr entgegengesetzten Begriff, sondern unbestimmt entweder diesen oder irgend einen der zwischen ihm und P liegenden, unter derselben gemeinsamen nächsthöheren Gattung enthaltenen, P coordinirten Begriffe verstehen (nach § 65 das contradictorische Gegentheil). Aber auch dann bleibt noch eine Unangemessenheit des Ausdrucks übrig. Ein Prädicat kann nämlich auch deshalb einem Subject nicht zukommen, weil es sich überhaupt nur auf ein von ihm generisch verschiedenes Subject beziehen lässt. Z. B. Alles, was durchsichtig ist, ist körperlich. Wollte man daher dem Subject Geist das Prädicat durchsichtig beilegen, so würde man ihn als etwas Körperliches bezeichnen und dadurch mit dem richtigen Urtheil: kein Geist ist körperlich, mittelbar in Widerspruch kommen. Es folgt aber hieraus weder, dass der Geist undurchsichtig, noch, dass er halbdurchsichtig ist, sondern dass ihm kein Glied dieser ganzen Reihe als Prädicat zukommt. Soll nun auch dies die angeführte zweite Formel bezeichnen, so muss man unter dem Gegentheil vom Durchsichtigen nicht blos das Undurchsichtige und Halbdurchsichtige, sondern überhaupt alle möglichen Begriffe, mit einziger Ausschliessung des Begriffs durchsichtig verstehen und überdies nicht sagen, dass ihm das Gegentheil, sondern etwas Gegentheiliges von P zukomme; denn unter dem so verstandenen Gegentheil sind nicht nur Begriffe wie ewig, vernünftig, sondern auch solche wie grün, sauer, flüssig u. s. f. enthalten. Jedenfalls hat aber schon an und für sich selbst diese Erweiterung des Begriffs vom Gegentheil etwas Gewaltsames. Dagegen lässt die im Paragraph gegebene

Formel ganz unbestimmt, was dem Subject Geist für ein Prädicat zukommt, wenn ihm durchsichtig nicht zukommt. Der Satz sagt nur aus, dass, wenn das Urtheil: Geister sind durchsichtig, falsch, das Urtheil: Geister sind nicht durchsichtig, richtig ist, ohne damit ihre Undurchsichtigkeit oder Halbdurchsichtigkeit im mindesten zu behaupten.

Eine andere Verdächtigung des Princips geht von folgender Bemerkung aus. Ein Prädicat braucht einem Subject weder unbedingt beigelegt, noch abgesprochen zu werden, sondern kann ihm auch nur bedingungsweise zukommen. Eine Handlung z. B. kann weder unbedingtes Lob noch unbedingten Tadel verdienen, sondern nur bedingtes Lob; die Geschwornen können einen Angeklagten des angeschuldigten Verbrechens weder schuldig noch nichtschuldig, sondern nur bedingt schuldig finden. Aber bedingtes Lob ist Lob mit Tadel, bedingte Schuld Schuld mit Nichtschuld vermischt. Offenbar also scheint es hier ein Drittes zwischen dem Entgegengesetzten zu geben und das Urtheil sogar demselben Subject entgegengesetzte Prädicate zugleich beizulegen, was doch der Satz des Widerspruchs verbietet. Aber Beides ist nur Schein. Nicht eine und dieselbe Handlung ist hier das Subject, sondern die Handlung wird gespalten und dem einen Theil das eine, dem anderen das entgegengesetzte Prädicat beigelegt. Das Subject ist ein aus Theilen bestehender Objectsbegriff, und das Urtheil nur eine Zusammenziehung von zwei auf verschiedene logische Subjecte sich beziehenden Urtheilen. Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, der nur von einem und demselben Subject handelt, wird also hierdurch keineswegs angetastet.

Zur Kritik der vorstehenden drei logischen Grundsätze enthalten schätzbare Beiträge Herbart's *commentatio de principio logico exclusi medii inter contradictoria non negligendo, Gotting.* 1833, und Hartenstein's *dissertatio de methodo philosophica logicae legibus adstringenda, finibus non terminanda. Lips.* 1835.

§ 61.

Die Anwendung der vorstehenden drei Grundsätze führt auf Unterschiede in der Art der Giltigkeit (*modalitas*) der Urtheile. Die Giltigkeit eines Urtheils ist nämlich 1) wirkliche (*actualis*), wenn die in ihm ausgesprochene Bejahung oder Verneinung blos auf der Erkenntniss der Identität oder Nichtidentität von Subject und Prädicat beruht. 2) Die Giltigkeit eines Urtheils ist unmöglich (*impossibilis*), folglich das Urtheil schlechthin ungiltig, wenn die bejahte oder verneinte Verknüpfung des Prädicats mit dem Subject widersprechend ist. 3) Die Giltigkeit eines Urtheils ist nothwendig (*necessaria*), wenn die Aufhebung, d. i. die Verwandlung desselben in ein Urtheil von entgegengesetzter Qualität ein unmögliches Urtheil hervorbringt. 4) Ein Urtheil ist endlich mög-

lich (*possibilis*), wenn weder es selbst noch sein entgegengesetztes unmöglich ist.

Von diesen vier Unterscheidungen beruht also die erste auf dem Satze der Identität, die zweite auf dem des Widerspruchs, die dritte auf demselben und zugleich auf dem vom ausgeschlossenen Dritten, die vierte endlich zeigt offenbar eine noch mangelhafte Erkenntniss des Verhältnisses zwischen Subject und Prädicat an. Die erste begnügt sich mit der Prüfung des gegebenen Urtheils, die anderen prüfen zugleich die Urtheile von entgegengesetzter Qualität. — Die Aufzählung ist vollständig, da der noch denkbare Fall, dass sowohl ein gegebenes Urtheil als sein entgegengesetztes widersprechend wäre, nach dem Satze vom ausgeschlossenen Dritten unmöglich ist. Auch hier werden jedoch in der Folge noch die Quantitätsunterschiede in besondere Erwägung gezogen werden.

Der Begriff der Nothwendigkeit ist hier auf den der Unmöglichkeit gegründet; doch sagen wir nicht: Nothwendigkeit ist die Unmöglichkeit des Gegentheils, sondern nur: sie ist die Folge derselben (nach dem Satze vom ausgeschlossenen Dritten). Wenn Trendelenburg (Log. Unters. 2. Aufl. II. S. 165 ff.) umgekehrt die Unmöglichkeit auf die Nothwendigkeit, und diese auf die „Allgemeinheit des Grundes“ (Ebend. S. 185) zurückführen will, die Begründung dieser durch jene aber ihrer wahren Bedeutung unwürdig findet, so können wir uns damit nicht einverstanden erklären. Es giebt zwar eine abgeleitete Nothwendigkeit neben der ursprünglichen. Wenn wir z. B. behaupten, dass aus einer Annahme etwas mit Nothwendigkeit folge, so mag dies in den wenigsten Fällen eine unmittelbare Folgerung aus der Unmöglichkeit des Gegentheils, sondern weit öfter durch eine Reihe von Schlüssen vermittelt seyn. Auch wollen wir zugeben, dass die Richtigkeit dieser Schlüsse auf blossen Identitäten beruhen kann. Aber dann hat streng genommen der sich ergebende Schlusssatz zunächst nur logisch wirkliche Geltung: dass er nothwendig ist, erhellt erst, wenn man sich überzeugt, dass nicht anders geschlossen werden kann. Jede Nothwendigkeit führt einen gewissen Zwang bei sich, der kein selbst auferlegter (keine Selbstnöthigung), sondern ein anderswoher kommender ist. Dieser Zwang ist der Widerspruch, der diejenige „Noth“ bereitet, aus der sich das Denken durch Setzen eines nicht Widersprechenden rettet.

Ebenso gründen wir den Begriff der Möglichkeit auf den der Unmöglichkeit, indem wir die Giltigkeit eines Urtheils dann als mögliche bezeichnen, wenn weder es selbst noch sein Gegentheil unmöglich ist. Wir begnügen uns also nicht mit der Widerspruchslosigkeit des Urtheils selbst (vgl. Anmerk. zum folgenden Paragraph). — Hiernach bilden Unmöglichkeit, Möglichkeit und Nothwendigkeit eine Reihe coordinirter Begriffe, in der das erste Glied dem letzten conträr entgegengesetzt ist. Die Wirklichkeit des Urtheils aber, die es nur mit Identität oder Nichtidentität zu thun hat, ist von dieser Reihe, die sich auf den Widerspruch gründet, ganz auszuschliessen, so dass die

sämmtlichen Bestimmungen der Giltigkeit und Ungiltigkeit der Urtheile sich wie folgt zusammenstellen lassen. Alle Urtheile sind entweder wirklich giltige, oder nicht wirklich giltige, im letzteren Falle entweder unmögliche oder nicht-unmögliche, abermals im letzteren Falle entweder mögliche oder nothwendige.

§ 62.

Alle giltigen Urtheile haben demnach entweder wirkliche, oder mögliche, oder nothwendige Geltung. Sie heissen im ersten Falle assertorische, und ihre Copula ist dann, in der Regel, je nachdem sie bejahen oder verneinen, „ist“ oder „ist nicht“. Im zweiten Falle heissen sie problematische. Für bejahende problematische Urtheile ist die Copula „kann seyn“, für verneinende „muss nicht seyn“. Im dritten Falle endlich heissen sie apodiktische und führen, wenn bejahend, die Copula „muss seyn“, wenn verneinend, die Copula „kann nicht seyn“. Das problematisch-verneinende Urtheil verneint also die Nothwendigkeit, das apodiktische die Möglichkeit der Bejahung. Diese neue Eintheilung der Urtheile heisst die nach der Modalität.

Die Modalitätsunterschiede gelten gleichmässig für hypothetische wie für kategorische Urtheile. So z. B. sind die Urtheile: wenn der Kranke Arzenei nimmt, so kann er genesen, oder: wenn er auch Arzenei nimmt, so muss er deshalb nicht genesen, so gut problematische wie die kategorischen: ein Gelehrter kann unsittlich seyn, ein Polyhistor muss nicht oberflächlich seyn; und ebenso sind sowohl die hypothetischen Urtheile: wenn der Richter gerecht ist, so muss er den Schuldigen verurtheilen, oder: so kann er denselben nicht freisprechen, als die kategorischen: jede Mondfinsterniss muss zur Zeit des Vollmonds statt finden, oder: der wahre Christ kann nicht lieblos seyn, apodiktische Urtheile. Ist in einem hypothetischen Urtheil die Hypothesis S nur eine der Bedingungen der Thesis P, ohne dass die übrigen Mitbedingungen gegeben sind, so ist das Urtheil immer nur ein problematisches; denn es ist eben so wenig widersprechend, dass die fehlenden Mitbedingungen diejenigen sind, die mit S zusammen P zur Folge haben, als dass sie solche sind, die eine disjunct verschiedene Folge geben. Enthält aber S die gesammten Bedingungen von P, wo das Urtheil dann vollständig ausgesprochen ein conjunctives sein muss, so ist es ein apodiktisches, weil es dann widersprechend wäre, P nicht als Folge von S anzusehen. Es wäre dann nämlich sowohl ein Widerspruch, die Bedingung ohne Bedingtes zu setzen, als eine andere Folge anzunehmen, die eine Mitbedingung haben müsste, welche mit den gegebenen Mitbedingungen unvereinbar wäre. Wenn z. B. die Sonnenstrahlen auf eine Wasserfläche fallen, so ist es möglich, aber nicht nothwendig, dass ein Beobachter am Ufer ein Bild der Sonne sieht; denn seine Stellung kann

ebensowohl eine solche seyn, dass die reflectirten Strahlen sein Auge treffen, als dass sie es nicht treffen. Es ist aber nothwendig, dass er die Mitte der Sonne sieht, wenn unter denjenigen von seinem Auge nach der spiegelnden Fläche gezogenen Sehstrahlen, welche in der durch das Auge und den Mittelpunkt der Sonne gehenden Verticalebene liegen, einer mit der Fläche einen Winkel macht, der der Sonnenhöhe gleich ist. Denn es würde widersprechend seyn, dass das Auge die Mitte der Sonne nicht sähe, weil dies als Bedingung forderte, dass kein Sehstrahl die angegebene Lage hätte.

Hieraus erhellt, dass die sogenannte reale Möglichkeit und Nothwendigkeit, die darein gesetzt wird, dass entweder nur einige oder alle Bedingungen einer Folge gegeben seyen (in welchem Sinne man gewöhnlich von möglichen oder nothwendigen Ereignissen zu sprechen pflegt) durchaus nur Anwendungen der im vorigen Paragraph festgestellten allgemeinen Begriffe über das logisch Mögliche und Nothwendige auf das synthetische Verhältniss der Bedingungen zum Bedingten sind.

§ 63.

Werfen wir einen Rückblick auf die Mannigfaltigkeit der Urtheilsformen, so lassen sich die einfachen Urtheile überhaupt auf viererlei Weise eintheilen: 1) nämlich hinsichtlich ihrer Qualität in bejahende und verneinende, was wir bezüglich durch + und — bezeichnen wollen; 2) hinsichtlich ihrer Quantität, mit Uebergehung der Einzelurtheile, in allgemeine (u) und besondere (p); 3) hinsichtlich der Relation zwischen Subject und Prädicat, je nachdem diese auf die Beschaffenheit des Inhaltes dieser Begriffe oder den Zusammenhang ihrer Setzung geht, in kategorische (k) und hypothetische (h); 4) endlich hinsichtlich der Modalität in assertorische (a), problematische (π) und apodiktische (α). Da nun jedes Urtheil hinsichtlich seiner Form sowohl nach Qualität als nach Quantität, Relation und Modalität bestimmbar seyn muss, so ergeben sich die vollständigen Grundformen der einfachen Urtheile erst, wenn man jede der unter diesen vier Titeln enthaltenen Formen mit jeder der unter allen übrigen enthaltenen der Reihe nach combinirt. Auf diese Weise erhält man zuerst durch Verbindung der Qualität mit der Quantität die vier Formen:

$$+u, -u, +p, -p;$$

ferner durch Verbindung dieser zusammengesetzten Formen mit den Unterschieden der Relation:

$$+uk, +uh, -uk, -uh, +pk, +ph, -pk, -ph.$$

Fügen wir diesen Combinationen endlich noch die Modalitätsunterschiede hinzu, so erhalten wir

$+ u k a$, $+ u k \pi$, $+ u k \alpha$, $+ u h a$, $+ u h \pi$, $+ a h \alpha$,
$- u k a$, $- u k \pi$, $- u k \alpha$, $- u h a$, $- u h \pi$, $- u h \alpha$,
$+ p k a$, $+ p k \pi$, $+ p k \alpha$, $+ p h a$, $+ p h \pi$, $+ p h \alpha$,
$- p k a$, $- p k \pi$, $- p k \alpha$, $- p h a$, $- p h \pi$, $- p h \alpha$.

Jedes einfache Urtheil muss sich also einer dieser 24 Grundformen unterordnen lassen.

Die nur auf Qualität und Quantität bezüglichen Formen: $+ u$, $- u$, $+ p$, $- p$ bezeichnen die Logiker seit Michael Psellus (geb. 1020; s. Prantl's Geschichte der Logik, II, 275) durch die vier Vocale, *A*, *E*, *I*, *O*, so dass also *A* ein allgemein bejahendes, *E* ein allgemein verneinendes, *I* ein besonderes bejahendes, *O* ein besonderes verneinendes Urtheil anzeigt, nach den Gedenkversen

Asserit A, *negat* E, *sed universaliter ambo,*
Asserit I, *negat* O, *sed particulariter ambo.*

Dritter Abschnitt.

Von den Formen der Folgerungen.

§ 64.

Nach § 10 heisst folgern: aus einem gegebenen Urtheil ein anderes ableiten, das dieselben Begriffe, aber in anderer Form verknüpft oder trennt, und das als Folge des ersteren durch dieses begründet wird. Die erste und einfachste Classe der Folgerungen ist die, wo das abgeleitete Urtheil in andrer Form vollkommen dasselbe aussagt wie das gegebene. Solche gleichbedeutende Urtheile heissen äquipollente, daher die Folgerungen, die auf dieser Transformation beruhen, die durch Aequipollenz. Eine zweite Classe von Folgerungen ergiebt sich, wenn das abgeleitete Urtheil nur der Quantität, nicht aber der Qualität nach von dem ursprünglichen verschieden ist; es sind dies die Folgerungen durch Subalternation. Ist dagegen das abgeleitete Urtheil der Qualität nach von dem ursprünglichen verschieden, wobei die Quantität entweder unverändert bleibt oder sich gleichfalls ändert, so ergeben sich als dritte Classe die Folgerungen aus

der Opposition der Urtheile. In allen diesen drei Classen ist das Subject und das Prädicat des ursprünglichen Urtheils auch in dem abgeleiteten resp. Subject und Prädicat. Wird dagegen untersucht, in wiefern, wenn man das Prädicat des gegebenen Urtheils zum Subject eines andern macht, demselben das Subject des ersteren als Prädicat zukommt, so heisst die Ableitung dieses Urtheils die Conversion des gegebenen, wenn sich dabei die Qualität des letzteren nicht ändert, im entgegengesetzten Falle aber die Contraposition.

Man rechnet gewöhnlich, wie auch in der zweiten Auflage dieses Lehrbuchs geschehen, die Folgerungen zu den Schlüssen und unterscheidet sie von den eigentlichen oder mittelbaren Schlüssen als unmittelbare. Sowohl aber das deutsche Wort Schluss, als das lateinische *conclusio* und das griechische *συλλογισμός*, weist auf das Zusammenbringen zweier Begriffe hin, die zwar mit einem dritten, noch nicht aber unter sich verbunden sind, ein Verhältniss, das bei den Folgerungen nicht statt findet. Richtiger wäre es, unmittelbare und mittelbare Folgerungen zu unterscheiden, von denen die letzteren gleichbedeutend mit den Schlüssen seyn würden; denn in beiden ist das Abgeleitete eine Folge, bei jenen aus einem, bei diesen aus zwei oder mehreren Urtheilen. Da dies aber der herkömmliche Sprachgebrauch nicht zulässt, so schien es angemessener, einen gemeinsamen Titel für Folgerungen und Schlüsse ganz aufzugeben und sie getrennt zu behandeln.

I. Aequipollenz der Urtheile.

§ 65.

Alle einem Begriff A gleichartige, aber durch disjuncte Merkmale von ihm unterschiedene Begriffe heissen dem A contradictorisch entgegengesetzt (*contradictorie opposita*) und bilden zusammen genommen den contradictorischen Gegensatz oder das contradictorische Gegentheil von A, weil, wenn man irgend einen derselben dem A als Prädicat beilegt, ein Widerspruch (*contradictio*) entsteht. Das Gemeinsame dieser Begriffe ist, dass sie etwas bezeichnen, was A nicht nur nicht ist, sondern nicht seyn kann. Ihre gemeinsame Gattung ist daher der dem A zwar gleichartige, aber das Eigenthümliche seines Inhalts verneinende Begriff *Non-A*. Offenbar ist der conträre Gegensatz (§ 24) nur ein specieller Fall des contradictorischen; denn der dem A conträr entgegengesetzte Begriff ist das Ende der Reihe, deren Anfang A,

und deren übrige Glieder sämmtlich dem *A* contradictorisch entgegengesetzt sind.

Man kann zwar wol auch dem Begriffe *Non-A* eine noch weitere Bedeutung als die angegebene beilegen, darunter nämlich (wie schon in § 60 Anm. bemerkt) nicht blos die von *A* disjunct verschiedenen Begriffe verstehen, sondern schlechthin alle andere Begriffe als *A*, die disparaten mit eingeschlossen, also z. B. unter Nicht-gelb nicht blos grün oder blau u. s. w., sondern auch sauer oder bitter, kalt oder warm, tugendhaft oder lasterhaft u. s. w.; aber dann verdient dieser Gegensatz nicht den Namen des contradictorischen, denn disparate Begriffe sind nicht unvereinbar, sondern verhalten sich indifferent, und nur die Erfahrung entscheidet, ob sie irgendwo als Merkmale eines und desselben Begriffs vereint vorkommen. Ein solcher Gegensatz würde nur der abstracte Ausdruck der noch unbestimmten Verschiedenheit seyn, die sich weiter in disparate und disjuncte gliedert, und wo aus der letzteren erst der contradictorische und conträre Gegensatz hervorgeht. Beachtet muss aber werden, dass der contradictorische Gegensatz eine Mehrheit von Begriffen umschliesst, dagegen der conträre immer nur zwischen zweien statt hat.

§ 66.

Vermöge der Einführung der verneinenden Begriffe sind nun die verneinenden assertorischen, problematischen und apodiktischen Urtheile: *S* ist nicht *P*, *S* muss nicht *P* seyn, *S* kann nicht *P* seyn, äquipollent den mit derselben Modalität bejahenden: *S* ist ein *Non-P*, *S* kann ein *Non-P* seyn, *S* muss ein *Non-P* seyn. Man nennt solche in bejahender Form verneinende Urtheile unendliche (*infinita*), insofern sie das Subject nicht in den begrenzten Umfang eines Prädicats einschliessen, sondern von einem solchen nur ausschliessen und damit eine unbegrenzte Anzahl bejahender Bestimmungen zulassen. Richtiger ist es, sie unbestimmte Urtheile (*indefinita*) zu nennen, da sie unbestimmt lassen, was das Subject ist. — Offenbar ist es aber auch einerlei, ob einem Subject *S* ein Prädicat *P* beigelegt, oder dessen contradictorisches Gegentheil *Non-P* abgesprochen wird. Dieser Satz heisst der Grundsatz der doppelten Verneinung. Vermöge desselben sind auch die bejahenden Urtheile: *S* ist *P*, *S* kann *P*, *S* muss *P* seyn, äquipollent den verneinenden: *S* ist kein *Non-P*, *S* muss nicht ein *Non-P*, *S* kann nicht ein *Non-P* seyn.

Wenn die unendlichen, oder, wie sie auch genannt werden, limitirenden Urtheile, nach Kant's Vorgange, von den Logikern häufig den bejahenden und

verneinenden coordinirt werden, so erhellt, dass dies, wenigstens in der formalen Logik, unzulässig ist; denn sie sind ihrer Form nach nur eine besondere Art der bejahenden Urtheile. Mit gleichem Rechte würden dann die in verneinender Form bejahenden Urtheile Anspruch auf eine Stelle neben den bejahenden, verneinenden und unendlichen haben. — Im Uebrigen ist noch zu bemerken, dass man sich bei der Bildung von unendlichen Urtheilen vor der Verwechselung contradictorisch und conträr entgegengesetzter Begriffe zu hüten hat. Das Nichthässliche z. B. ist keineswegs das Schöne, das Nichttadelnswerthe ebensowenig das Löbliche, oder das Nichtverwerfliche das Vorzügliche.

§ 67.

Eine zweite Art der Aequipollenz gründet sich auf die an mehreren Stellen des vorigen Abschnitts (vgl. § 41 Anmerk., § 52 und 55) nachgewiesene Zulässigkeit der Umwandlung kategorischer Urtheile in hypothetische und rein hypothetischer in kategorisch-hypothetische. Hiernach ist das kategorische Urtheil: *S* ist (ist nicht) *P*, äquipollent dem hypothetischen: wenn *S* ist, so ist (ist nicht) *S* . . *P*; und wenn *A* die Gattung, *B* den Artunterschied von *S* bedeutet, so ist dasselbe kategorische Urtheil äquipollent dem kategorisch-hypothetischen: wenn *A* . . *B* ist, so ist (ist nicht) auch *A* . . *P*. Ebenso, wenn *C* die Gattung, *D* den Artunterschied von *P* bezeichnet, so ist das reinhypothetische Urtheil: wenn *S* ist, so ist (ist nicht) *P*, äquipollent dem kategorisch-hypothetischen: wenn *A* . . *B* ist, so ist (ist nicht) *C* . . *D*. Man kann in gleicher Weise sagen, dass die conjunctiven, inductiven und disjunctiven Urtheile den kategorischen und hypothetischen, in die sie sich auflösen lassen, zusammengenommen äquipollent sind.

§ 68.

Eine dritte Art der Aequipollenz der Urtheile beruht auf dem Zusammenhang zwischen ihrer Quantität und Modalität, der zum Theil schon in § 43 angezeigt ist.

Zuerst nämlich gilt jedes ohne Quantitätsbestimmung gegebene (unbezeichnete) assertorisch bejahende Urtheil einem allgemein bejahenden assertorischen Urtheil gleich. Denn die Urtheilsformen: *S* ist *P*, und: wenn *S* ist, so ist *P*, bezeichnen, dass *P* mit *S* gesetzt ist, mag es nun ein Theil seines Inhaltes oder nur mit ihm verbunden seyn. Ueberall wo *S*, kommt

daher auch P vor, also auch bei allen Arten von S, d. i. alle S sind P, in allen Fällen, wo S ist, ist P.

Dagegen kann jedes ohne Quantitätsbestimmung gegebene assertorisch verneinende Urtheil im allgemeinen nur einem besonders verneinenden assertorischen Urtheil gleich gesetzt werden. Denn die Urtheilsformen: S ist nicht P und: wenn S ist, so ist nicht P, drücken nur aus, dass mit S nicht P gesetzt ist, nicht aber, dass unter keiner Bedingung P dem S zukommen kann; vielmehr lassen sie die Möglichkeit offen, dass P gewissen Arten von S zukomme, P aus S unter gewissen Nebenbedingungen folge. Da also P nicht von dem ganzen Umfang von S oder den Fällen seiner Setzung ausgeschlossen ist, so haben jene quantitätslosen Urtheile nur die Geltung von besonderen.

Z. B. das Urtheil: Genuss ist nicht Sünde, schliesst keineswegs das Urtheil: unmässiger oder verbotener Genuss ist Sünde, aus. Ebenso der Satz: wenn Jemand nicht Alles sagt, was er weiss, so thut er nicht Unrecht, lässt sehr wohl den Satz zu: wenn Jemand, vom Richter befragt, diesem nicht Alles sagt, was er von dem Gegenstande der Untersuchung weiss, so thut er Unrecht.

§ 69.

Ferner folgt aus der Giltigkeit der quantitätslosen apodiktischen Urtheile: S muss (kann nicht) P seyn, und: wenn S ist, so muss (kann nicht) P seyn, die Giltigkeit der assertorischen allgemeinen: alle S sind (sind nicht) P; in allen Fällen, wo S ist, ist (ist nicht) P. Denn da die ersteren Formen besagen, dass es widersprechend sey, S ohne (mit) P zu setzen, so muss überall (kann nirgends), wo S ist, P gesetzt seyn, d. i. es ist P für den ganzen Umfang von S (bejahendes oder verneinendes) Prädicat. — Dagegen folgt nicht umgekehrt aus der Giltigkeit des assertorischen allgemeinen Urtheils die Giltigkeit des quantitätslosen apodiktischen. Denn die assertorische Verknüpfung (Trennung) von Subject und Prädicat ist nur eine wirklich giltige, besagt aber nicht, dass die Trennung (Verknüpfung) widersprechend sey. Es sind daher zwar alle nothwendig giltigen Urtheile allgemeine, nicht aber alle allgemeingiltigen auch nothwendige.

Endlich folgt aus der Giltigkeit der assertorisch besonderen Urtheile: einige S sind (sind nicht) P, und: in manchen

Fällen, wo S ist, ist (ist nicht) P, die Giltigkeit der problematischen quantitätslosen Urtheile: S kann (muss nicht) P seyn, und: wenn S ist, so kann (muss nicht) P seyn. Denn da wenigstens für einen Theil des Umfangs von S die Verknüpfung mit (Trennung von) P eine wirkliche ist, so kann diese nicht widersprechend seyn. Es ist aber auch die Trennung (Verknüpfung) beider Begriffe nicht widersprechend. Denn neben dem assertorischen besonderen Urtheil kann auch das ihm entgegengesetzte besondere giltig seyn, was unmöglich wäre, wenn die Trennung (Verknüpfung) der Begriffe einen Widerspruch enthielte. — Dagegen lässt sich nicht umgekehrt aus dem quantitätslosen problematischen Urtheil ein assertorisch besonderes folgern. Denn die Widerspruchslosigkeit der Verknüpfung oder Trennung von Subject und Prädicat begründet noch nicht die logische Wirklichkeit derselben.

Durch Vorstehendes ist die alte Regel: *ab esse ad posse, ab oportere ad esse valet consequentia*, auf ihren wahren logischen Werth zurückgeführt. Das metaphysische Verhältniss des wirklich Seyenden zum Denken des Möglichen und Nothwendigen wird durch sie nicht festgestellt; denn es ist eine Erschleichung, ohne weitere Untersuchung die logische Wirklichkeit mit der metaphysischen zu identificiren. Auch blos logisch gefasst, wird jedoch dieser Regel ein weiterer Sinn als der oben angegebene beigelegt, nämlich der, dass aus jedem apodiktischen Urtheil ein assertorisches, und aus jedem assertorischen ein problematisches von derselben Qualität und Quantität folge. Das erstere ist zuzugeben und wird namentlich durch die Mathematik bestätigt, die meistens ihre apodiktisch gewissen Sätze nur assertorisch ausdrückt. Das zweite aber ist nur dann richtig, wenn man unter einem problematischen Urtheil blos ein solches versteht, das nicht widersprechend ist, ohne zugleich zu fordern, dass auch sein Gegentheil nicht widersprechend sey. Durch die oben (§ 61) gegebene Erklärung des Möglichen ist jedoch diese Auffassung des problematischen Urtheils ausgeschlossen.

II. Subalternation der Urtheile.

§ 70.

Ein besonderes Urtheil heisst demjenigen allgemeinen subalternirt (*propositio subalternata*), das mit ihm Materie, Qualität und Stellung der Begriffe gemein hat, folglich sich nur durch die Quantität von ihm unterscheidet; das allgemeine Urtheil heisst dann das subalternirende (*prop. subalternans*). Auf dieses Verhältniss bezieht sich der unter dem Namen des *Dictum de omni et*

nullo bekannte Grundsatz des Folgerns: jedes Prädicat, das allen Arten eines Subjects zukommt (nicht zukommt), kommt auch einigen und jeder einzelnen unter den Arten desselben zu (nicht zu), (*quicquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et singulis*; *quicquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet*); offenbar nur eine Anwendung des Satzes der Identität. Vermöge desselben lässt sich aus der Giltigkeit jedes allgemeinen Urtheils ($\pm u$) die Giltigkeit des subalternirten besonderen ($\pm p$) von derselben Qualität folgern, so dass also, wenn das Urtheil $\pm u$, auch das materiell von ihm nicht verschiedene Urtheil $\pm p$ giltig ist. Diese Folgerung heisst die *a majori ad minus* oder die Folgerung *ad subalternatam propositionem.* Sie gilt für kategorische wie für hypothetische Urtheile, für Urtheile mit einfachen und zusammengesetzten Prädicaten, und die Modalität des subalternirten Urtheils ist dieselbe wie die des subalternirenden, denn die Copula wird durch die Folgerung, die sich nur auf den Umfang des Subjects bezieht, nicht berührt.

Man kann diese Folgerung auch durch den allgemeineren Satz begründen: mit dem Ganzen ist jeder Theil desselben gesetzt; zu welchem dann die Bemerkung hinzukommt, dass das subalternirte Urtheil ein Theil des subalternirenden ist. Diese Begründung ist dann ein eigentlicher Schluss (Syllogismus); aber sie ist nicht die Folgerung selbst, das Resultat der Begründung, die aus dieser entspringende Regel, die nicht ein Syllogismus heissen kann, weil das gefolgerte Urtheil von dem subalternirenden materiell nicht verschieden ist.

§ 71.

Umgekehrt folgt aus der Ungiltigkeit eines subalternirten Urtheils auch die Ungiltigkeit seines subalternirenden, so dass, wenn das Urtheil $\pm p$ nicht giltig, auch das materiell nicht verschiedene Urtheil $\pm u$ nicht giltig ist. Denn angenommen, dieses allgemeine Urtheil wäre giltig, so folgte nach dem vorigen Paragraph daraus auch die Giltigkeit jedes ihm subalternirten besonderen, also auch dessen, von dem die Ungiltigkeit vorausgesetzt ist, was einen Widerspruch giebt. Diese Folgerung heisst die *a minori ad majus* oder *ad subalternantem propositionem.* Die Ungiltigkeit des subalternirenden Urtheils tritt hier als eine nothwendige hervor, indess bei der Folgerung *ad subalternatam* das gefolgerte Urtheil

als ein wirklich giltiges erscheint. — Dagegen lässt sich aus der Ungiltigkeit des subalternirenden Urtheils nur die mögliche Ungiltigkeit des subalternirten, und ebenso aus der Giltigkeit des subalternirten nur die mögliche Giltigkeit des subalternirenden folgern. Denn wenn $\pm u$ ungiltig, so ist es nicht widersprechend, dass auch $\pm p$ ungiltig sey, aber auch nicht widersprechend, dass $\pm p$ giltig sey. Die Ungiltigkeit von $\pm u$ kann sich nämlich entweder auf die Qualität und Quantität zugleich beziehen, dann ist auch $\pm p$ ungiltig, oder blos auf die Quantität, wo dann $\pm p$ giltig ist. Ebenso wenn $\pm p$ giltig ist, so ist es nicht widersprechend, dass auch $\pm u$ giltig sey, aber auch nicht widersprechend, dass es ungiltig sey, sofern diese Ungiltigkeit sich nur auf die Quantität bezieht.

Wenn also z. B. der Satz: alle Erhöhungen am Schädel zeigen Seelenorgane an, nicht wahr ist, so ist es möglich, dass auch der Satz: manche Erhöhungen am Schädel zeigen Seelenorgane an, nicht wahr sey. Andererseits, wenn der Satz: manche Hieroglyphen haben nicht symbolische Bedeutung, wahr ist, so ist es möglich, dass auch der Satz: keine Hieroglyphe hat symbolische Bedeutung, wahr sey; ebenso wenn es wahr ist, dass manche Hieroglyphen Lautzeichen sind, so ist es möglich, dass diess von allen Hieroglyphen gelte.

III. Opposition der Urtheile.

§ 72.

Die dritte Classe der Folgerungen bezieht sich auf die Entgegensetzung der Urtheile. Da ein Widerspruch (*contradictio*) entsteht, wenn von einem und demselben Subject dasselbe Prädicat sowohl bejaht als verneint wird, so heissen im allgemeinen solche Urtheile, die sich nur durch die Qualität unterscheiden, contradictorisch entgegengesetzte (*contradictorie opposita*). In diesem Verhältniss stehen die Urtheile ohne Quantitätsbezeichnung: S ist P, und: S ist nicht P. Durch die Bezeichnung der Quantität aber erhält dieser Gegensatz eine nähere Bestimmung. Dem allgemein bejahenden (verneinenden) Urtheil: alle S sind (sind nicht) P, widerspricht nämlich nicht nur das allgemein verneinende (bejahende) Urtheil: alle S sind nicht (sind) P, sondern auch das besonders verneinende (bejahende): einige S sind nicht (sind) P,

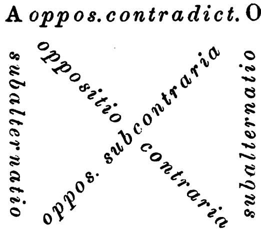
insofern aus dem erstgenannten allgemeinen (nach § 70) das subalternirte besondere: einige S sind (sind nicht) P folgt, wo die „einigen S" dieselben sind, von denen im entgegengesetzten Urtheil P verneint (bejaht) wird. Der contradictorische Gegensatz lässt also, in diesem Sinne genommen, die Quantität des entgegengesetzten Urtheils unbestimmt. Bildet man nun aus dem allgemein bejahenden ($+ u$), dem allgemein verneinenden ($- u$) und dem besonders verneinenden Urtheil ($-p$) eine geordnete Reihe (§ 23), so hat diese die Form $+ u$, $- p$, $- u$, so dass $- p$ zwischen $+ u$ und $- u$ liegt, und diese die äussersten Enden derselben bilden. Denn das besonders verneinende Urtheil ist dem allgemein bejahenden weniger entgegengesetzt als das allgemein verneinende, da es nur mit einem Theile seines Umfangs in Widerspruch steht. Hieraus erhellt (nach § 24), dass $+ u$ und $- u$ im conträren Gegensatz stehen, der also hier, wie in § 65, als eine besondere Art des contradictorischen Gegensatzes erscheint.

§ 73.

Auf dieselbe Weise folgt, dass das allgemein verneinende, das allgemein bejahende und das besonders bejahende Urtheil die geordnete Reihe $- u$, $+ p$, $+ u$ geben, da das besonders bejahende dem allgemein verneinenden weniger als das allgemein bejahende entgegengesetzt ist, so dass also $+ u$ und $- u$ durch zwei Reihen mit einander verbunden sind. Da nun für das Verhältniss von $+ u$ zu $- u$ die Bezeichnung des conträren Gegensatzes gegeben ist, so kann man die Bezeichnung des contradictorischen Gegensatzes, in einem engeren Sinne als dem ursprünglichen, im vorigen Paragraph nachgewiesenen, gebrauchen und auf das Verhältniss des allgemein bejahenden (verneinenden) zum besonders verneinenden (bejahenden) beschränken, unter dem Gegentheil (*oppositum*) eines gegebenen Urtheils aber das conträr entgegengesetzte mit dem (im eben bezeichneten engeren Sinne) contradictorisch entgegengesetzten zusammengenommen verstehen. Das noch übrig bleibende Verhältniss zwischen dem besonders bejahenden und besonders verneinenden Urtheil ist, da die „einigen" S, von denen in dem einen dieser Urtheile P bejaht, in dem andern

verneint wird, keineswegs dieselben Theile des Umfangs von S zu bezeichnen brauchen, die Bezeichnung also unbestimmt ist, im allgemeinen selbst unbestimmt. Insofern aber diese Urtheile den allgemeinen von der nämlichen Qualität subalternirt sind, heissen sie subconträr entgegengesetzte.

Die sämmtlichen logischen Verhältnisse zwischen den vier Urtheilsformen $+u$, $-u$, $+p$, $-p$ oder nach der herkömmlichen Bezeichnung A, E, I, O, lassen sich in folgendem Schema bequem übersehen, bei dessen Anordnung (wie schon oben in § 24 hinsichtlich des Begriffs vom conträren Gegensatz) auf Trendelenburg's begründete Bemerkungen Rücksicht genommen ist. Dieses Schema erklärt zugleich, weshalb der in ihm eine Diagonale des Quadrats oder einen Durchmesser des umschriebenen Kreises bildende conträre Gegensatz zuweilen auch der diametrale genannt wird.



I *oppos. contradict.* E

Diese Entgegensetzungen gelten, wie man leicht sieht, gleichmässig für hypothetische wie für kategorische Urtheile. Verbindet man statt der Quantität die Modalität mit der Qualität, so ist dem quantitätslosen apodiktisch bejahenden (verneinenden) Urtheil das problematisch verneinende (bejahende) contradictorisch, das apodiktisch verneinende (bejahende) conträr entgegengesetzt. Denn zwischen: S muss P seyn, und: S kann nicht P seyn, liegt einerseits: S kann P seyn, andererseits: S muss nicht P seyn. Sind die Urtheile assertorisch, so lässt sich ohne Quantitätsbestimmung ihr conträrer Gegensatz von dem contradictorischen nicht scheiden. Mit gleichmässiger Berücksichtigung von Modalität und Quantität sind nach der in § 63 gebrauchten Bezeichnung

$$+ u\,a \text{ und } - u\,a, \quad + u\,\alpha \text{ und } - u\,\alpha$$

conträr, dagegen

$$+ u\,a \text{ und } - p\,a, \quad - u\,a \text{ und } + p\,a,$$
$$+ u\,\alpha \text{ und } - p\,\pi, \quad - u\,\alpha \text{ und } + p\,\pi,$$
$$+ u\,\pi \text{ und } - p\,\alpha, \quad - u\,\pi \text{ und } + p\,\alpha$$

contradictorisch entgegengesetzt.

Für Einzelurtheile als quantitätslose Urtheile (§ 43. Anmerk.) fällt der conträre Gegensatz mit dem contradictorischen zusammen. Das Urtheil: Jacobi war kein speculativer Philosoph, und das Urtheil: Jacobi war ein speculativer Philosoph, sind widersprechende Urtheile, von denen jedes das vollständige Gegentheil des anderen ist.

§ 74.

Hieraus ergiebt sich nun zunächst die Folgerung *ad contradictoriam propositionem.* Es lässt sich nämlich 1) aus der Giltigkeit eines Urtheils die Ungiltigkeit seines contradictorisch entgegengesetzten, und 2) aus der Ungiltigkeit eines Urtheils die Giltigkeit seines contradictorisch entgegengesetzten folgern.

Zu 1. Es wird behauptet:

wenn $\pm u$ gilt, so gilt nicht $\mp p$,
und wenn $\pm p$ gilt, so gilt nicht $\mp u$.

Dies lässt sich, wie folgt, erweisen. Wenn $\pm u$ gilt, so gilt (§ 70, *ad subalternat.*) auch $\pm p$, d. i. jedes besondere Urtheil der nämlichen Qualität. Angenommen nun, es gälte auch $\mp p$, so gälte auch das $\pm p$, welches dasselbe besondere Subject hat wie $\mp p$, was ein Widerspruch ist. — Ebenso, angenommen, dass, wenn $\pm p$ gilt, auch $\mp u$ gälte, so würde auch $\mp p$ mit demselben Subject wie $\pm p$ gelten, was abermals ein Widerspruch ist.

Zu 2. Es wird behauptet:

wenn $\pm u$ nicht gilt, so gilt $\mp p$,
und wenn $\pm p$ nicht gilt, so gilt $\mp u$.

Denn angenommen, wenn $\pm u$ nicht gilt, gälte auch nicht $\mp p$, so würde folgen (§ 71, *ad subalternantem*), dass dann auch nicht $\mp u$ gälte. Also gälte dann weder $\pm u$ noch sein Gegentheil ($\mp u$ und $\mp p$), was gegen den Satz vom ausgeschlossenen Dritten ist. Ebenso angenommen, dass wenn $\pm p$ nicht gilt, auch $\mp u$ nicht gälte, so würde, da aus der Annahme (nach § 71) folgt, dass auch $\pm u$ nicht gelten kann, abermals folgen, dass weder dieses noch sein Gegentheil gelten könnte, gegen das *princ. excl. tertii.*

Mit Bezug auf die Anmerkung zum vorigen Paragraph folgt, dass, wenn das die Folgerung begründende Urtheil assertorisch ist, es auch das als giltig oder ungiltig gefolgerte seyn wird; ist aber jenes apodiktisch (problematisch), so ist das gefolgerte problematisch (apodiktisch). Ist es z. B. wahr, dass alle Menschen sterben müssen, so ist es nicht wahr, dass manche Men-

schen nicht sterben müssen; ist es nicht wahr, dass keine krumme Linie rectificirt werden kann, so folgt, dass manche krumme Linien rectificirt werden können; und ebenso umgekehrt.

§ 75.

Eine zweite Folgerung ist die *ad contrariam propositionem*, von der Giltigkeit eines allgemeinen Urtheils auf die Ungiltigkeit des conträr entgegengesetzten allgemeinen. Wenn also $\pm u$ gilt, so gilt $\mp u$ nicht. Denn offenbar steht das eine dieser Urtheile mit dem andern in Widerspruch. — Dagegen lässt sich aus der Ungiltigkeit eines allgemeinen Urtheils nur die mögliche Giltigkeit des conträr entgegengesetzten allgemeinen folgern. Denn wenn $\pm u$ ungiltig, so ist zwar $\mp p$ giltig (vor. §), aber es folgt (§ 71) daraus nur die mögliche Giltigkeit seines subalternirenden Urtheils $\mp u$.

Ist es z. B. nicht wahr, dass alle Arzeneimittel in unendlich kleinen Gaben wirksam sind, so folgt zwar mit Gewissheit, dass manche Arzeneimittel, in solchen Gaben gereicht, nichts wirken, aber nur mit Möglichkeit, dass überhaupt kein Arzeneimittel in unendlich kleinen Gaben wirksam ist.

Nach der Bemerkung zu § 73 über entgegengesetzte Einzelurtheile lässt sich sowohl aus der Giltigkeit des einen derselben die Ungiltigkeit des anderen, als aus der Ungiltigkeit des einen die Giltigkeit des anderen folgern. Auch hieraus ergiebt sich, dass die Ansicht, welche sie als allgemeine Urtheile betrachtet wissen will, nicht durchschlagend ist.

§ 76.

Eine dritte Folgerung endlich ist die *ad subcontrariam propositionem*, von der Ungiltigkeit eines besonderen Urtheils auf die Giltigkeit des subconträr entgegengesetzten besonderen. Wenn also $\pm p$ nicht gilt, so gilt $\mp p$ (wobei jedoch beide Urtheile keineswegs auf dieselben Theile des Umfangs des Subjects sich zu beziehen brauchen). Denn wenn $\pm p$ nicht gilt, so gilt (§ 74) $\mp u$, folglich (§ 70) auch $\mp p$. — Dagegen folgt aus der Giltigkeit von $\pm p$ nur die mögliche Ungiltigkeit von $\mp p$. Denn aus dem giltigen $\pm p$ folgt (§ 74) die Ungiltigkeit von $\mp u$, hieraus aber (§ 71) nur die mögliche Ungiltigkeit von $\mp p$. Subconträr entgegengesetzte Urtheile können also zugleich giltig seyn.

Offenbar kann sich diese Folgerung hinsichtlich ihrer Wichtigkeit den vorhergehenden nicht gleich stellen. Denn wie sie nur eine Verbindung der

Folgerungen *ad contradictoriam* und *ad subalternatam* ist, so giebt sie nur ein Resultat, was unter der ersteren dieser beiden Folgerungen als ein besonderer Fall steht.

§ 77.

Die vorstehenden Folgerungen der Subalternation und Opposition (§§ 72—76) bilden ein in sich abgeschlossenes vollständiges System, durch welches die Frage beantwortet wird: was folgt, wenn eine der vier Urtheilsformen $+u$, $-u$, $+p$, $-p$ für irgend einen materiellen Inhalt giltig oder ungiltig ist, in Absicht auf die Giltigkeit aller übrigen? Die Antwort lautet:

1) wenn $+u$ gilt, so gilt $+p$, kann nicht gelten $-u$ und $-p$;
2) wenn $-u$ gilt, so gilt $-p$, kann nicht gelten $+u$ und $+p$;
3) wenn $+p$ gilt, so kann nicht gelten $-u$, kann gelten $+u$ und $-p$;
4) wenn $-p$ gilt, so kann nicht gelten $+u$, kann gelten $-u$ und $+p$;
5) wenn $+u$ nicht gilt, so muss gelten $-p$, kann gelten $-u$ und $+p$;
6) wenn $-u$ nicht gilt, so muss gelten $+p$, kann gelten $+u$ und $-p$;
7) wenn $+p$ nicht gilt, so muss gelten $-u$ und $-p$, kann nicht gelten $+u$;
8) wenn $-p$ nicht gilt, so muss gelten $+u$ und $+p$, kann nicht gelten $-u$.

Hieraus ergiebt sich nun, dass erkannt werden kann: *a*) Wahres aus Wahrem, mit assertorischer Gewissheit in 1 und 2, mit problematischer in 3 und 4; *b*) Wahres aus Falschem, mit apodiktischer Gewissheit in 5, 6, 7, 8, mit problematischer in 5 und 6; *c*) Falsches aus Wahrem, mit apodiktischer Gewissheit in 1, 2, 3, 4; *d*) Falsches aus Falschem mit apodiktischer Gewissheit in 7 und 8.

IV. Conversion und Contraposition der Urtheile.

§ 78.

In jedem Urtheil ist unmittelbar nur eine einseitige Beziehung des Prädicats auf das Subject gegeben, in welcher dieses das Vorausgesetzte, jenes das Anzuknüpfende ist. Jede Beziehung ist aber

eine gegenseitige Verbindung der auf einander bezogenen Glieder. Daher entsteht die Frage, in welcher Form das Subject mit dem Prädicat zu verknüpfen ist, wenn dieses zum Vorausgesetzten werden soll. Sofern nun hierbei zur Bedingung gemacht wird, dass das auf diese Weise abzuleitende Urtheil dieselbe Qualität habe wie das gegebene, heisst die Beantwortung dieser Frage die Umkehrung des Urtheils (*conversio*). Sie heisst reine (*conv. pura*), wenn das gefolgerte Urtheil dieselbe Quantität hat wie das ursprüngliche, veränderte Umkehrung (*conv. per accidens*), wenn sich dabei die Quantität ändert.

§ 79.

Was zuerst die Umkehrung bejahender Urtheile betrifft, so lässt sich

1) das allgemein bejahende Urtheil im allgemeinen nur verändert umkehren.

Das kategorische Urtheil: alle *S* sind *P*, bedeutet nämlich im allgemeinen nicht, dass alle *S* zu allen *P* in einem Verhältniss der Identität stehen, sondern nur zu einigen; ebenso bedeutet das hypothetische Urtheil: immer, wenn *S* ist, so ist *P*, nur, dass die Setzung aller der Fälle, in denen *S* ist, identisch ist mit der Setzung eines Theils der Fälle, in denen *P* ist. Vollständig ausgedrückt heissen also diese Urtheile:

alle *S* sind einige *P*;
mit allen Fällen, in denen *S* ist, sind einige Fälle, in denen *P* ist, gesetzt.

Daher giebt die Umkehrung nur die besonderen Urtheile:

einige *P* sind *S*;
in manchen Fällen, in denen *P* ist, ist *S*.

Rein umkehrbar ist das allgemeine Urtheil nur dann, wenn das Prädicat dem Subject ausschliesslich zukommt. Dies bedarf aber immer einer besonderen Nachweisung. Rein umkehrbare bejahende Urtheile heissen reciprocable. Zu ihnen gehören die kategorischen conjunctiven Urtheile (§ 46), da in ihnen das Prädicat den vollständigen Inhalt des Subjects ausdrückt; desgleichen die divisiven (§ 48), da sie den Umfang des Subjects

erschöpfen; ebenso die hypothetischen conjunctiven Urtheile (§ 53), weil sie die vollständigen Bedingungen der Setzung des Prädicats angeben; endlich auch die disjunctiven Urtheile (§ 54), da sie das Gebiet der Grundbedingung vollständig darstellen.

Die Urtheile z. B.: alles Gute ist schön, alle Begriffe sind Vorstellungen, immer wenn Feuer ausbricht wird gestürmt, geben umgekehrt: manches Schöne ist gut, manche Vorstellungen sind Begriffe, in manchen Fällen, wo gestürmt wird, ist Feuer ausgebrochen (denn es kann auch bei Aufruhr, Wassersnoth u. dgl. die Sturmglocke gezogen werden); dagegen sind Urtheile wie: jeder Vater hat ein Kind, alle Körper sind schwer, wo Licht ist, da ist Schatten, reciprocable. — Eben weil jedes allgemein bejahende Urtheil sich im allgemeinen nur verändert umkehren lässt, unterlässt es die Mathematik nie, die Umkehrbarkeit bejahender allgemeiner Lehrsätze jedesmal zu beweisen.

§ 80.

2) Das besonders bejahende Urtheil lässt sich wenigstens der allgemeinen Form nach unverändert umkehren; doch kann diese Umkehrung streng genommen nicht für eine reine gelten. Auf dieselbe Weise wie im vorigen Paragraph vervollständigt lautet nämlich im allgemeinen das kategorische besonders bejahende Urtheil: einige S sind einige P, und ebenso bedeutet das hypothetische Urtheil: in manchen Fällen, in denen S ist, ist P, dass einige Fälle, in denen S ist, mit einigen Fällen, in denen P ist, der Setzung nach zusammenfallen. Die Umkehrung giebt daher:

einige P sind S,

und: in einigen Fällen, in denen P ist, ist S.

Gleichwohl kann dies nicht für eigentliche reine Umkehrung gelten. Denn der Theil des Umfangs von S, der durch „einige S" bezeichnet wird, ist seiner Grösse nach durch sein Verhältniss zum ganzen Umfange von S bestimmt; ebenso der Theil von P durch sein Verhältniss zum ganzen Umfange von P. Diese verhältnissmässige Grösse kann nun aber für beide sehr verschieden und braucht keineswegs gleich zu seyn. Daher ist die Quantität des gefolgerten Urtheils, obgleich es auch ein besonders bejahendes ist, nicht immer streng dieselbe wie die des ursprünglichen. — Im Uebrigen kann auch, wenn das Prädicat des besonders bejahenden Urtheils dem particulären Subject ausschliesslich zukommt, die Umkehrung ein allgemein bejahendes Urtheil geben (vgl. § 44).

Das Urtheil: manche Frauen sind Schriftsteller, giebt umgekehrt: manche Schriftsteller sind Frauen. Die Zahl der Frauen, die Schriftsteller sind, ist nun allerdings der Zahl der Schriftsteller, die Frauen sind, gleich; aber nicht auf diese Zahl kommt es an, sondern darauf, der wievielte Theil der Frauen Schriftsteller und der wievielte Theil der Schriftsteller Frauen sind, und hierbei ist offenbar der letztere Theil kleiner als der erste. — Als Beleg zu der Bemerkung am Ende des Paragraphs können die Beispiele dienen: manche Steine sind Edelsteine, meistens ist mit dem Blitz Donner verbunden; die umgekehrt die allgemeinen Urtheile: alle Edelsteine sind Steine, immer ist mit dem Donner Blitz verbunden, geben.

§ 81.

3) Jedes allgemein verneinende Urtheil ist rein umkehrbar. Dagegen giebt es

4) keine allgemeine Regel über die Umkehrbarkeit des besonders verneinenden Urtheils.

Was das erstere betrifft, so bedeutet das kategorische Urtheil: kein *S* ist *P*, dass der ganze Umfang von *S* ausgeschlossen ist von dem Umfang von *P*, zwischen beiden also auch nicht einmal einem Theile nach Identität stattfindet. Ebenso das hypothetische Urtheil: in keinem Falle, wenn *S* ist, ist *P*, besagt, dass keiner der Fälle, in denen *S* ist, identisch ist mit der Setzung eines der Fälle, in denen *P* ist; die Setzung von *S* ist also von der Setzung von *P* ausgeschlossen. Ist aber *S* seinem Inhalt oder seiner Setzung nach ausgeschlossen von *P*, nicht identisch mit ihm, so gilt dies auch von *P* in Bezug auf *S*, d. i.

kein *P* ist *S*,

und: in keinem Falle, in welchem *P* ist, ist *S*.

Ist dagegen, wie im besonders verneinenden Urtheil, nur ein Theil des Subjectsumfangs ausgeschlossen vom Umfange des Prädicats, nur ein Theil der Fälle, in denen *S* gesetzt ist, nicht identisch mit der Setzung von Fällen, in denen *P* ist, so bleibt es unbestimmt, ob auch der übrige Theil von *S* ausgeschlossen ist von *P* oder nicht ausgeschlossen, in welchem letzteren Falle er dann entweder nur mit einem Theile des Umfangs von *P* oder auch mit dem ganzen Umfange von *P* zusammenfallen kann. Die Umkehrung des besonders verneinenden Urtheils kann daher sowohl ein allgemein als

ein besonders verneinendes Urtheil geben, ja sogar zu einem allgemein bejahenden Urtheil führen (vgl. § 45).

1. Urtheile wie: kein Ehrenmann ist wortbrüchig, oder: in keinem Falle, wo Körper in relativer Bewegung sind, befinden sie sich im Gleichgewicht, sind rein umkehrbar. Dagegen lässt das Urtheil: ein Theil der im Wasser lebenden Thiere sind nicht Säugethiere, unbestimmt, ob alle Säugethiere oder nur ein Theil derselben nicht im Wasser lebt. Das Urtheil: ein Theil der im Wasser lebenden Thiere sind nicht Fische, lässt aber sogar nur die Umkehrung: alle Fische leben im Wasser, zu. Ebenso giebt das Urtheil: in manchen Fällen, wo zwei Körper in relativer Ruhe sind, befinden sie sich nicht im Gleichgewicht, die Umkehrung: immer sind zwei Körper, die sich im Gleichgewicht befinden, in relativer Ruhe. Ein Theil der Fälle der relativen Ruhe ist nämlich von allen Fällen des Gleichgewichts ausgeschlossen, der übrige Theil aber fällt mit der Gesammtheit der Fälle des Gleichgewichts zusammen.

2. Die vorstehenden Regeln der Conversion beziehen sich zwar zunächst auf assertorische Urtheile, sie gelten aber auch für apodiktische und problematische, ohne dass sich bei der Umkehrung die Modalität ändert. Denn von der Unzulässigkeit der reinen Umkehrung des allgemein verneinenden problematischen Urtheils, welche Aristoteles behauptet, können wir uns, obwohl mit seinem Begriffe der Möglichkeit im wesentlichen einverstanden, nicht überzeugen. Das Urtheil: es ist möglich, dass alle S nicht P sind, drückt nämlich aus, dass weder das Urtheil: alle S sind nicht P, noch eins der ihm entgegengesetzten: einige (alle) S sind P, widersprechend ist. Es ist daher auch weder die Umkehrung des ersten: alle P sind nicht S, als die des entgegengesetzten: einige P sind S, widersprechend. Dies bedeutet aber, dass das Urtheil: alle P sind nicht S, möglich, folglich das Urtheil: es ist möglich, dass alle S nicht P sind, rein umkehrbar ist. Oder kürzer: ist es weder unmöglich noch nothwendig, dass alle S nicht P, also alle S von allen P ausgeschlossen sind, so ist es auch weder unmöglich noch nothwendig, dass alle P nicht S sind. Es steht damit nicht in Widerspruch, wenn in der That einige P mit Nothwendigkeit S nicht sind; denn die Umkehrung behauptet nur, dass es nicht für alle P nothwendig ist, nicht S zu seyn. Das Ausführliche über diese Controverse zwischen Aristoteles und seinen Schülern Theophrast und Eudemus findet sich in Prantl's Gesch. der Logik I, S. 267 u. 364; vgl. auch Ueberweg, System d. Log., S. 231.

§ 82.

Wenn bei der Conversion der Urtheile die Qualität derselben unverändert bleibt, so ist dagegen die Contraposition (*conversio per contrapositionem*) eine Umkehrung, bei der das gefolgerte Urtheil von dem ursprünglich gegebenen qualitativ verschieden ist. Sie entsteht aber dadurch, dass ein qualitativ und quantitativ

bestimmtes Urtheil durch Aequipollenz (§ 66) in ein entgegengesetztes umgewandelt und dieses umgekehrt wird. Nach den Regeln der Umkehrung (§§ 79—81) ergeben sich nun folgende Regeln der Contraposition von kategorischen Urtheilen, wobei reine und veränderte Contraposition in demselben Sinne wie bei der Conversion unterschieden wird:

1) Jedes allgemein bejahende Urtheil lässt sich rein contraponiren. Denn dem Urtheil: alle *S* sind *P*, ist äquipollent das Urtheil: kein *S* ist *Non-P*; welches, rein umkehrbar, das allgemein verneinende: kein *Non-P* ist *S*, giebt, das also dieselbe Quantität wie das ursprünglich gegebene hat.

2) Für das besonders bejahende Urtheil giebt es keine allgemeine Regel der Contraposition. Denn dem besonders bejahenden Urtheil ist ein besonders verneinendes äquipollent, das sich nicht umkehren lässt.

3) Das allgemein verneinende Urtheil lässt sich nur verändert contraponiren. Denn dem Urtheil: kein *S* ist *P*, ist äquipollent: alle *S* sind *Non-P*; was umgekehrt giebt: einige *Non-P* sind *S*.

4) Jedes besonders verneinende Urtheil lässt sich wenigstens der allgemeinen Form nach rein contraponiren. Denn dem Urtheil: einige *S* sind nicht *P*, ist äquipollent: einige *S* sind *Non-P*; woraus durch Umkehrung folgt: einige *Non-P* sind *S*, jedoch mit der (§ 80) bemerkten Beschränkung des Begriffs der reinen Umkehrung.

Beispiele: alles Ausgedehnte ist theilbar; also nicht untheilbar; folglich: alles Untheilbare ist nicht ausgedehnt. Keine Transscendente ist eine rationale Grösse; also jede Transscendente eine nichtrationale Grösse; folglich: manche nichtrationale Grössen sind Transscendenten. Mancher Genuss ist nicht erlaubt; also Nichterlaubtes; folglich: manches Nichterlaubte ein Genuss.

Der obigen Begründung des zweiten Satzes, dass es für besonders bejahende Urtheile keine allgemeine Regel der Contraposition gebe, ist von Ueberweg (System der Logik S. 243) Oberflächlichkeit vorgeworfen worden, und zwar hauptsächlich deshalb, weil sich nicht von selbst verstehe, dass der Beweis der Nichtumkehrbarkeit des besonders verneinenden Urtheils für ein positives Prädicat, *P*, auch ohne Weiteres für ein negatives, *Non-P* gelte. Dies ist aber allerdings der Fall. Das Urtheil: einige *S* sind nicht *P*, lässt unbestimmt, ob auch die übrigen *S*, die mit jenen einigen zusammengenommen alle *S* geben, gleichfalls von dem Umfange des *P* ausgeschlossen sind oder nicht. Ob sie, wenn letzteres stattfindet, nur mit einigen oder mit allen *P* zu-

sammenfallen, ist hierbei von untergeordneter Bedeutung; denn auch ohne diese Untereintheilung der denkbaren Fälle ergiebt sich schon die Unbestimmbarkeit des umgekehrten Urtheils. Bedeuten nämlich jene „einige *S*" so viel als „nur einige *S*", so weiss man, dass andre *S*.. *P* sind, woraus folgt: einige *P* sind *S*. Da aber jene einigen *S* auch die Auslegung zulassen, dass ebenso die übrigen *S*, folglich alle *S* nicht *P* sind, so folgt hieraus: kein *P* ist *S*. Die Unbestimmtheit jener „einigen *S*" macht also, dass es unbestimmt bleibt, ob die Umkehrung des besonders verneinenden Urtheils auf ein besonders bejahendes oder ein allgemein verneinendes Urtheil führt, und dies ist hinlänglich, um die Unmöglichkeit einer allgemeinen Regel darzuthun. Tritt nun an die Stelle von *P*.. *Non-P*, so ändert sich in der ganzen Beweisführung nichts. Denn die Unbestimmtheit der „einigen *S*" bleibt dieselbe wie zuvor. Bedeuten sie, dass nur einige *S* nicht *Non-P* sind, so folgt, dass andere *S* etwas was *Non-P*, also auch einige *Non-P*.. *S* sind. Legt man sie aber dahin aus, dass möglicherweise auch die anderen *S*, folglich alle *S* nicht *Non-P* sind, so folgt: kein *Non-P* ist *S*. Es ergeben sich also auch hier für die Umkehrung des Urtheils: einige *S* sind nicht *Non-P*, mithin für die Contraposition des Urtheils: einige *S* sind *P* zwei gleichzulässige contradictorisch entgegengesetzte Urtheile. Und hiermit ist der obige Vorwurf zurückgewiesen.

§ 83.

Bei der Anwendung der Contraposition auf hypothetische Urtheile ist zuvörderst zu beachten, dass in dem verneinenden Urtheil: wenn *S* ist, so ist nicht *P*, die Verneinung nicht die Beschaffenheit, sondern die Setzung von *P* betrifft, daher dieselbe der Bejahung der Nichtsetzung von *P* äquipollent ist, so dass das äquipollente Urtheil die Form hat: wenn *S* ist, so gilt: es ist nicht *P*; oder abgekürzt, wenn *S* ist, so ist *P* nicht. Eben so ist dem bejahenden Urtheil: wenn *S* ist, so ist *P*, äquipollent: wenn *S* ist, so gilt nicht: es ist nicht *P*; oder abgekürzt: wenn *S* ist, so ist nicht *P* nicht. Hieraus ergiebt sich nun, wie bei den kategorischen Urtheilen, Folgendes:

1) das allgemein bejahende Urtheil: in allen Fällen, wo *S* ist, ist *P*, giebt das äquipollente: in allen Fällen, wo *S* ist, ist nicht *P* nicht; woraus durch Umkehrung folgt das allgemein verneinende: in allen Fällen, wo *P* nicht ist, ist auch nicht *S*.

2) Das allgemein verneinende Urtheil: in allen Fällen, wo *S* ist, ist nicht *P*, giebt das äquipollente: in allen Fällen, wo *S* ist, ist *P* nicht; woraus durch Umkehrung folgt das besonders bejahende: in einigen Fällen, wo *P* nicht ist, ist *S*.

3) Das **besonders verneinende** Urtheil: in einigen Fällen, wo S ist, ist nicht P, giebt das äquipollente: in einigen Fällen, wo S ist, ist P nicht; woraus durch Umkehrung folgt das **besonders bejahende**: in einigen Fällen, wo P nicht ist, ist S.

Auch hier lässt sich also das allgemein bejahende und besonders verneinende rein, das allgemein verneinende aber nur verändert contraponiren. Für das besonders bejahende giebt es aus denselben Gründen wie für die kategorischen Urtheile keine allgemeine Regel der Contraposition.

Beispiele. Aus dem Satze: immer wenn der Grund giltig ist, ist es auch die Folge, würde durch blosse Umkehrung sich ergeben: zuweilen, wenn die Folge giltig ist, ist es auch der Grund; dagegen ergiebt sich durch Contraposition: immer, wenn die Folge nicht giltig ist, ist es auch der Grund nicht. Ebenso aus: immer wenn sich Thau bildet, enthält die Luft Wasserdämpfe, folgt durch blosse Umkehrung: zuweilen wenn die Luft Wasserdämpfe enthält, bildet sich Thau; durch Contraposition aber: niemals wenn die Luft Wasserdämpfe nicht enthält, bildet sich Thau. Ferner aus: niemals wenn Wind und trüber Himmel ist, bildet sich Thau, folgt durch Umkehrung: niemals wenn sich Thau bildet, ist Wind und trüber Himmel; dagegen durch Contraposition: zuweilen wenn sich Thau nicht bildet, ist Wind und trüber Himmel. Es bildet sich nämlich auch bei Windstille und heiterem Himmel Thau nicht, wenn die Luft keine Wasserdämpfe enthält. Daher auch der Satz: zuweilen wenn Windstille und heitrer Himmel ist, bildet sich nicht Thau, der sich nicht umkehren, aber contraponiren lässt, und dann giebt: zuweilen wenn sich Thau nicht bildet, ist Windstille und heiterer Himmel.

Da die Contraposition auf der Conversion beruht, so bleibt, wie bei dieser, die Modalität der Urtheile unverändert.

Vierter Abschnitt.

Von den Formen der Schlüsse.

§ 84.

Im Schluss (*syllogismus*) soll (§ 10) ein Urtheil aus einer Mehrheit von begründenden Urtheilen abgeleitet werden. Diese letzteren heissen im allgemeinen **Vordersätze** (*praemissae*), das aus ihnen abgeleitete Urtheil der **Schlusssatz** (*conclusio*). Die einfachste Voraussetzung ist nun offenbar die, nur **zwei** Vordersätze anzu-

nehmen. Von diesen wird der eine das Subject S, der andere das Prädicat P des Schlusssatzes enthalten müssen. Letzterer heisst der Obersatz (*propositio major*), und übereinstimmend damit das in ihm enthaltene Prädicat des Schlusssatzes der Oberbegriff (*terminus major*); ersterer dagegen der Untersatz (*propositio minor*), und das in ihm enthaltene Subject des Schlusssatzes der Unterbegriff (*terminus minor*). Um den Oberbegriff mit dem Unterbegriff verknüpfen zu können, muss der in jedem der beiden Vordersätze ausserdem noch enthaltene zweite Begriff ein und derselbe seyn. Dieser gemeinsame, die unmittelbare Verknüpfung von S und P vermittelnde Begriff heisst der Mittelbegriff (*terminus medius*). Hiernach ist nun die einfachste Aufgabe der Lehre von den Schlüssen oder der Syllogistik: zu bestimmen, ob und in welcher Form aus zwei einen gemeinsamen Mittelbegriff enthaltenden, ihrer Form nach gegebenen Vordersätzen ein Schlusssatz folgt. Indess auch so gefasst ist die Aufgabe noch zu verwickelt, daher am zweckmässigsten die Untersuchung zunächst auf kategorische Vordersätze sich beschränkt und für diese nur assertorische Modalität voraussetzt.

I. Schlüsse aus kategorischen Vordersätzen.

§ 85.

Wenn A und B die beiden im Schlusssatz verbundenen Begriffe sind, von denen noch unentschieden bleiben mag, welcher darin Subject und welcher Prädicat wird, wenn ferner M den hinzukommenden Mittelbegriff bezeichnet, so sind, abgesehen von der Quantität, für die beiden Vordersätze folgende Formen möglich, in denen das zwischen Subject und Prädicat gesetzte $+$ oder $-$ bezüglich ein bejahendes oder verneinendes Urtheil, der erste Buchstabe aber das Subject, der zweite das Prädicat anzeigt:

$$A + M, \quad A - M, \quad M + A, \quad M - A;$$
$$B + M, \quad B - M, \quad M + B, \quad M - B.$$

Jede der vier Formen des ersten Vordersatzes kann mit jeder der vier Formen des zweiten verbunden werden, woraus sich 16 Verbindungen ergeben. Sie zerfallen nach der Stellung des Mittel-

begriffs in drei Classen, von denen die erste diejenigen Verbindungen enthält, bei welchen der Mittelbegriff in dem einen Vordersatz als Prädicat, in dem anderen als Subject vorkommt, der zweiten Classe diejenigen Verbindungen angehören, bei denen der Mittelbegriff in beiden Vordersätzen Prädicat ist, der dritten Classe endlich diejenigen Verbindungen zukommen, bei welchen der Mittelbegriff in beiden Vordersätzen Subject ist. Hieraus ergeben sich folgende drei Stellungen der drei in den Vordersätzen enthaltenen Begriffe:

$$\text{I.}\quad \begin{matrix} A\,M \\ M\,B \end{matrix}$$

$$\text{II.}\quad \begin{matrix} A\,M \\ B\,M \end{matrix}$$

$$\text{III.}\quad \begin{matrix} M\,A \\ M\,B. \end{matrix}$$

Es scheint zwar hierzu noch als eine vierte $\begin{matrix} M\,A \\ B\,M \end{matrix}$ kommen zu müssen. Aber da weder einer der Vordersätze, noch einer der Begriffe A, B vor dem anderen einen Vorrang hat, so ist sie gleichbedeutend mit $\begin{matrix} B\,M, \\ M\,A \end{matrix}$ welche Verbindung sich unwesentlich von der unter I nur dadurch unterscheidet, dass B und A ihre Stellen vertauscht haben. Da jede dieser drei Stellungen, wie sich zeigen wird, auf eine eigenthümliche Weise zur Verknüpfung von A und B in einem Schlusssatz führt, so gehen hieraus drei verschiedene Schlussformen hervor, welche die drei Schlussfiguren (*figurae syllogismi*) heissen.

Aristoteles kennt nur diese drei Schlussfiguren. Später führte die besondere Berücksichtigung der eben bemerkten vierten Begriffsstellung auf die sogenannte vierte, dem Claudius Galenus (im 2. Jahrhundert) zugeschriebene Figur (vgl. hierüber Prantl, Geschichte der Logik, I, S. 570, und Ueberweg, System der Logik, S. 282). Jedenfalls hat sie keinen Anspruch darauf, den drei älteren Figuren coordinirt zu werden, sondern höchstens den, als eine Unterart der ersten in Betracht zu kommen. Aber auch dazu ist nur Anlass gegeben, wenn man im voraus bestimmt, dass A Subject und B Prädicat des Schlusssatzes werden soll; eine Annahme, die der Untersuchung, aus der sich eben erst ergeben soll, ob A oder B Subject des Schlusssatzes wird, willkürlich vorgreift. Da nun auch überdies in dieser Figur weder die Ableitung des Schlusssatzes auf eigenthümlichen Principien beruht,

noch dieselbe sich durch irgend welche praktische Brauchbarkeit auszeichnet, so wird es gerechtfertigt seyn, wenn sie im Nachfolgenden nicht weiter berücksichtigt werden wird.

§ 86.

Zur ersten Figur gehören nun von den 16 möglichen Verbindungen der vier Formen der Vordersätze folgende acht:

1) $A + M$ $M + B$	2) $A + M$ $M - B$	3) $A - M$ $M + B$	4) $A - M$ $M - B$
5) $M + A$ $B + M$	6) $M + A$ $B - M$	7) $M - A$ $B + M$	8) $M - A$ $B - M$,

unter denen jedoch die vier letzten von den vier ersten, aus den im vorigen Paragraph angegebenen Gründen, nicht wesentlich verschieden sind und daher keiner besonderen Betrachtung bedürfen.

Zur zweiten Figur gehören folgende vier Verbindungen:

9) $A + M$ $B + M$	10) $A + M$ $B - M$	11) $A - M$ $B + M$	12) $A - M$ $B - M$

Zur dritten Figur endlich:

13) $M + A$ $M + B$	14) $M + A$ $M - B$	15) $M - A$ $M + B$	16) $M - A$ $M - B$.

Da nun (wie aus § 79—81 deutlich hervorgeht) in jedem bejahenden kategorischen Urtheil, je nachdem es ein allgemeines oder besonderes, der ganze oder theilweise Subjectsumfang im Umfange des Prädicats enthalten, und ebenso im verneinenden kategorischen Urtheil der erstere von dem letzteren ausgeschlossen ist, so wird überall da ein Schlusssatz sich ergeben, wo sich zeigen lässt, dass der ganze oder theilweise Umfang von A, vermittelst seines Verhältnisses zum Umfang von M und des Verhältnisses von diesem zum Umfang von B, in dem letzteren enthalten oder von ihm ausgeschlossen ist.

Das kategorische Urtheil kann als Ausdruck sowohl des Inhalts- als des Umfangsverhältnisses von Subject und Prädicat aufgefasst werden. Von dem ersteren geht Aristoteles bei seiner Begründung der Schlussfiguren aus, die neueren Logiker dagegen von dem letzteren, das sich besser an den sprachlichen Ausdruck anschliesst. Ist das bejahende kategorische Urtheil ein analytisches, so ist das Prädicat ein inneres Merkmal des Subjects oder wenigstens einer Art desselben, und dann offenbar der ganze oder theilweise Umfang des Subjects ein Theil des Prädicatsumfangs. Ist das Urtheil ein synthetisches,

so ist das Prädicat nur ein äusseres Merkmal des Subjects oder einer Art desselben. Es findet aber dann doch eine Identität der Setzung von beiden statt, so dass mit dem ganzen oder theilweisen Umfange des Subjects ein Theil des Prädicatsumfanges zusammen gesetzt wird, der eine mit dem andern zusammenfällt. Man kann daher in diesem Falle sagen, dass der Subjectsumfang (ganz oder theilweise) seiner Setzung nach enthalten ist in der Setzung des Prädicatsumfangs, und kann demnach das „Enthaltenseyn", und ebenso die „Ausschliessung" des Subjectsumfangs vom Umfange des Prädicats, auf synthetische wie auf analytische Urtheile beziehen.

§ 87.

Um nun diesem allgemeinen Princip gemäss Schlüsse der ersten Figur zu erhalten, genügt die Anwendung folgender zwei Grundsätze:

1) worin das Ganze enthalten ist, darin ist auch sein Theil enthalten;
2) wovon das Ganze ausgeschlossen ist, davon ist auch jeder Theil desselben ausgeschlossen.

Vermöge des ersten dieser Grundsätze ergiebt sich nämlich

$$\begin{array}{rl} \text{aus} & A + M \\ \text{und} & \underline{M + B} \\ \text{der Schlusssatz} & A + B, \end{array} \qquad (1)$$

wenn $M + B$ ein allgemein bejahendes Urtheil ist, indess $A + M$ sowohl ein allgemeines als ein besonderes seyn kann. Denn alsdann ist der ganze Umfang von M in dem von B enthalten, zugleich aber auch der ganze oder theilweise Umfang von A ein Theil des Umfangs von M, also auch, nach Grundsatz 1, in dem Umfang von B enthalten.

Ebenso ergiebt der zweite Grundsatz

$$\begin{array}{rl} \text{aus} & A + M \\ \text{und} & \underline{M - B} \\ \text{den Schlusssatz} & A - B, \end{array} \qquad (2)$$

wenn $M - B$ ein allgemein verneinendes Urtheil bedeutet, indess $A + M$ ein allgemein oder besonders bejahendes seyn kann. Denn dann ist der ganze Umfang von M ausgeschlossen von dem Umfang des B, zugleich aber auch der ganze Umfang von A ein Theil des Umfangs von M, also auch, nach Grunds. 2., ausgeschlossen vom Umfange des B.

Dagegen giebt weder die dritte noch die vierte Verbindung der Prämissen in § 86 einen bestimmten Schlusssatz. Denn was zuerst

$$A - M$$
$$M + B$$

betrifft, so ist hier A ausgeschlossen von M, dieses aber ein Theil von B, also A ausgeschlossen nur von einem Theil von B, was unbestimmt lässt, ob es auch von dem übrigen Theil, mithin vom Ganzen ausgeschlossen ist oder nicht. — Ebenso wenig folgt aus

$$A - M$$
$$M - B$$

ein bestimmter Schluss. Denn wenn hier M ausgeschlossen ist von B, und A ausgeschlossen von M, so kann A zwar ebenfalls ausgeschlossen von B, aber auch ganz oder theilweise in B enthalten seyn, da dann offenbar auch M von A oder einem Theil desselben, mithin auch A ganz oder theilweise von M ausgeschlossen ist.

§ 88.

Wir erhalten demnach, wenn Qualität und Quantität der Vordersätze zugleich berücksichtigt werden, aus der ersten Figur giltige Schlusssätze in vier verschiedenen Fällen, die wir mit Anschliessung an das Herkömmliche in folgender Weise darstellen können. Bezeichnet S das Subject, P das Prädicat des Schlusssatzes, M den Mittelbegriff, werden ferner die Vordersätze so geordnet, dass der (P enthaltende) Obersatz die erste, der (S enthaltende) Untersatz die zweite Stelle einnimmt, und bezeichnen a, e, i, o der Reihe nach allgemeine Bejahung, allgemeine Verneinung, besondere Bejahung, besondere Verneinung, so erhalten wir aus (1) im vorigen Paragraph folgende zwei Schlussformen:

$$\begin{array}{c} M\,a\,P \\ \underline{S\,a\,M} \\ S\,a\,P \end{array} \quad (1) \qquad \begin{array}{c} M\,a\,P \\ \underline{S\,i\,M} \\ S\,i\,P \end{array} \quad (2)$$

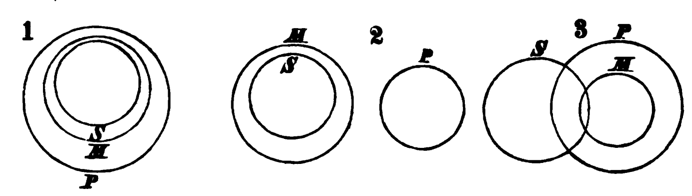
Aus (2) ebendaselbst aber ergeben sich auf die nämliche Weise folgende:

$$\begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{S\,a\,M} \\ S\,e\,P \end{array} \quad (3) \qquad \begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{S\,i\,M} \\ S\,o\,P \end{array} \quad (4)$$

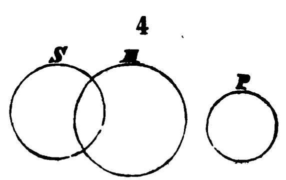
Diese Schlussformen heissen die vier Modi der ersten Figur und führen, gewöhnlich in der Ordnung 1, 3, 2, 4 aufgezählt, die aus der Bezeichnung der Qualität der in ihnen enthaltenen drei Urtheile abgeleiteten Namen *Barbara, Celarent*, *Darii*, *Ferio*. Man könnte ihnen durch Folgerung *ad subalternatam* noch zwei abgeleitete Modi beifügen, indem aus *S a P* in (1) *S i P*, und aus *S e P* in (3) *S o P* folgt, welche Modi nach Analogie zu den übrigen *Barbari* und *Celaront* heissen würden. Doch wären dies nicht mehr reine Schlüsse, sondern Combinationen von Schlüssen mit Folgerungen.

1. Beispiele. *Barbara:* alle empfindende Geschöpfe sind beseelt; alle Thiere sind empfindende Geschöpfe; also sind alle Thiere beseelt. *Celarent:* kein durch Lungen athmendes Thier ist ein Fisch; alle Cetaceen athmen durch Lungen; also sind alle Cetaceen nicht Fische. *Darii:* alle Zugvögel sind Wanderthiere; viele Singvögel sind Zugvögel; also sind viele Singvögel Wanderthiere. *Ferio*: eine Amphibie ist ein warmblütiges Thier; manche eierlegende Thiere sind Amphibien; also sind manche eierlegende Thiere nicht warmblütige.

2. Zur Erläuterung der vorstehenden sowohl als der nachfolgenden Schlussmodi kann man sich mit Vortheil der oben (§ 45 Anmerk.) mitgetheilten Versinnlichung der kategorischen Urtheilsformen durch einander ein- oder ausschliessende Kreise bedienen, die besonders durch Euler's Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände der Physik und Philosophie (Bd. II. S. 90 ff.) allgemeiner bekannt, viel früher aber schon von Joh. Christ. Lange, Professor zu Giessen, in seinem 1712 erschienenen *Nucleus Logicae Weisianae* gebraucht und, wie es scheint, zuerst von Christ. Weise, Rector des Gymnasiums zu Zittau (gest. 1708; derselbe, der sich auch um das gelehrte Schulwesen und die Förderung der deutschen Literatur mannigfache Verdienste erworben hat, vgl. Koberstein, Geschichte der deutschen Nationalliteratur I, S. 486) erfunden worden ist (s. Lambert's Architektonik, Bd. I. S. 128). Ploucquet bediente sich der Vierecke, Maass der Dreiecke statt der Kreise. Weniger bequem ist die durch Lambert (Neues Organon, Bd. I. S. 111) angewandte Versinnlichung durch ausgezogene und punktirte Linien.



4



Durch Anwendung dieser Kreise versinnlichen nun die Figuren 1 bis 4 der Reihe nach die Modi *Barbara, Celarent, Darii* und *Ferio.* Auch die Fälle, wo die Prämissen von der Art sind, dass sich aus ihnen keine bestimmte Conclusion ergiebt, lassen sich durch dieses Hülfsmittel sehr wohl erläutern (vgl. die elegante Abhandlung von Gergonne, *essai de dialectique rationelle* in dessen *Annales des mathémat. T. VII. p.* 189). Eigentliche Beweiskraft liegt jedoch in diesen Anschauungen nicht, sondern nur in dem, was man sich dabei denkt, d. i. in den angeführten Grundsätzen (§ 87). Bewiesen können die Schlussmodi nur durch Schlüsse werden, was nach dem in der Einleitung über die Begründung der Denkformen durch Denken Gesagten keinen Anstoss erregen wird.

3. Schon Locke bemerkt (*essay concerning human understanding B. IV. c.* 17. § 8), dass es zweckmässiger sey, statt der üblichen Anordnung der Prämissen, nach der der Obersatz die erste, der Untersatz die zweite Stelle einnimmt, die Ordnung umzukehren, wobei dann der Mittelbegriff, in der ersten Figur wenigstens, zwischen die beiden anderen Begriffe zu stehen kommt und sie in natürlicher Weise verbindet. Leibniz (*nouveaux essais sur l'entend. hum. liv. IV. ch.* 17. § 4.; vgl. § 8. *opp. philos. ed. Erdmann, p.* 395 und 398) tritt ihm bei und weist den Vortheil dieser Anordnung insbesondere bei den Kettenschlüssen nach. Die herkömmliche Anordnung rührt von Aristoteles her, bei dem sie aber, da er nicht das Umfangs-, sondern das Inhaltsverhältniss der Begriffe betrachtet, eine natürliche ist. Aristoteles schliesst nämlich: P ist (als Merkmal) enthalten in M, M enthalten in S, also P enthalten in S. Fängt man dagegen das Urtheil nach unserer Weise mit dem Subject an, so ist es natürlicher, zu schliessen: S ist M, M ist P, also ist S . . P.

4. Die scholastischen Namen *Barbara, Celarent, Darii, Ferio,* so wie die der Modi der andern Figuren, sind besonders durch des Petrus Hispanus (st. als Pabst Johann XXI. i. J. 1277) *summulae logicales* in Aufnahme gekommen und den griechischen des Michael Psellus (um's J. 1100), in dessen *σύνοψις εἰς τὴν Ἀριστοτέλους λογικήν*, enthaltenen: *γράμματα, ἔγραψε, γραφίδι, τεχνικός,* nachgebildet, die den zusammenhängenden Satz geben: Buchstaben schrieb mit dem Griffel der Gelehrte (vgl. Prantl, Geschichte der Logik II, S. 275).

§ 89.

Schlüsse in der zweiten Figur ergeben sich durch Anwendung folgender zwei Grundsätze:

1) jeder Theil eines Ganzen ist ausgeschlossen von dem, was vom Ganzen ausgeschlossen ist;

2) was vom Ganzen ausgeschlossen ist, ist auch von jedem seiner Theile ausgeschlossen.

Nach dem ersten dieser Grundsätze folgt in § 86, 10

$$\begin{array}{rl} \text{aus} & A + M \\ \text{und} & \underline{B - M} \\ \text{der Schlusssatz} & A - B, \end{array} \qquad (1)$$

wenn $B - M$ ein allgemein verneinendes Urtheil ist, indess $A + M$ sowohl ein allgemein als besonders bejahendes seyn kann. Denn alsdann ist der ganze oder theilweise Umfang von A ein Theil dessen von M, von dem der ganze Umfang von B ausgeschlossen ist. Ist aber nur ein Theil des Umfangs von B ausgeschlossen von dem Umfang des M, so entsteht kein bestimmter Schlusssatz, indem die Ausschliessung von dem Theile eines Umfangs weder eine bestimmte Bejahung noch Verneinung giebt.

Ebenso folgt nach dem zweiten Grundsatz in § 86, 11

$$\begin{array}{rl} \text{aus} & A - M \\ \text{und} & \underline{B + M} \\ \text{der Schlusssatz} & A - B, \end{array} \qquad (2)$$

wenn $B + M$ allgemein ist, indess $A - M$ sowohl allgemein als besonders verneinen kann. Denn dann ist M das Ganze, von dem B der Theil, und A ganz oder theilweise vom Ganzen ausgeschlossen.

Dagegen giebt weder 9 noch 12 in § 86 einen bestimmten Schlusssatz. Denn in

$$\begin{array}{c} A + M \\ B + M \end{array}$$

sind (hinsichtlich des Umfangs) A und B Theile von M; diese Theile aber können ebensowohl ganz oder theilweise in einander eingeschlossen, als von einander ausgeschlossen seyn, haben also kein bestimmtes Verhältniss. Dasselbe gilt von

$$\begin{array}{c} A - M \\ B - M, \end{array}$$

wo A sowohl als B nur von M ausgeschlossen sind, dadurch aber das Verhältniss ihrer Ein- oder Ausschliessung nicht bestimmt ist.

§ 90.

Wir erhalten hieraus durch Umstellung der Prämissen und Anwendung desselben Verfahrens wie in § 88 ebenfalls vier Schlussformen, nämlich aus § 89, (1)

$$\frac{\begin{array}{c} P\,e\,M \\ S\,a\,M \end{array}}{S\,e\,P} \quad (1) \qquad \frac{\begin{array}{c} P\,e\,M \\ S\,i\,M \end{array}}{S\,o\,P} \quad (2)$$

Aus § 89, (2)

$$\frac{\begin{array}{c} P\,a\,M \\ S\,e\,M \end{array}}{S\,e\,P} \quad (3) \qquad \frac{\begin{array}{c} P\,a\,M \\ S\,o\,M \end{array}}{S\,o\,P} \quad (4)$$

Dies die vier Modi der zweiten Figur, die, gewöhnlich in der Ordnung 1, 3, 2, 4 aufgeführt, die Namen *Cesare, Camestres, Festino, Baroco* führen. Man kann durch Folgerung *ad subalternatam* auch hier noch zwei abgeleitete Modi hinzufügen, indem aus (1) sowohl als (3) sich $S\ o\ P$ ergiebt, Modi, welche *Camestros* und *Cesaro* heissen müssten, von denen jedoch das Gleiche wie von den der ersten Figur beigefügten *Barbari* und *Celaront* gilt.

1. Beispiele. *Cesare:* kein Tapfrer ist furchtsam; jeder Abergläubische ist furchtsam; also ist kein Abergläubischer tapfer. *Camestres:* jedes gebildete Volk pflegt die Wissenschaften; kein Hirtenvolk pflegt die Wissenschaften; kein Hirtenvolk ist ein gebildetes Volk. *Festino:* kein Ehrliebender ist ein Müssiggänger; manche Reiche sind Müssiggänger; manche Reiche sind nicht ehrliebend. *Baroco:* jeder sittliche Mensch verabscheut die Lüge; manche grosse Politiker verabscheuen nicht die Lüge; manche grosse Politiker sind nicht sittliche Menschen.

2. Die älteren Logiker suchten die Giltigkeit der Modi der zweiten (und ebenso der dritten) Figur dadurch zu erweisen, dass sie durch Veränderung der Prämissen sie auf die erste Figur zurückführten, womit freilich die Selbständigkeit der Figur, als einer eigenthümlichen Art zu schliessen, aufgegeben wird. In (1) und (2) geschieht dies leicht, da $P\ e\ M$ rein umkehrbar ist und also $M\ e\ P$ giebt, wodurch nun die erste Figur hergestellt ist, und nach *Celarent* und *Ferio* geschlossen werden kann. In (3) muss $S\ e\ M$ rein umgekehrt werden und überdies eine Vertauschung der Prämissen stattfinden. Dies giebt $\begin{array}{c} M\,e\,S \\ P\,a\,M \end{array}$, woraus nach *Celarent* $P\ e\ S$ folgt, das endlich rein umgekehrt $S\ e\ P$ giebt. Gekünstelter ist die Ableitung von (4). Sie geschieht durch den Beweis der Unmöglichkeit des Gegentheils. Angenommen nämlich, es folge hier aus den Prämissen $P\ a\ M$ und $S\ o\ M$ nicht $S\ o\ P$, so folgte, wenn letzteres

ungiltig, *ad contradictoriam,* dass das Urtheil *S a P* giltig wäre. Dann also wäre

als giltig gegeben *P a M*
als Folge der Annahme, dass *S o P* ungiltig, *S a P*
woraus nach *Barbara* folgte *S a M,*

was aber mit dem als giltig gegebenen Urtheil *S o M* in Widerspruch steht.

Diese Reduction der Modi der zweiten Figur auf die erste ist auf versteckte Weise durch ihre Benennungen angezeigt. Der Anfangsbuchstabe derselben bezeichnet nämlich den Modus der ersten Figur, auf welchen jeder Modus der zweiten reducirt wird, also *Camestres* und *Cesare* auf *Celarent, Baroco* auf *Barbara, Festino* auf *Ferio.* Ferner zeigt der Buchstabe *s* die reine Umkehrung, der Buchstabe *p* die veränderte Umkehrung, der Buchstabe *m* die Umstellung der Prämissen, *c* endlich die Zurückführung auf die Unmöglichkeit des Gegentheils für diejenigen Urtheile an, deren Qualitäts- und Quantitätszeichen *a, e, i, o* jenen Consonanten unmittelbar vorangehen. Dies wird ausgedrückt in der Regel:

S *vult simpliciter verti,* P *verti per accid.* (*ens*)
M *vult transponi,* C *per impossibile duci.*

§ 91.

Schlüsse in der dritten Figur ergeben sich durch Anwendung des Grundsatzes: identische Begriffsbestimmungen können für einander gesetzt (einander substituirt) werden.

Da nämlich in jedem allgemein bejahenden Urtheil der ganze Subjectsumfang als (innerlich oder äusserlich) identisch mit einem Theil des Prädicatsumfangs betrachtet werden kann, so folgt hiernach, wenn beide Prämissen allgemein sind, in § 86, 13

aus $M + A$
und $M + B$ (1)
der Schlusssatz $A + B$

als ein besonders bejahender.

Ebenso folgt in § 86, 14

aus $M + A$
und $M - B$ (2)
der Schlusssatz $A - B$

als ein besonders verneinender. Es ergeben sich nun zwar in beiden Fällen auch noch Schlusssätze, wenn nur einer der Vordersätze allgemein ist, jedoch nur mit Zuziehung der Folgerung *ad subalternatam.* Wenn nämlich in (1) nur einige *M . . A,* aber alle *M . . B* sind, so folgt *ad subalternatam,* dass dieselben

einigen *M*, welche *A* sind, auch *B* sind, daher, nach dem obigen Grundsatz, einige *A* .. *B* sind. Dasselbe ergiebt sich auf die nämliche Weise, wenn $M + A$ allgemein und $M + B$ besonders. Ebenso in (2), wenn nur einige *M* .. *A*, aber alle *M* nicht *B* sind, folgt *ad subalternatam*, dass dieselben einigen *M*, welche *A*, auch nicht *B* sind. Dasselbe folgt auf die nämliche Weise, wenn $M + A$ allgemein und $M - B$ besonders.

Was § 86, 15 betrifft, so giebt dies, auf dieselbe Weise wie 14 behandelt, einen Schlusssatz der Form $B - A$, der sich aber, da er ein besonders verneinender ist, nicht umkehren lässt. Die Schlussform unterscheidet sich also nicht wesentlich von der bei 14, indem nur *A* und *B*, sowie die Prämissen vertauscht sind. — Aus § 86, 16 folgt aus den schon bei Nr. 4 und 12 angegebenen Gründen kein bestimmter Schlusssatz.

§ 92.

Hiernach hat nun die dritte Figur streng genommen nur zwei reine, d. h. durch blosse Anwendung des Grundsatzes der Substitution sich ergebende Modi, zu denen jedoch mit Zuziehung der Folgerung *ad subalternatam* noch vier abgeleitete kommen. Alle sechs stellen sich nach derselben Bezeichnung wie bei den beiden ersten Figuren so dar:

$$\begin{array}{c} M\,a\,P \\ \underline{M\,a\,S} \\ S\,i\,P \end{array} \quad (1) \qquad \begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{M\,a\,S} \\ S\,o\,P \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{c} M\,i\,P \\ M\,a\,S \\ \underline{(M\,i\,S)} \\ S\,i\,P \end{array} \quad (3) \qquad \begin{array}{c} M\,o\,P \\ M\,a\,S \\ \underline{(M\,i\,S)} \\ S\,o\,P \end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{c} M\,a\,P \\ (M\,i\,P) \\ \underline{M\,i\,S} \\ S\,i\,P \end{array} \quad (5) \qquad \begin{array}{c} M\,e\,P \\ (M\,o\,P) \\ \underline{M\,i\,S} \\ S\,o\,P \end{array} \quad (6)$$

Die in Parenthesen eingeschlossenen Urtheile sind die aus den unmittelbar darüber stehenden durch die Folgerung *ad subalternatam* abgeleiteten, und ihre Quantität immer genau dieselbe wie die der

anderen Prämisse. Diese sechs Modi führen der Reihe nach die Namen *Darapti, Felapton, Disamis, Bocardo, Datisi, Ferison,* die, auf dieselbe Art wie die der zweiten Figur gebildet, auf die erste zurückweisen.

Beispiele. *Darapti:* alle Vögel legen Eier; alle Vögel sind Wirbelthiere; manche Wirbelthiere legen Eier. *Felapton:* kein wahrer Gelehrter ist ein Pedant; jeder wahre Gelehrte ist gründlich gebildet; manche gründlich Gebildete sind nicht Pedanten. *Disamis:* manche Romane sind belehrend; alle Romane sind erzählende Dichtungen; manche erzählende Dichtungen sind belehrend. *Bocardo:* manche geniale Ideen sind nicht ausführbar; alle geniale Ideen sind ansprechend; manches Ansprechende ist nicht ausführbar. *Datisi:* alle schlüpfrige Dichtungen sind verwerflich; manche solche Dichtungen sind unterhaltend; manches Unterhaltende ist verwerflich. *Ferison:* keine langweilige Dichtung ist ästhetisch erlaubt; manche langweilige Dichtungen sind sehr moralisch; manches sehr Moralische ist nicht ästhetisch erlaubt.

Wollte man aus § 86, 15 Schlüsse ziehen, so würde z. B. kommen

$$\frac{\begin{matrix} M\,a\,P \\ M\,e\,S \end{matrix}}{P\,o\,S} \qquad \frac{\begin{matrix} M\,i\,P \\ M\,e\,S \end{matrix}}{P\,o\,S} \quad \text{u. s. f.}$$

wo die Schlusssätze sich nicht umkehren lassen, also weder S Subject, noch P Prädicat des Schlusssatzes werden kann. Setzt man aber für $B\,..\,S$ und für $A\,..\,P$, so wird $M - A$ Obersatz, $M + B$ Untersatz, d. i. die Prämissen sind die in (2), (4) und (6), und es ergiebt sich also keine neue Schlussform. Wollte man aber $M\,e\,S$ umkehren, so fiele man aus der dritten Figur in die erste.

§ 93.

Zur Charakteristik des Eigenthümlichen der drei Schlussfiguren I, II, III, dienen folgende Bemerkungen:

1) Die erste Figur giebt Schlusssätze von jeder Qualität und Quantität; die der zweiten sind stets verneinende, die der dritten stets besondere Urtheile.

2) In I und II ist der Obersatz stets ein allgemeiner, nur in III kann er ein besonderer seyn.

3) In I ist der Untersatz ein allgemein oder besonders bejahender, in II hat er jede beliebige Qualität und Quantität, in den beiden reinen Modis von III ist er nur ein allgemein bejahender, in den abgeleiteten kann er auch ein besonders bejahender seyn.

4) Ein allgemein bejahender Schlusssatz folgt nur aus dem Modus *Barbara* der ersten Figur, ist also nur auf eine Art möglich.

5) Ein allgemein verneinender Schlusssatz folgt aus I nach *Celarent* und aus II nach *Camestres* und *Cesare*, ist also auf dreierlei Art möglich.

6) Ein besonders bejahender Schlusssatz folgt aus I nach *Darii* und dem abgeleiteten Modus *Barbari*; aus III nach dem reinen Modus *Darapti* und den abgeleiteten *Disamis* und *Datisi*, also aus reinen Modis nur auf zweierlei, aus den Modis im weiteren Sinne auf fünferlei Art.

7) Ein besonders verneinender Schlusssatz folgt aus I nach *Ferio* und dem abgeleiteten Modus *Celaront*; aus II nach *Baroco* und *Festino* und den abgeleiteten Modis *Camestros* und *Cesaro*; aus III nach *Felapton* und den abgeleiteten *Bocardo* und *Ferison*; also aus reinen Modis auf viererlei, aus den Modis überhaupt auf neunerlei Art.

Lässt man also 18 Modi zu, so kommen von diesen einer auf die allgemeine Bejahung, drei auf die allgemeine Verneinung, fünf auf die besondere Bejahung und neun auf die besondere Verneinung des Schlusssatzes.

Für die Erweiterung unserer Erkenntniss ist das Allgemeine wichtiger als das Besondere, das Bejahende wichtiger als das Verneinende, auch kann man der allgemeinen Verneinung einen höheren Werth beilegen als der besonderen Bejahung. Demnach nimmt mit der wachsenden Wichtigkeit der abgeleiteten Urtheile die Möglichkeit, sie durch verschiedene Schlussformen zu erhalten, ab, so dass für die allgemein bejahenden, die wichtigsten von allen, sogar nur eine einzige Schlussform möglich ist.

§ 94.

Im allgemeinen kann man auch sagen, dass die erste Figur durch Subsumtion, die zweite durch Opposition, die dritte durch Substitution der Begriffe zu einem Schlusssatze gelangt. Denn in I wird *S*, sofern es unter *M* steht, der Bestimmung untergeordnet, die *M* in *MP* hat. In II kommt *S* durch Vermittelung von *M* mit *P* in Opposition. Denn entweder ist *S* ein *M* und *P* ein *Non-M*, oder *S* ein *Non-M* und *P* ein *M*, wodurch in beiden Fällen der Inhalt des Begriffs *P* vom Inhalt des Begriffs *S*, folglich

der (ganze oder theilweise) Umfang des S von dem von P ausgeschlossen wird. Was III betrifft, so erhellt das Gesagte von selbst. — Hinsichtlich der Resultate ist die erste Figur die universellste, zugleich hinsichtlich der Stellung des Mittelbegriffs die natürlichste und einfachste Art zu schliessen, daher auch die am häufigsten gebrauchte. Doch zeigt in der zweiten Figur namentlich der Modus *Baroco* ihre Unentbehrlichkeit. Die dritte aber ist namentlich im mathematischen Denken von ausgedehntem Gebrauche.

Das bekannte Axiom: zwei Grössen, die einer dritten gleich sind, sind selbst gleich, ist nur eine Anwendung des logischen Grundsatzes der Substitution auf Grössen. Gleichwohl führt er in der Mathematik nicht zu particularen Schlusssätzen. Dies erklärt sich auf folgende Weise. Die Prämissen $M\,a\,P$, $M\,a\,S$ geben darum blos den besonders bejahenden Schlusssatz $S\,i\,P$, weil sie im allgemeinen nur aussagen, dass alle M einige P und zugleich einige S sind. Sind sie dagegen reciprokable Urtheile, also alle M alle P und zugleich alle S, so folgt, dass alle S alle P sind. Dies ist stets der Fall, wenn diese Urtheile hinsichtlich des Prädicats conjunctive sind; und dies gilt von den mathematischen Gleichungen. So sagt z. B. die Gleichung $y = a\,x + b$ aus, dass jeder Werth von y identisch ist mit einem bestimmten durch a multiplicirten und um die Grösse b vermehrten Werth von x; ebenso sagt $y = cx^2$, dass jeder Werth von y identisch ist mit einem bestimmten durch sich selbst und durch a multiplicirten Werthe von x; woraus dann allgemein folgt, dass alle durch cx^2 gegebene Werthe identisch sind mit den entsprechenden, durch $ax + b$ gegebenen Werthen.

§ 95.

Aus der vorstehenden Lehre von den kategorischen Schlüssen ergeben sich folgende allgemeine Gesetze derselben:

1, *a*) Ein bejahender Schlusssatz folgt immer nur aus bejahenden Vordersätzen, und umgekehrt *b*): bejahende Vordersätze geben immer nur einen bejahenden Schlusssatz.

2, *a*) Ein allgemeiner Schlusssatz folgt nur aus allgemeinen Vordersätzen, *b*) aber allgemeine Vordersätze geben nicht immer, sondern nur in der ersten und zweiten Figur einen allgemeinen Schlusssatz.

3) Wenn der eine Vordersatz bejaht, der andere verneint, so verneint der Schlusssatz.

4) Wenn der eine Vordersatz ein allgemeiner, der andere ein besonderer ist, so ist der Schlusssatz ein besonderer.

5) Aus blossen verneinenden und blossen besonderen Vordersätzen folgt kein bestimmter Schlusssatz.

Die Beweise dieser Sätze ergeben sich folgendermaassen: 1, *a* folgt aus der Vergleichung der Modi *Barbara*, *Barbari*, *Darii*, *Darapti*, *Disamis*, *Datisi*, der alleinigen Modi, welche bejahende Schlusssätze geben. 1, *b* folgt aus denselben Modis, da sie allein bejahende Vordersätze haben. 2, *a* folgt aus *Barbara*, *Celarent*, *Camestres*, *Cesare*, da diese Modi allein allgemeine Schlusssätze geben; 2, *b* aber wird theils durch dieselben Modi, theils durch *Darapti* und *Felapton* dargethan, welche bei allgemeinen Vordersätzen doch besondere Schlusssätze haben. 3 wird erwiesen durch *Celarent*, *Celaront*, *Ferio*, *Camestres*, *Camestros*, *Baroco*, *Cesare*, *Cesaro*, *Festino*, *Felapton*, *Bocardo*, *Ferison*. 4 folgt aus *Darii*, *Ferio*, *Baroco*, *Festino*, *Disamis*, *Bocardo*, *Datisi*, *Ferison*. 5 endlich ergiebt sich, schon durch Ausschliessung, daraus, dass keiner der erhaltenen Modi, welche, wie die geführte Untersuchung zeigt, die einzig möglichen sind, blos verneinende oder blos besondere Vordersätze enthält. Der Satz ergiebt sich aber auch direct aus folgenden Ueberlegungen, die indess im Grunde schon in der vorstehenden Ableitung der Modi enthalten sind. Wenn beide Vordersätze allgemein verneinende sind, so ist der ganze Umfang von S sowohl als P ausgeschlossen vom Umfang des M, dadurch aber über das Ein- oder Ausgeschlossenseyn des S in Bezug auf P nichts bestimmt. Eben so wenig ist das Umfangsverhältniss von S und P bestimmt, wenn beide Vordersätze besonders bejahende, also im Umfang von M Theile der Umfänge von S und P enthalten sind, die aber sowohl in einander ganz oder theilweise enthalten, als von einander ausgeschlossen seyn können. Sind endlich die Vordersätze besonders verneinende, so ist die Unbestimmtheit, die bei allgemein verneinenden und besonders bejahenden stattfindet, zugleich vorhanden.

Die Sätze unter 3 und 4 werden in der alten Regel zusammengefasst: *conclusio sequitur partem debiliorem*, in der das verneinende Urtheil in Vergleichung mit dem bejahenden, das besondere in Vergleichung mit dem allgemeinen als der schwächere Theil der Prämissen (*pars debilior*) bezeichnet ist.

§ 96.

Es bleibt noch zu bemerken übrig, welche Modalität dem Schlusssatze zukommt, wenn die Vordersätze nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, ausschliesslich assertorische sind. Hierauf beziehen sich folgende Bestimmungen:

1) Wenn beide Vordersätze problematische oder apodiktische sind, so leuchtet unmittelbar ein, dass auch der Schlusssatz nur resp. ein problematischer oder apodiktischer seyn kann.

2) Ist der eine Vordersatz assertorisch oder apodiktisch, der

andere aber problematisch, so kann der Schlusssatz nur problematisch seyn. Denn durch die assertorisch oder apodiktisch gewisse Verknüpfung des Mittelbegriffs mit dem Subject oder Prädicat des Schlusssatzes in dem einen Vordersatz kann, bei der Ungewissheit, welche die problematische Verknüpfung desselben resp. mit dem Prädicat oder Subject des Schlusssatzes im andern Vordersatz anzeigt, die unmittelbare Verknüpfung von Subject und Prädicat weder assertorisch noch apodiktisch gewiss werden.

3) Ist der Obersatz apodiktisch, der Untersatz aber assertorisch so geht die apodiktische Verknüpfung des Prädicats mit dem Mittelbegriff durch diesen auch auf das Subject des Schlusssatzes über, und dieser ist daher apodiktisch. Ist dagegen der Obersatz assertorisch, und der Untersatz apodiktisch, so kann auf das Subject des letzteren nur die im Obersatz gegebene assertorische Verknüpfung des Prädicats mit dem Mittelbegriff übergehen, daher ist dann der Schlusssatz assertorisch.

Aristoteles hat den Zusammenhang der Modalität des Schlusssatzes mit den Modalitäten der Vordersätze mit erschöpfender Ausführlichkeit für alle drei Schlussfiguren untersucht. Seine Schüler Theophrast und Eudemus wichen von ihm ab und behaupteten, dass auch hinsichtlich der Modalität der Schlusssatz allgemein der schwächeren Prämisse folge, daher, wenn die eine Prämisse apodiktisch, die andere assertorisch, stets assertorisch sey. (Vgl. Prantl, Gesch. der Log. I, S. 278 ff. und S. 370 ff.). Die Unterscheidung der zwei Fälle in der dritten Regel wird insofern praktisch irrelevant, als, wie schon bemerkt wurde, häufig apodiktisch gewisse Sätze durch assertorisch-allgemeine ersetzt werden, und dann der Schlusssatz stets assertorisch ist. Im übrigen braucht wol kaum der Anfänger darauf aufmerksam gemacht zu werden, dass zwar jeder nach den Gesetzen der drei Schlussfiguren abgeleitete Schlusssatz eine nothwendige Folge seiner Prämissen ist, diese Nothwendigkeit aber bei jeder Modalität des Schlusssatzes besteht.

II. Schlüsse aus hypothetischen und zusammengesetzten Vordersätzen.

§ 97.

Die vorstehende Theorie der drei Schlussfiguren beschränkt sich auf die Voraussetzung, dass die Vordersätze nur kategorische seyen. Wir haben jetzt zu untersuchen, unter welchen Bedingungen sich aus hypothetischen und zusammengesetzten Prämissen Schluss-

sätze ergeben. Es wird hierbei genügen, nur auf diejenigen Formen Rücksicht zu nehmen, die am häufigsten zur Anwendung kommen.

Am unmittelbarsten knüpfen sich an die Schlüsse aus kategorischen Vordersätzen diejenigen an, deren Vordersätze kategorisch-hypothetische Urtheile sind (§ 52). In demselben Sinne nämlich, in welchem man von einem kategorischen Urtheile auch dann, wenn es ein synthetisches ist, (nach § 86 Anm.) sagen kann, dass sein Subjectsumfang in seinem Prädicatsumfange enthalten, oder, sofern das Urtheil verneinend, von ihm ausgeschlossen sey, gilt dies auch von dem kategorisch-hypothetischen Urtheil der Form: in allen (einigen) Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, ist (ist nicht) auch $M \,..\, N$. Denn es findet dann eine Identität (Nichtidentität) der *Setzung* der Fälle, in denen $A \,..\, B$ ist, mit der Setzung eines Theils (aller) der Fälle statt, in denen $M \,..\, N$ ist, und ist insofern die erstere Setzung in der letzteren enthalten (von ihr ausgeschlossen). Daher sind die in den §§ 87, 89 und 91 aufgestellten Grundsätze auch auf kategorisch-hypothetische Prämissen anwendbar, und ergeben sich, wie aus nachstehenden Formeln erhellt, für solche Prämissen Schlüsse in allen drei Figuren und deren Modis, welche man *kategorische Schlüsse in hypothetischer Form* nennen kann.

I. In allen Fällen, wenn $M \,..\, N$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{Bmatrix}$ $C \,..\, D$;
In allen (einigen) Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, ist $M \,..\, N$;
———————————————
In allen (einigen) Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{Bmatrix}$ $C \,..\, D$.

II. In allen Fällen, wenn $C \,..\, D$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{Bmatrix}$ $M \,..\, N$;
In allen (einigen) Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist nicht}\\ \text{ist}\end{Bmatrix}$ $M \,..\, N$;
———————————————
In allen (einigen) Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, ist nicht $C \,..\, D$.

III. In allen (einigen) Fällen, wenn $M \,..\, N$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{Bmatrix}$ $C \,..\, D$;
In allen Fällen, wenn $M \,..\, N$ ist, ist $A \,..\, B$;
———————————————
In einigen Fällen, wenn $A \,..\, B$ ist, $\begin{Bmatrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{Bmatrix}$ $C \,..\, D$.

Beispiele.

Zu I. Wenn die Gesetze herrschen, so gelangt auch der Schwache zu seinem Recht;
Wenn der Staat wohl geordnet ist, so herrschen die Gesetze;

Wenn der Staat wohl geordnet ist, so gelangt auch der Schwache zu seinem Recht.

Zu II. Wenn Regen droht, so ist immer die Luft mit feuchten Dünsten erfüllt;
Wenn Nebel gefallen ist, so ist die Luft nicht mehr mit feuchten Dünsten erfüllt;

Wenn Nebel gefallen ist, so droht kein Regen.

Zu III. In allen Fällen, wo Nothwehr erlaubt ist, ist es gestattet, den Angreifenden zu tödten;
In allen Fällen, wo Nothwehr erlaubt ist, ist das Leben in Gefahr;

In manchen Fällen, wo das Leben in Gefahr ist, ist es gestattet, den Angreifenden zu tödten.

§ 98.

Nur als ein specieller Fall dieser Schlussformen sind diejenigen Schlüsse anzusehen, die man gewöhnlich als die eigentlichen oder rein hypothetischen bezeichnet, und in welchen der Obersatz ein hypothetisches oder kategorisch-hypothetisches, der Untersatz aber ein thetisches Urtheil (§ 56) ist, das entweder die Giltigkeit der Hypothesis des Obersatzes bejaht oder die Giltigkeit seiner Thesis verneint und hieraus im ersten Falle die Giltigkeit der Thesis, im zweiten die Ungiltigkeit der Hypothesis schliesst. Ihre Formen sind folgende:

I, 1. In allen Fällen, wenn $M..N$ ist, ist $C..D$;
Nun ist in allen (einigen) Fällen $M..N$;

Also ist in allen (einigen) Fällen $C..D$.

I, 2. In allen Fällen, wenn $M..N$ ist, ist nicht $C..D$;
Nun ist in allen (einigen) Fällen $M..N$;

Also ist in allen (einigen) Fällen nicht $C..D$.

II, 1. In allen Fällen, wenn $A..B$ ist, ist $M..N$;
Nun ist in allen (einigen) Fällen nicht $M..N$;

Also ist in allen (einigen) Fällen nicht $A..B$.

II, 2. In allen Fällen, wenn $A \,.\,.\, B$ ist, ist nicht $M \,.\,.\, N$;
Nun ist in allen (einigen) Fällen $M \,.\,.\, N$;

Also ist in allen (einigen) Fällen nicht $A \,.\,.\, B$.

In allen diesen Formen nimmt das Urtheil M ist N die Stelle des Mittelbegriffs, in den beiden ersten das Urtheil C ist D, in den beiden letzten das Urtheil A ist B die Stelle des Oberbegriffs ein; der Unterbegriff aber fehlt in allen, weil in thetischen Urtheilen die Hypothesis, das Subject fehlt. Offenbar aber sind I und II den Formen I und II des vorigen Paragraphs untergeordnet und als specielle Fälle darunter enthalten. Daher erkennt man ohne Mühe in I, 1 die Modi *Barbara* und *Darii*, in I, 2 die Modi *Celarent* und *Ferio*, in II, 1 *Camestres* und *Baroco*, in II, 2 endlich *Cesare* und *Festino* wieder. Zugleich erhellt aber auch klar, dass es für Schlüsse dieser Art keine dritte Figur geben kann, weil dem Untersatz das Subject fehlt, mithin die Bedingung dieser Figur, dass in beiden Vordersätzen der Mittelbegriff die Subjectsstelle einnehmen soll, unerfüllbar ist.

Statt dieser Subsumtion unter die kategorischen Schlussfiguren pflegen die Logiker diese Schlüsse aus folgenden zwei Grundsätzen abzuleiten: 1) Mit der Bedingung ist auch das Bedingte gesetzt; 2) mit dem Bedingten ist auch die Bedingung aufgehoben. Demgemäss wird auch die Schlussform unter I als *modus ponens*, die unter II als *modus tollens* der rein hypothetischen Schlüsse bezeichnet. Es würde genauer seyn, I, 1 als *modus ponendo ponens*, I, 2 und II, 2 als *modus ponendo tollens*, II, 1 als *modus tollendo tollens* zu bezeichnen. Einen *modus tollendo ponens*, der noch denkbar wäre, giebt es nicht, da auch hier aus zwei verneinenden Prämissen kein Schluss möglich ist. Im übrigen folgt der zweite der obigen Grundsätze aus dem ersten durch Contraposition, wie aus dem ersten Beispiel in der Anm. zu § 83 erhellt.

Beispiele.

Zu I. Wenn die fallenden Körper nach Osten von der Lothlinie abweichen, so dreht sich die Erde von Westen nach Osten um ihre Axe (ist in Bezug auf ihre Axe nicht in Ruhe);
Nun weichen in der That die fallenden Körper nach Osten von der Lothlinie ab;

Also dreht sich die Erde von Westen nach Osten um ihre Axe (ist in Bezug auf ihre Axe nicht in Ruhe).

Zu II, 1. Wenn die Erde im Weltraume ruht, so werden die Fixsterne in allen Jahreszeiten nach derselben Richtung gesehen;

Nun werden aber (vermöge der Aberration) die Fixsterne nicht in allen Jahreszeiten nach derselben Richtung gesehen;

Also ruht die Erde im Weltraume nicht.

Zu II, 2. Wenn die Erde gleichförmig dicht ist, so kann ihre mittlere Dichtigkeit nicht mehr als $2^1/_4$ mal so gross seyn als die des Wassers;

Nun ist sie aber mehr als $2^1/_4$ (nämlich $5^1/_2$ mal) so gross;

Also ist die Erde nicht von gleichförmiger Dichtigkeit.

§ 99.

Noch unmittelbarer als für kategorisch-hypothetische Prämissen erhellt für inductive und conjunctive die Giltigkeit der drei Schlussfiguren, wie folgende Formeln deutlich zeigen.

I. $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ alle A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle C sind P;

Alle (einige) S sind sowohl A als B als C;

Alle (einige) S $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

II. Alle P sind $\left\{\begin{matrix}\text{sowohl}\\ \text{weder}\end{matrix}\right\}$ A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ C;

Alle (einige) S sind $\left\{\begin{matrix}\text{weder}\\ \text{sowohl}\end{matrix}\right\}$ A $\left\{\begin{matrix}\text{noch}\\ \text{als}\end{matrix}\right\}$ B $\left\{\begin{matrix}\text{noch}\\ \text{als}\end{matrix}\right\}$ C;

Alle (einige) S sind nicht P.

III. $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ alle A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle C sind P;

Sowohl alle (einige) A als alle (einige) B als alle (einige) C sind S;

Einige S $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

Beispiele.

Zu I. Sowohl Roth, als Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett sind prismatische Farben;

Jeder Regenbogen enthält sowohl Roth, als Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett;

Jeder Regenbogen enthält prismatische Farben.

Zu II. Alle Menschen der äthiopischen Rasse haben krauses Haar, vorstehende Kiefern, wulstige Lippen und stumpfe Nasen;
Die Araber haben alle diese Kennzeichen nicht;

Die Araber gehören nicht zur äthiopischen Rasse.

Zu III. Sowohl Mercur, als Venus, Erde, Mars, Jupiter und Saturn drehen sich um ihre Axen;
Eben dieselben sind Planeten;

Einige Planeten drehen sich um ihre Axen.

1. Die erste dieser Schlussweisen kommt bei allen classificirenden „Bestimmungen" gegebener Naturkörper vor. Der Obersatz ist dann ein conjunctives reciprokables Urtheil, die systematische Definition eines Naturkörpers, der Untersatz ein individuelles Urtheil, welches aussagt, dass alle in jener Definition enthaltenen Bestimmungen an einem gegebenen Körper vorkommen; woraus geschlossen wird, dass er ein Exemplar des definirten Körpers ist. Scheinbar ist daher die Form eines solchen Schlusses diese: P ist diejenige Art von A, welche die eigenthümlichen Merkmale a, b, $c \dots$ hat; nun ist dieses S ein solches A; also ist dieses S ein P. Ein solcher Schluss ist aber unzulässig, da er der zweiten Figur angehört und doch zwei bejahende Prämissen hat. Gleichwohl ist er richtig, weil sich hier der Obersatz rein umkehren lässt in: jede Art von A, welche die eigenthümlichen Merkmale a, b, $c \dots$ hat, ist ein P; wo nun der Schluss in der ersten Figur gesetzmässig erfolgt.

2. Hinsichtlich der dritten Form muss, mit Verweisung auf § 94 Anm., darauf aufmerksam gemacht werden, dass, wenn der Untersatz ein reciprokables Urtheil, der Schlusssatz allgemein ist, wie folgendes Beispiel erläutert.

Sowohl Mercur, als Venus, Erde, Mars, die Planetoiden, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun beschreiben kreisähnliche elliptische Bahnen um die Sonne;
Eben dieselben sind alle bekannten Planeten;

Alle bekannten Planeten beschreiben kreisähnliche elliptische Bahnen um die Sonne.

§ 100.

In ganz ähnlicher Weise ergeben sich in allen drei Figuren Schlüsse, wenn eine der Prämissen ein disjunctives, die andere ein kategorisches inductives (copulatives oder remotives) Urtheil ist, wie folgende Schemata zeigen, deren Giltigkeit erhellt, wenn man die disjunctiven Prämissen nach § 54 in die hypothetischen Urtheile auflöst, aus denen sie zusammengesetzt sind.

I. $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ alle A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle C sind P;
Alle (einige) S sind entweder A oder B oder C;

Alle (einige) S $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

II. 1. Alle P sind entweder A oder B oder C;
Alle (einige) S sind weder A noch B noch C;

Alle (einige) S sind nicht P.

2. Alle P sind weder A noch B noch C;
Alle (einige) S sind entweder A oder B oder C;

Alle (einige) S sind nicht P.

III. Entweder alle A oder alle B oder alle C sind P;
$\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ alle (einige) A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle (einige) B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ alle (einige) C sind S;

Einige S $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

Zur Erläuterung der vorstehenden dritten Form dient folgende Ueberlegung. Vermöge des Obersatzes ist eins der drei Urtheile: alle A sind P, alle B sind P, alle C sind P, immer giltig. Der Untersatz fügt beziehungsweise die Urtheile: alle einige) A $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ S, alle (einige) B $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ S, alle (einige) C $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind nicht}\end{matrix}\right\}$ S hinzu, wodurch in allen drei Fällen in der dritten Figur der kategorischen Schlüsse der Schlusssatz: einige S $\left\{\begin{matrix}\text{sind}\\ \text{sind}\end{matrix}\right\}$ nicht P sich ergiebt.

Beispiele.

Zu I. Sowohl alle feste, als alle tropfbarflüssige, als alle luftförmige Körper sind elastisch;
Alle Körper sind entweder feste oder tropfbarflüssige oder luftförmige;

Alle Körper sind elastisch.

Zu II. Von zwei ungleichen Geraden ist die eine entweder grösser oder kleiner als die andere;
In jedem Dreieck, das zwei gleiche Winkel hat, ist keine von den beiden diesen Winkeln gegenüberliegenden Geraden (Seiten) grösser oder kleiner als die andere;

In keinem Dreieck, das zwei gleiche Winkel hat, sind die diesen gegenüberliegenden Geraden (Seiten) ungleich.

Zu III. Entweder die christliche oder die jüdische oder die mohamedanische Religion enthält die wahre Offenbarung Gottes;
Sowohl die christliche als die jüdische als die mohamedanische Religion ist monotheistisch;

Eine monotheistische Religion enthält die wahre Offenbarung Gottes.

§ 101.

Nur als eine Erweiterung der sogenannten rein hypothetischen Schlüsse (§ 98) sind folgende zusammengesetztere Formen in der ersten und zweiten Figur zu betrachten.

I. $\left\{\begin{matrix}\text{Sowohl}\\ \text{Weder}\end{matrix}\right\}$ wenn A $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ wenn B $\left\{\begin{matrix}\text{als}\\ \text{noch}\end{matrix}\right\}$ wenn C ist, ist P;
Nun ist entweder A oder B oder C;

Also $\left\{\begin{matrix}\text{ist}\\ \text{ist nicht}\end{matrix}\right\}$ P.

II. 1. Wenn P ist, so ist entweder A oder B oder C;
Nun ist weder A noch B noch C;

Also ist P nicht.

II. 2. Wenn P ist, so ist weder A noch B noch C;
Nun ist entweder A oder B oder C;

Also ist P nicht.

Hier kann I als *modus ponendo* $\left\{\begin{matrix}\textit{ponens}\\ \textit{tollens}\end{matrix}\right\}$, II, 1 als *modus tollendo tollens*, II, 2 als *modus ponendo tollens* bezeichnet werden. Gewöhnlich macht man in I und II, 2 die disjunctive Prämisse zum Obersatz, wodurch aber die Subsumtion dieser Schlüsse unter die bekannten Schlussfiguren verloren geht. Diese Schlussformen heissen Dilemmen (Trilemmen, Polylemmen).

Beispiele.

Zu I. Sowohl wenn ich den König wegziehe, als wenn ich ihn decke, als wenn ich die schachbietende Figur schlage, werde ich beim nächsten Zuge matt;
Nun kann ich nur entweder das Erste oder das Zweite oder das Dritte thun;

Also werde ich beim nächsten Zug matt.

Zu II, 1. Wenn es eine Gnadenwahl giebt, so ist entweder Gott ungerecht, oder der Mensch unzurechnungsfähig;
Nun ist weder Gott ungerecht, noch der Mensch unzurechnungsfähig;

Also giebt es keine Gnadenwahl.

Zu II, 2. Wenn es wahr ist, dass Alles, was geschieht, durch die absolute Macht des Weltgeistes bewirkt wird, so sind die absichtlichen Handlungen der Menschen weder gut noch böse;
Nun sind aber die absichtlichen Handlungen der Menschen entweder gut oder böse;

Also ist nicht Alles, was geschieht, Wirkung des Weltgeistes.

Unter die erste Form fallen auch die unter den Namen des Krokodillschlusses und des Sophisma des Euathlus im Alterthum berühmten Dilemmen. Das letztere, welches zugleich ein juristisches Interesse hat, ist in folgender Erzählung des Gellius (*noctes atticae* V, 10) enthalten. Euathlus nahm beim Protagoras Unterricht in der Sophistik und schloss mit ihm den Contract: die eine Hälfte des Honorars voraus, die andere aber erst dann zu bezahlen, wenn er den ersten Process geführt und gewonnen haben würde. Nach beendigtem Unterricht nahm er aber keinen Process an, zahlte jedoch auch nicht die zweite Hälfte des Honorars. Protagoras verklagte ihn endlich in folgender Form: In jedem Falle bist du verbunden, das Honorar mir zu zahlen. Denn entweder werden dich die Richter verurtheilen oder freisprechen. Geschieht das Erste, so bist du zufolge des Richterspruchs, geschieht das Andere, in welchem Falle du deinen ersten Process gewonnen haben wirst, vermöge unsres Contracts zur Zahlung verbunden. Euathlus aber entgegnete: in keinem Falle bin ich zur Zahlung verbunden. Denn entweder sprechen mich die Richter davon frei, oder, wenn sie mich verurtheilen, habe ich meinen ersten Process nicht gewonnen und bin daher, vermöge unsres Contractes, zur Zahlung nicht verpflichtet. Die Erzählung des Gellius schliesst mit den Worten: *tum judices, dubiosum esse quod utrimque dicebatur rati, — — rem injudicatam reliquerunt causamque in diem longissimam distulerunt.* Göschel hat (Zerstreute Blätter aus den Hand- und Hilfsacten eines Juristen, Erf. 1832—42) eine juristische Abhandlung

hierüber geschrieben, in welcher er zu zeigen sucht, wie dem Lehrer zu seinem guten Recht zu verhelfen ist. Den klugen Sophisten trifft jedoch immer der Vorwurf, auf einen verfänglichen Contract eingegangen zu seyn.

§ 102.

Ebenso lassen sich auch folgende Schlussformen, welche vorzugsweise als disjunctive Schlüsse bezeichnet zu werden pflegen, auf die rein hypothetischen zurückführen.

I. 1. *P* ist im allgemeinen entweder *A* oder *B* oder *C*;
Nun ist in gewissen Fällen *P* . . *A*;

Also ist in diesen Fällen *P* weder *B* noch *C*.

Hier ist das Urtheil: *P* ist *A*, der Mittelbegriff, wie deutlich erhellt, wenn man dem Schluss folgende Form giebt:

Wenn *P* . . *A* ist, so ist es weder *B* noch *C*;
Nun ist in gewissen Fällen *P* . . *A*;

Also ist in diesen Fällen *P* weder *B* noch *C*.

Ebenso erhellt:

I. 2. *P* ist im allgemeinen entweder *A* oder *B* oder *C*;
Nun ist in gewissen Fällen *P* nicht *A*;

Also ist in diesen Fällen *P* entweder *B* oder *C*;

denn der Obersatz enthält hier das hypothetische Urtheil:

Wenn *P* nicht *A* ist, so ist es entweder *B* oder *C*.

I, 1 ist als *modus ponendo tollens*, I, 2 als *modus tollendo ponens* zu betrachten.

Der Untersatz kann ferner ebenfalls disjunctiv seyn. Dann ergiebt sich folgende Schlussform:

I. 3. *P* ist im allgemeinen entweder *A* oder *B* oder *C*;
Nun ist in gewissen Fällen *P* entweder *A* oder *B*;

Also ist in diesen Fällen *P* nicht *C*.

Ist endlich der Untersatz remotiv, so folgt:

I. 4. *P* ist im allgemeinen entweder *A* oder *B* oder *C*;
Nun ist in gewissen Fällen *P* weder *A* noch *B*;

Also ist in diesen Fällen *P* . . *C*.

Alle diese Formen gehören der ersten Figur. Ihnen entsprechen in der zweiten folgende:

II. 1. Im allgemeinen ist entweder A oder B oder $C..P$;
In gewissen Fällen ist $A..P$;

Also ist in diesen Fällen weder B noch $C..P$.

Ebenso, wenn wir zur Abkürzung den Obersatz weglassen:

II. 2. In gewissen Fällen ist nicht $A..P$;

Also ist in diesen Fällen entweder B oder $C..P$.

II. 3. In gewissen Fällen ist entweder A oder $B..P$;

Also ist in diesen Fällen nicht $C..P$.

II. 4. In gewissen Fällen ist weder A noch $B..P$;

Also ist in diesen Fällen $C..P$.

Beispiele zu den Formen unter I kann man aus dem Obersatz bilden: Die Bahnen der Kometen sind im allgemeinen entweder Parabeln oder Ellipsen oder Hyperbeln. Als Untersatz kann man dann entweder hinzufügen: die Bahnen mancher Kometen (z. B. des Halley'schen, Encke'schen, Biela'schen, d'Arrest'schen u. s. w.) sind Ellipsen; oder: die Bahnen mancher Kometen sind nicht Ellipsen; sind entweder Parabeln oder Ellipsen; sind weder Parabeln noch Ellipsen u. s. f. Für II kann z. B. der Obersatz seyn: Entweder ein Miasma oder ein Contagium oder blosse Furcht ist die Ursache einer Epidemie; woraus sich die Bildung der verschiedenen Untersätze von selbst ergiebt. — Offenbar kann der Obersatz auch die Form haben: P kann nur entweder A oder B oder C seyn; der Untersatz heissen: Es ist aus gewissen Gründen $P..A$ u. s. w., woraus sich dann die Form des Schlusssatzes von selbst ergiebt.

§ 103.

Die vorstehenden §§ 99—102 zeigen genügend, dass die Theorie der drei Schlussfiguren nicht blos für kategorische, sondern auch für hypothetische und solche Prämissen, die zusammengesetzte Urtheile sind, anwendbar ist, also die allgemeinen Bedingungen des Schliessens überhaupt darlegt. Die logische (formale) Richtigkeit jedes Schlusses beruht aber auf der Identität des Mittelbegriffs in den beiden Vordersätzen. Ist er dagegen nur dem Namen nach derselbe, der Sache nach aber in jeder Prämisse ein anderer, was häufig in Folge von synonymen Bedeutungen der Worte oder homonymen Benennungen verschiedener Sachen

übersehen wird, so ist eine durch ihn vermittelte Verknüpfung des Prädicats mit dem Subject nicht möglich, und der gezogene Schluss fehlerhaft. Dieser Fehler im Schliessen heisst der Schluss aus vier Hauptbegriffen (*fallacia falsi medii*), oder die Erschleichung (*subreptio*). Unabsichtlich fehlerhafte Schlüsse überhaupt heissen Fehlschlüsse (*paralogismi*); absichtliche, auf Täuschung berechnete, Trugschlüsse (*sophismata*). — Im übrigen führt auch jeder Verstoss gegen die Gesetze der drei Schlussfiguren zu einem Fehlschluss.

Vor dem Fehlschluss aus vier Hauptbegriffen haben sich selbst die scharfsinnigsten Denker nicht immer zu bewahren vermocht. Als Beispiele hiervon mag nur der Anselm'sche (ontologische) Beweis für das Daseyn Gottes (vgl. des Verf.'s Religionsphilosophie, S. 95) und Kant's Begründung des Satzes, dass Raum und Zeit nothwendige Vorstellungen seyen (vgl. Herbart's Psychologie als Wissenschaft, II, § 144) angeführt werden. — Die Trugschlüsse spielten im Alterthum eine wichtige Rolle, wie Plato's Euthydemus und Aristoteles' Schrift περὶ σοφιστικῶν ἐλέγχων beweisen. Von den neueren Logikern hat Fries (System der Logik § 109) sie mit besonderer Sorgfalt behandelt, dem griechischen Witz jedoch nicht selten die Spitze abgebrochen. Als eine Probe dieser Schlüsse mag hier folgender aus dem Euthydemus (p. 301) entnommene stehen: Wenn man Einem thut, was ihm zukommt, so thut man Recht. Nun kommt dem Koch Schlachten, Zerlegen, Kochen und Braten zu. Also wenn Jemand den Koch schlachtet, zerlegt, kocht und bratet, so thut er ihm was ihm zukommt, also Recht. Eigentlich eine Folgerung, verbunden mit einem Schluss. Aus dem ersten Satze folgert man nämlich *ad subalternatam* richtig: wenn man dem Koch thut, was ihm zukommt, so thut man Recht. Hieran schliesst sich als Untersatz: Schlachten, Zerlegen u. s. w. ist das, was dem Koch zukommt; woraus nun der Schluss folgt. Offenbar aber bedeutet das Zukommen im Obersatz so viel als Zukommen zu dulden (leiden), im Untersatz dagegen Zukommen zu thun. — Ein Fehler gegen die Gesetze der Schlussfiguren überhaupt würde es seyn, wenn man z. B. in der ersten Figur aus einem allgemein bejahenden Obersatz und verneinenden Untersatz, in der zweiten Figur aus zwei bejahenden Prämissen einen Schluss ziehen, oder in der dritten aus allgemeinen, aber nicht reciprokablen Prämissen einen allgemeinen Schlusssatz ableiten wollte.

§ 104.

Die ganze Theorie der Syllogismen giebt zu erkennen, dass die Möglichkeit eines Schlusssatzes auf der Bedingung von zwei Vordersätzen beruht, welche drei Begriffe enthalten, die sich nur in den rein hypothetischen und daraus abgeleiteten zusammen-

gesetzteren Schlüssen auf zwei reduciren. Eine scheinbare Ausnahme von dieser Regel machen die enthymematischen Schlüsse (*enthymemata, syllogismi decurtati*), in welchen bald der Obersatz bald der Untersatz fehlt, und deren wir uns im gewöhnlichen Denken sehr häufig bedienen. Aber sie sind keine eigenthümlichen Schlussformen, sondern nur Abkürzungen der vollständigen Syllogismen, bei welchen der eine Vordersatz verschwiegen wird. Jedes Enthymem bedarf daher zur Prüfung seiner Richtigkeit immer der Auflösung in einen vollständigen Syllogismus, mithin der Ergänzung durch die fehlende Prämisse.

Enthymematisch wird z. B. geschlossen: alle Thiere, die lebendige Junge gebären, sind Säugethiere; daher sind alle Walen Säugethiere; oder: alle Walen gebären lebendige Junge, daher sind sie Säugethiere. In der ersten Form fehlt der Untersatz: alle Walen gebären lebendige Junge, in der zweiten der Obersatz: alle Thiere, welche lebendige Junge gebären, sind Säugethiere. Sogar beide Prämissen können unterdrückt werden, und die Form des Schlusses sich in der Form eines Urtheils von hypothetischer Art, in dem jedoch der Vordersatz nicht bedingungsweise, sondern unbedingt gesetzt wird, gänzlich verstecken. Diese Form lautet dann: $A : C$

Da $A .. B$ ist, so ist $C : D$;

im Beispiel: da alle Walen lebendige Junge gebären, so sind sie Säugethiere. Die Bedingung wird hier zum Grunde, das Bedingte zur Folge, und die Zusammengesetztheit des Grundes verbirgt sich.

III. Schlussketten und Kettenschlüsse.

§ 105.

Die Syllogismen, deren Formen in der vorstehenden Abth. II. abgehandelt wurden, sind einfache Schlüsse. Aus der Verbindung von zwei oder mehreren derselben lassen sich aber unter sogleich anzugebenden Bedingungen zusammengesetzte Schlüsse ableiten, die von den einfachen Schlüssen aus zusammengesetzten Prämissen zu unterscheiden sind. Jeder Schlusssatz eines Syllogismus kann nämlich im allgemeinen zum Vordersatz eines zweiten Schlusses werden, wenn noch ein neues Urtheil hinzukommt, das mit ihm einen Begriff als Mittelbegriff gemein, den anderen aber nicht gemein hat. Von diesen beiden durch den Schlusssatz des ersteren zusammenhängenden Schlüssen heisst dann der erste der Vorschluss (*prosyllogismus*), der zweite der

Nachschluss (*episyllogismus*), das Ganze die Schlusskette (*syllogismus concatenatus*). Offenbar aber ist der Begriff einer Schlusskette nicht auf die Aneinanderreihung von zwei Schlüssen beschränkt, da der durch zwei Schlüsse erhaltene Schlusssatz, mit einem neuen Urtheil verbunden, das einen neuen Begriff hinzubringt, indess der andere in ihm enthaltene zugleich in dem letzten Schlusssatz vorkommt, einen dritten Schluss giebt u. s. f. Man kann daher zwei- und mehrgliedrige Schlussketten unterscheiden. Die Zahl der in ihnen enthaltenen Hauptbegriffe ist, wie man leicht sieht, immer um zwei Einheiten grösser als die Zahl der successiv gezogenen Schlüsse. In einer vielgliedrigen Schlusskette ist es willkürlich, ob man nur den ersten Schluss als Vorschluss und alle übrigen als Nachschlüsse oder nur den letzten Schluss als Nachschluss, alle vorangehenden aber als Vorschlüsse bezeichnen, oder einen Theil der Schlüsse Vorschlüsse und den anderen Nachschlüsse nennen will.

Obgleich hieraus die Möglichkeit von Schlussketten im allgemeinen genügend erhellt, so kann man sich doch die nähere Aufgabe stellen: zu bestimmen, auf wievielfache Art zunächst aus vier Begriffen P, M, N, S, von denen je zwei nächste in einem Urtheil verbunden sind, und von welchen S das Subject, P das Prädicat des letzten Schlusssatzes werden soll, nach der Lehre von den drei Schlussfiguren eine zweigliedrige Schlusskette möglich ist. Um diese Aufgabe zu lösen, werden wir zuerst den Vorschluss in der ersten, dann in der zweiten, endlich in der dritten Figur gegeben annehmen, und für jeden dieser drei Fälle besonders untersuchen, welche der drei Figuren und ihrer Modi einen Nachschluss zulassen, und umgekehrt, welche Modi der Figuren, in denen der Vorschluss erfolgt, dabei vorausgesetzt werden müssen. Wir nehmen hierbei nach der herkömmlichen Weise für die beiden ersten Figuren nur vier, für die dritte sechs Modi an.

§ 106.

Sey zuerst der Vorschluss aus P, M und N in der ersten Figur gegeben, und möge P das Prädicat, N das Subject seines Schlusssatzes, daher M der Mittelbegriff seyn; so ergiebt sich, wenn wir zuvörderst nur die Modi *Barbara* und *Celarent* anwenden,

entweder $\begin{array}{c} M\,a\,P \\ N\,a\,M \\ \hline N\,a\,P \end{array}$ oder $\begin{array}{c} M\,e\,P \\ N\,a\,M \\ \hline N\,e\,P \end{array}$

in beiden Fällen also ein allgemeiner Schlusssatz. Zu ihm kann nun im ersten Falle als neuer Untersatz entweder $S\,a\,N$ oder $S\,i\,N$ kommen, und ergiebt sich dann wiederum ein Nachschluss in der ersten Figur, und zwar bezüglich nach den Modis *Barbara* oder *Darii*, so dass dann die Schlusskette folgende Form hat, in welcher von den die Qualität und Quantität bezeichnenden Vocalen natürlich nur einer nach dem anderen Geltung hat.

$$\begin{array}{lcl} 1) & M\;a\;P & \\ & N\;a\;M & (\text{I. } \textit{Barbara}) \\ \hline & N\;a\;P & \\ & S\;a\;i\;N & (\text{I. } \textit{Barbara, Darii}) \\ \hline & S\;a\;i\;P & \end{array}$$

Im zweiten Falle lässt der verneinende Schlusssatz $N\,e\,P$ nur einen bejahenden neuen Untersatz zu, der, wenn der Nachschluss wieder in der ersten Figur erfolgen soll, $S\;a\;N$ oder $S\;i\;N$ seyn wird. Hieraus ergiebt sich die Schlusskette

$$\begin{array}{lcl} 2) & M\;e\;P & \\ & N\;a\;M & (\text{I. } \textit{Celarent}) \\ \hline & N\;e\;P & \\ & S\;a\;i\;N & (\text{I. } \textit{Celarent, Ferio}) \\ \hline & S\;e\;o\;P & \end{array}$$

Dass auf beide Vorschlüsse nicht ein Nachschluss in der zweiten Figur folgen kann, ergiebt sich ganz allgemein daraus, dass der Mittelbegriff N im Schlusssatz die Subjectsstelle einnimmt. Dagegen ist in beiden Fällen ein Nachschluss in dritter Figur möglich, wenn der neue Untersatz die Form $N\,a\,i\,S$ hat. Alsdann sind die Schlussketten folgende:

$$\begin{array}{lcl} 3) & M\;a\;P & \\ & N\;a\;M & (\text{I. } \textit{Barb.}) \\ \hline & N\;a\;P & \\ & N\;a\;i\;S & (\text{III. } \textit{Darapti, Datisi}) \\ \hline & S\;i\;P & \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} 4) & M\;e\;P & \\ & N\;a\;M & (\text{I. } \textit{Celar.}) \\ \hline & N\;e\;P & \\ & N\;a\;i\;S & (\text{III. } \textit{Felapt., Feris.}) \\ \hline & S\;o\;P & \end{array}$$

Wenn der Vorschluss in den Modis *Darii* und *Ferio* erfolgt, so hat er die Formen

$$\begin{array}{c} M\,a\,P \\ \underline{N\,i\,M} \\ N\,i\,P \end{array} \qquad \text{und} \qquad \begin{array}{c} M\,e\,P \\ \underline{N\,i\,M} \\ N\,o\,P \end{array}$$

Da hier die Schlusssätze particulär sind, so ist ein Nachschluss in der ersten Figur nicht möglich. Dagegen ist die dritte anwendbar, wenn der Untersatz $N\,a\,S$ ist. Dann erhält man

$$5)\ \begin{array}{ll} M\,a\,P & \\ \underline{N\,i\,M} & (\text{I. } \textit{Darii}) \\ N\,i\,P & \\ \underline{N\,a\,S} & (\text{III. } \textit{Disamis}) \\ S\,i\,P & \end{array} \qquad 6)\ \begin{array}{ll} M\,e\,P & \\ \underline{N\,i\,M} & (\text{I. } \textit{Ferio}) \\ N\,o\,P & \\ \underline{N\,a\,S} & (\text{III. } \textit{Bocardo}) \\ S\,o\,P & \end{array}$$

Hieraus erhellt, dass und unter welchen Bedingungen, wenn der Vorschluss nach der ersten Figur gezogen ist, der Nachschluss in der ersten oder dritten erfolgt.

§ 107.

Sey zweitens der Vorschluss in der zweiten Figur gegeben, so erhalten wir, je nachdem wir *Camestres* und *Cesare* oder *Baroco* und *Festino* anwenden,

$$\begin{array}{c} P\,a\,e\,M \\ \underline{N\,e\,a\,M} \\ N\ \,e\ \,P \end{array} \qquad \text{oder} \qquad \begin{array}{c} P\,a\,e\,M \\ \underline{N\,o\,i\,M} \\ N\ \,o\ \,P \end{array}$$

Die erste Form gestattet einen Nachschluss in der ersten Figur, wenn der neue Untersatz $S\,a\,N$ oder $S\,i\,N$ ist. Der Nachschluss kann aber auch nach der dritten Figur erfolgen, wenn der Untersatz $N\,a\,S$ oder $N\,i\,S$ ist. Die Stellung von N erlaubt aber keinen Nachschluss in der zweiten Figur. So entstehen die Schlussketten:

$$1)\ \begin{array}{ll} P\,a\,e\,M & \\ \underline{N\,e\,a\,M} & (\text{II. } \textit{Camest., Ces.}) \\ N\ \,e\ \,P & \\ \underline{S\,a\,i\,N} & (\text{I. } \textit{Celar. Fer.}) \\ S\,e\,o\,P & \end{array} \qquad 2)\ \begin{array}{ll} P\,a\,e\,M & \\ \underline{N\,e\,a\,M} & (\text{II. } \textit{Camest. Ces.}) \\ N\ \,e\ \,P & \\ \underline{N\,a\,i\,S} & (\text{III. } \textit{Felapt. Feris.}) \\ S\ \,o\ \,P & \end{array}$$

In der zweiten Form ist bei der particulären und verneinenden Beschaffenheit des Schlusssatzes der Nachschluss offenbar nur in

der dritten Figur möglich, und zwar nur dann, wenn der neue Untersatz *N a S* ist. Dies giebt

3) *P a e M*
N o i M (II. *Baroco, Festino*)
N o P
N a S (III. *Bocardo*)
S o P

Wenn also der Vorschluss in der zweiten Figur erfolgt, so ist der Nachschluss nur entweder in der ersten oder dritten Figur möglich

§. 108.

Sey endlich drittens der Vorschluss in der dritten Figur gegeben, so ist, je nachdem wir *Darapti* und *Datisi*, oder *Felapton* und *Ferison*, oder *Disamis* und *Bocardo* anwenden,

entweder *M a P* oder *M e P* oder *M i o P*
M a i N — *M a i N* — *M a N*
N i P — *N o P* — *N i o P*

Keine dieser Formen lässt wegen der particulären Beschaffenheit der Schlusssätze einen Nachschluss in der ersten und zweiten Figur zu. Nur in der dritten ist er möglich, wenn der Untersatz *N a S* ist. Hierdurch erhält man

1) *M a P*
M a i N (III. *Darap.*, *Dat.*)
N i P
N a S (III. *Disam.*)
S i P

2) *M e P*
M a i N (III. *Felapt.*, *Feris.*)
N o P
N a S (III. *Bocardo*)
S o P

3) *M i o P*
M a N (III. *Disam.*, *Bocardo*)
N i o P
N a S (III. *Disam.*, *Bocardo*)
S i o P.

Hiernach fordert also ein Vorschluss in der dritten Figur stets auch einen Nachschluss in derselben Figur, und zwar nach den Modis *Disamis* und *Bocardo*.

Die in den vorstehenden drei Paragraphen enthaltene Theorie der zweigliedrigen Schlussketten lässt fünf von einander wesentlich verschiedene Formen unterscheiden. In der ersten nämlich erfolgt der Vorschluss sowohl

als der Nachschluss in Figur I (§ 106, 1 u. 2); in der zweiten der Vorschluss in I, der Nachschluss in III (§ 106, 3, 4, 5, 6); in der dritten der Vorschluss in II, der Nachschluss in I (§ 107, 1); in der vierten der Vorschluss in II, der Nachschluss in III (§ 107, 2 u. 3); in der fünften der Vorschluss und Nachschluss in III (§ 108, 1, 2, 3). Durch eine etwas andere Behandlung erhält Herbart (Lehrbuch zur Einleit. in d. Ph. S. 93; Werke, herausgeg. von Hartenstein, I. S. 116) nur vier Ketten, von denen drei mit der ersten, vierten und fünften unserer Formen zusammentreffen, die vierte aber der Aufgabe, wie sie gestellt ist, fremd zu seyn scheint, weil sie, von der Voraussetzung abspringend, den angenommenen Obersatz zum Untersatz des Vorschlusses macht. Die zweite und dritte Form ist unbemerkt geblieben. Weit unvollständiger ist aber, was andere Logiker über diese sehr vernachlässigte Lehre beigebracht haben; das Ausführlichste noch geben Lambert (Organon I. S. 187) und Twesten (Logik S. 133).

§ 109.

Sehr leicht lassen sich aus dieser Theorie der zweigliedrigen Schlussketten folgende allgemeine Sätze über die Anwendbarkeit der drei Figuren in Schlussketten von beliebig vielen Gliedern ableiten:

1) Fängt eine Kette in der ersten oder zweiten Figur an, so kann sie nur in der ersten oder dritten fortgesetzt werden.

2) Fängt eine Kette in der dritten Figur an, so lässt sie sich auch nur in derselben fortsetzen.

3) Eine Kette rein in der zweiten Figur ist unmöglich.

4) Aus 1 und 2 folgt ferner, dass in einer Kette die zweite Figur nie mehr als einmal vorkommen kann und zwar immer nur im ersten Vorschluss.

5) Wird irgendwo in einer Kette nach der dritten Figur geschlossen, so sind auch die folgenden Schlüsse nur in derselben Figur möglich.

6) Alle drei Figuren in einer Kette können nur vorkommen, wenn diese in der zweiten Figur beginnt, in der ersten sich fortsetzt und in der dritten endigt.

7) Einen allgemein bejahenden Schlusssatz kann nur eine Kette geben, die durchgängig nach der ersten Figur, und zwar nach *Barbara* schliesst.

8) Einen allgemein verneinenden Schlusssatz kann nur eine Kette geben, die entweder allein nach der ersten Figur, und zwar

nach *Celarent* schliesst, oder in der zweiten, und zwar nach *Camestres* oder *Cesare* beginnt, und dann in die erste, und zwar in *Celarent* übergeht.

9) Jede in der zweiten Figur anhebende Kette hat einen verneinenden, jede in der dritten anfangende einen besonderen Schlusssatz.

10) Daher schliesst ein bejahender Schlusssatz die zweite Figur, ein allgemeiner die dritte von der Kette aus.

§ 110.

In der vorstehenden Theorie geht nach der herkömmlichen Anordnung der Obersatz dem Untersatz voran. Es ist jedoch schon zuvor (§ 88, Anm. 3) darauf hingewiesen worden, dass die umgekehrte Ordnung der Prämissen unserm Denken natürlicher und bequemer ist. Dann aber ist die Folge der Figuren im Vor- und Nachschluss eine andere, nämlich diese.

I. Bei Vorschlüssen in der ersten Figur.

1) *S a M*
M a N (I. *Barbara*)
———
S a N
N a e P (I. *Barb. Celar.*)
———
S a e P

2) *S a M*
M a N (I. *Barbara*)
———
S a N
P e N (II. *Cesare*)
———
S e P

3) *S a M*
M e N (I. *Celarent*)
———
S e N
P a N (II. *Camestres*)
———
S e P

4) *S i M*
M a N (I. *Darii*)
———
S i N
N a e P (I. *Darii, Ferio*)
———
S i o P

5) *S i M*
M a N (I. *Darii*)
———
S i N
P e N (II. *Festino*)
———
S o P

6) *S i M*
M e N (I. *Ferio*)
———
S o N
P a N (II. *Baroco*)
———
S o P

II. Bei Vorschlüssen in der zweiten Figur.

1) $S\ a\ e\ M$

$$\begin{array}{l} N\ e\ a\ M \\ \hline S\ e\ N \\ P\ a\ N \\ \hline S\ e\ P \end{array}$$

(II. *Cesare, Camestr.*) — (II. *Camestres*)

2) $S\ i\ o\ M$

$$\begin{array}{l} N\ e\ a\ M \\ \hline S\ o\ N \\ P\ a\ N \\ \hline S\ o\ P \end{array}$$

(II. *Festino, Baroco*) — (II. *Baroco*)

III. Bei Vorschlüssen in der dritten Figur.

1) $M\ a\ i\ S$

$$\begin{array}{l} M\ a\ N \\ \hline S\ i\ N \\ N\ a\ e\ P \\ \hline S\ i\ o\ P \end{array}$$

(III. *Darapti, Datisi*) — (I. *Darii, Ferio*)

2) $M\ a\ i\ S$

$$\begin{array}{l} M\ a\ N \\ \hline S\ i\ N \\ P\ e\ N \\ \hline S\ o\ P \end{array}$$

(III. *Darapti, Datisi*) — (II. *Festino*)

3) $M\ a\ S$

$$\begin{array}{l} M\ i\ N \\ \hline S\ i\ N \\ N\ a\ e\ P \\ \hline S\ i\ o\ P \end{array}$$

(III. *Disamis*) — (I. *Darii, Ferio*)

4) $M\ a\ S$

$$\begin{array}{l} M\ i\ o\ N \\ \hline S\ i\ o\ N \\ P\ e\ a\ N \\ \hline S\ o\ P \end{array}$$

(III. *Disam., Bocardo*) — (II. *Festino, Baroco*)

5) $M\ a\ i\ S$

$$\begin{array}{l} M\ e\ N \\ \hline S\ o\ N \\ P\ a\ N \\ \hline S\ o\ P \end{array}$$

(III. *Felapton, Ferison*) — (III. *Baroco*)

§ 111.

Für Schlussketten, in welchen die Untersätze den Obersätzen vorangehen, lauten daher die in § 109 verzeichneten Sätze, wie folgt.

1) Fängt eine Kette in der ersten oder dritten Figur an, so kann sie nur in der ersten oder zweiten fortgesetzt werden.

2) Fängt eine Kette in der zweiten Figur an, so lässt sie sich auch nur in der zweiten fortsetzen.

3) Eine Kette rein in der dritten Figur ist unmöglich.

4) Die dritte Figur kann in einer Kette nur einmal, nämlich im ersten Vorschluss vorkommen.

5) Wird irgendwo in einer Kette nach der zweiten Figur geschlossen, so sind auch die folgenden Schlüsse nur in der zweiten Figur möglich.

6) Alle drei Figuren können in einer Kette nur vorkommen, wenn diese in der dritten anhebt, in der ersten sich fortsetzt und in der zweiten endigt.

7) Einen allgemein bejahenden Schlusssatz kann nur eine Kette geben, die durchgängig nach *Barbara* schliesst.

8) Einen allgemein verneinenden Schlusssatz kann nur eine Kette geben, die entweder allein nach der zweiten Figur schliesst, und zwar von *Cesare* und *Camestres* aus- und dann zu *Camestres* übergeht; oder die in der ersten mit *Celarent* anhebt und dann in die zweite, nämlich in *Camestres* übergeht; oder die in der ersten von *Barbara* zu *Celarent*, dann aber in die zweite, nämlich in *Camestres* übergeht.

Die Sätze 9 und 10 in § 109 bleiben unverändert.

§ 112.

Unabhängig von den Figuren ergeben sich aus den Gesetzen der kategorischen Schlüsse (§ 95), die nach dem, was in den §§ 97 ff. gezeigt worden ist, auch für Schlüsse aus Prämissen jeder anderen Form gelten, noch folgende Sätze über die Schlussketten:

1) Soll der Schlusssatz einer Kette ein bejahender seyn, so erfordert dies durchgängig bejahende Prämissen; und umgekehrt: sind in einer Kette alle Prämissen bejahend, so ist es auch der Schlusssatz.

2) Soll der Schlusssatz einer Kette ein allgemeiner seyn, so erfordert dies durchgängig allgemeine Prämissen; aber es folgt nicht immer aus durchgängig allgemeinen Prämissen auch ein allgemeiner Schlusssatz.

3) Keine Kette kann mehr als eine verneinende und eine besondere Prämisse, doch auch beide zugleich haben, und diese macht dann den Schlusssatz bezüglich zu einem verneinenden, oder besonderen, oder, wenn beide Bedingungen zugleich stattfinden, zu einem besonders verneinenden.

Für Schlussketten, in denen die Obersätze den Untersätzen vorangehen, gelten ferner noch folgende Sätze.

4) Nur die erste oder zweite Prämisse einer Kette kann verneinend seyn. Denn wäre dies eine spätere, so müsste, da sie ein

Untersatz, aus ihr in der zweiten Figur geschlossen werden, die aber (§ 109, 4) nur im ersten Vorschluss vorkommen kann.

5) Auch nur eine particuläre Prämisse kann zwar in einer Kette vorkommen; aber sie ist, wenn sie zugleich bejaht, an keine bestimmte Stelle gebunden, da in allen drei Figuren der Untersatz ein besonders bejahender seyn kann. Verneint sie dagegen, so kann sie nach Nr. 4 nur die erste oder zweite Prämisse seyn.

Gehen dagegen in der Kette die Untersätze den Obersätzen voran, so kann

6) nur die erste oder zweite Prämisse particulär seyn. Denn wäre dies eine spätere, so müsste, da sie ein Obersatz, aus ihr in der dritten Figur geschlossen werden, die aber hier (§ 111, 4) nur im ersten Vorschluss vorkommen kann. Dagegen ist

7) die in der Kette ebenfalls nur einmal zulässige verneinende Prämisse, wenn sie allgemein verneint, an keine Stelle gebunden, da in allen drei Figuren der Obersatz ein allgemein verneinender seyn kann.

Im dritten Anhange zu der ersten Ausgabe dieser Schrift ist ausführlich nachgewiesen worden, dass für jede aus *n* Gliedern (Prämissen) bestehende Kette, in welcher die Obersätze den Untersätzen vorangehen und der Schlusssatz nach Qualität und Quantität bestimmt ist, sich die Modi aller Schlüsse angeben lassen, durch die er bedingt wird. Dasselbe lässt sich für eine solche Kette ausführen, in der die Untersätze den Obersätzen vorangehen. Jeder einigermaassen mathematisch gebildete Leser wird nach den vorstehenden Sätzen in der Lösung dieser Aufgabe keine Schwierigkeit finden.

§ 113.

Man kann einer Schlusskette dadurch eine abgekürzte Form geben, dass man mit Weglassung sämmtlicher mittleren Schlusssätze, die Prämissen unmittelbar auf einander folgen lässt und nur einen Schluss zieht, der die beiden in der ersten und letzten Prämisse ausschliesslich enthaltenen Begriffe mit einander verknüpft. Die hierdurch entstehende Form heisst ein Kettenschluss (*sorites*). Man unterscheidet dabei eine doppelte Anordnung der Prämissen. Beginnt nämlich der Kettenschluss mit derjenigen Prämisse, welche das Subject des Schlusssatzes enthält, und endigt mit der, in welcher das Prädicat des Schlusssatzes ent-

halten ist (indess die übrigen Prämissen nach ihren gemeinsamen Mittelbegriffen sich an einander reihen), so erhält man den gemeinen, ordentlichen oder aristotelischen Sorites; fängt dagegen der Sorites mit der das Prädicat des Schlusssatzes enthaltenden Prämisse an und endigt mit der, welche das Subject enthält, so heisst er der umgekehrte oder goclenische. Die Schemata beider sind daher, wenn $M_1, M_2, M_3, \dots M_n$ die zwischen S und P einzuschaltenden Mittelbegriffe bedeuten, und Schlüsse in der ersten Figur angenommen werden, folgende:

aristotelischer Sorites:	goclenischer Sorites:
$S \quad M_1$	$M_n \quad P$
$M_1 \quad M_2$	$M_{n-1} \quad M_n$
$M_2 \quad M_3$	$M_{n-2} \quad M_{n-1}$
$\vdots$	$\vdots$
$M_{n-1} \quad M_n$	$M_1 \quad M_2$
$M_n \quad P$	$S \quad M_1$
$\overline{S \quad P}$	$\overline{S \quad P}$

Jeder Kettenschluss fordert Continuität seiner Mittelbegriffe, d. i. je zwei auf einander folgende Glieder müssen immer einen Begriff gemein haben. Wo diese Continuität unterbrochen ist, entsteht ein Sprung im Schliessen (*saltus in concludendo*) und der Schlusssatz ist ungiltig.

1. Der goclenische Sorites hat seinen Namen von Rudolf Goclenius (1547—1628), der in seiner *Isagoge in Organum Aristotelis* (Frankf. 1598) zuerst auf diese Umkehrung des aristotelischen Sorites aufmerksam machte. Er ist die natürliche Folge derjenigen Anordnung der Prämissen einer Schlusskette, bei welcher der Obersatz stets dem Untersatz vorangeht, indess der aristotelische Sorites aus der umgekehrten Anordnung entspringt und daher für den Gebrauch bequemer ist. Ein Beispiel wird dies erläutern. Aus den Prämissen: der Ehrsüchtige ist leidenschaftlich, der Leidenschaftliche unfrei, der Unfreie unvernünftig, der Unvernünftige unsittlich; schliessen wir mit Leichtigkeit: also ist der Ehrsüchtige unsittlich. Bei weitem nicht so leicht ergiebt sich aber aus der Folge: der Unvernünftige ist unsittlich, der Unfreie unvernünftig, der Leidenschaftliche unfrei, der Ehrsüchtige leidenschaftlich; derselbe Schlusssatz. Vielmehr fühlt man hier das Bedürfniss, die mittleren Schlüsse sämmtlich zu ziehen und so das Prädicat sittlich an das Subject der Ehrsüchtige allmählich heranzubringen. Dass beide Soriten nicht auf die erste Figur beschränkt sind, versteht sich nach den vorangegangen Untersuchungen der Formen der Schlussketten von selbst; ebenso, dass die

Prämissen ebensogut hypothetische als kategorische seyn können. So stellten z. B. die „Hallischen Jahrbücher" einmal den Sorites auf: Ohne Freiheit (wo keine Freiheit ist) keine Wissenschaft (da ist keine W.); ohne Wissenschaft keine Theologie; ohne Theologie keine protestantische Kirche; also ohne Freiheit keine protestantische Kirche.

2. Ein Beispiel eines Sprunges im Schliessen ist folgendes: Dass Jesus Wunder that, erzählen die Verfasser der Evangelien; alle Jünger Jesu waren wahrheitsliebende Männer; was wahrheitsliebende Männer erzählen, ist glaubwürdig; — also, dass Jesus Wunder that, ist glaubwürdig. Hier fehlt der Satz: die Verfasser der Evangelien waren Jünger Jesu. Wird er hinzugefügt, so ist der Schlusssatz wenigstens formell giltig.

ZWEITER THEIL.

Von den methodischen Formen des Denkens.

Erster Abschnitt.

Von den systematischen Formen des Denkens.

§ 114.

Jede Wissenschaft (*scientia*) ist ein Gewebe von Begriffen, Urtheilen und Schlüssen, also ein Complex von Anwendungen der elementaren Formen des Denkens, welche zunächst durch den gemeinsamen Gegenstand, auf den sie sich beziehen, einen materiellen Zusammenhang erhalten. Aber auch abgesehen hiervon ist schon durch den allgemeinen Begriff der Aufgabe, welche eine Wissenschaft überhaupt zu lösen hat, (die Idee der Wissenschaft) ein formeller Zusammenhang dieser Formen bedingt. Jede Wissenschaft nämlich soll eine klare und deutliche, geordnete und möglichst vollständige, zusammenhängende und in sich einstimmige Erkenntniss ihres Gegenstandes geben. Alle diese erforderlichen Eigenschaften der wissenschaftlichen Erkenntniss kommen dieser nur zu, sofern sie durch Denken zu Stande gebracht wird; und obgleich die Wahrheit der Erkenntniss nicht blos auf den Verknüpfungen des Denkens, sondern zugleich auf den unmittelbar gewissen Thatsachen der äusseren Wahrnehmung und des Bewusstseyns beruhte, so müssen doch auch diese in logisch bestimmte Begriffe und Urtheile gefasst werden. Die Formen des Denkens nun, welche die elementaren Denkformen in einer solchen Weise in Anwendung bringen, dass dadurch die bezeichneten

Forderungen erfüllt werden, heissen systematische, die Form der Verbindung und Anordnung derselben zu einem Ganzen der gedachten Erkenntniss ein System. Die Klarheit und Deutlichkeit der Erkenntniss beruht auf der Bestimmung des Inhalts der Begriffe, in welche sie gefasst ist; die Ordnung und Vollständigkeit derselben auf der Bestimmung des Umfangs dieser Begriffe; ihr Zusammenhang und ihre Einstimmung endlich auf der Begründung ihrer abgeleiteten Urtheile und der in diesen enthaltenen abgeleiteten Begriffe. Diesen Erfordernissen der wissenschaftlichen Erkenntniss Genüge zu leisten, dienen drei Classen von systematischen Formen: dem ersten Erforderniss nämlich die Erklärungen, dem zweiten die Eintheilungen und Classificationen, dem dritten die Beweise und Deductionen.

I. Von den Erklärungen.

§ 115.

Ein Begriff heisst klar (*notio clara s. distincta*), wenn er von jedem andern unterschieden (destinguirt) werden kann, vor allen von den ihm verwandten und darum leicht mit ihm zu verwechselnden Begriffen. Dies geschieht theils durch Hervorhebung der ihm ausschliesslich zukommenden Merkmale, Eigenschaften und Beziehungen, theils durch Verneinung solcher, die nicht ihm, sondern nur verwandten Begriffen zukommen. Einfache Merkmale und Beziehungen müssen als unmittelbar klar vorausgesetzt werden, und nur über ihre Bezeichnung durch Worte ist noch eine sprachliche Verständigung möglich. Nennen wir nun die Form, in welcher ein Begriff klar gemacht wird, eine Erklärung im engeren Sinne (*declaratio*), so besteht dieselbe im allgemeinen in einem kategorischen, einfachen oder inductiven, theils bejahenden theils verneinenden Urtheil, dessen Subject der klar zu machende Begriff ist, und dessen Prädicat die Bestimmungen enthält, die von ihm zu bejahen oder zu verneinen sind.

1. Dass man dem Blindgebornen und dem Taubstummen die individuellen Beschaffenheiten resp. der Farben und Töne nicht klar machen kann, und diese dem Sehenden und Hörenden nur durch die Empfindung gegeben sind, ist bekannt; kann man doch nicht einmal denen, welche gewisse Farben nicht

zu erkennen vermögen (an Achrupsie leiden), oder solchen, denen musikalisches Gehör abgeht, klar machen, was ihnen mangelt. Es giebt aber auch abstracte einfache Begriffe (Gattungsbegriffe, oder strenger genommen Gesammtvorstellungen, vgl. § 18 Anm.), die sich nur klar machen lassen durch Hinweisung auf die Reihe der ihnen untergeordneten Begriffe, deren Gemeinsames sie bezeichnen, ohne dass sich dasselbe von den Artunterschieden absondern lässt. So sind z. B. Farbe, Ton, Geschmack u. s. w. das den einzelnen Farben, Tönen, Geschmäcken Gemeinsame, was aber von diesen rein abgesondert sich nicht vorstellen lässt. Der Inhalt solcher Begriffe ist daher nur durch Hinweisung auf ihren Umfang klar zu machen. Ebenso lassen sich die abstractesten Begriffe, die im Denken und Erkennen zur Anwendung kommen, wie Einerleiheit und Verschiedenheit, Einheit und Vielheit, Allgemeines und Einzelnes, Position und Negation, Seyn und Werden, Qualität und Quantität u. dgl. m. nur theils durch ihre Gegensätze klar machen, theils durch Beispiele ihrer Anwendung erläutern.

2. Besonders zu beachten ist, dass in blos distinguirenden Erklärungen verneinende Bestimmungen durchaus nicht unstatthaft sind; denn es genügt hier oft zur Unterscheidung vollständig, zu wissen, was ein Begriff nicht ist; dann nämlich, wenn er durch Ausschliessung der Bestimmungen verwandter Begriffe eine scharf begrenzte Bedeutung erhält. So ist z. B. in der Euklideischen Erklärung: Parallelen sind gerade Linien, die in einer und derselben Ebene liegen und, wie weit man sie auch nach beiden Seiten verlängere, doch nicht zusammentreffen, der Begriff der Parallelen vollkommen scharf von dem der convergenten Linien gesondert und damit zulänglich unterschieden. Ebenso werden die krummen Linien von den geraden scharf unterschieden, wenn man sie als solche bezeichnet, von denen kein, wenn auch noch so kleiner Theil gerade ist. Hier also sind die Erklärungen einfache kategorisch verneinende Urtheile. In andern Fällen, wo eine Mehrheit von Merkmalen, die sich nicht unter eine gemeinsame Benennung bringen lassen (wie z. B. die verschiedenen Neigungen sich treffender Linien unter die Benennung der Convergenz), auszuschliessen ist, sind sie remotive Urtheile. So kann z. B. die distinguirende Erklärung: der Malaye ist weder kupferroth, wie der Amerikaner, noch gelb, wie der Mongole, noch schwarz, wie der Aethiopier, noch weiss, wie der Caucasier, für ausreichend gelten, wenn es bekannt ist, dass es ausser diesen Hautfarben der Menschen nur noch eine, die zimmtbraune giebt. Andererseits würde aber auch die kürzere Erklärung: nur der Malaye ist zimmtbraun, eine genügende Distinction seyn, da sie das Merkmal zimmtbraun dem Subject beilegt, zugleich aber durch das vorgesetzte „nur" es als ein demselben ausschliesslich zukommendes bezeichnet. Zur Unterscheidung des Caucasiers von den übrigen Menschenrassen genügt es, in Bezug auf die Hautfarbe einfach zu sagen: er ist nicht farbig.

3. Da es bei blos distinguirenden Erklärungen nur um unterscheidende Kennzeichen zu thun ist, so müssen diese nicht nothwendig innere und ursprüngliche (constitutive) Merkmale, sondern können auch abgeleitete Eigen-

schaften des Begriffs seyn. So wenig die bekannte Erklärung: Rechtspflichten sind solche Pflichten, die sich erzwingen lassen, als eine genügende Inhaltsbestimmung (Definition) des Begriffs Rechtspflicht gelten kann, so ist sie doch zureichend, um sie durch das blos äussere Merkmal der Erzwingbarkeit von anderen Pflichten, den Tugendpflichten, zu unterscheiden. Und so wenig in dem Begriffe des Menschen als eines mit Vernunft begabten Thieres sein aufrechter Gang, oder dass er zwei Hände hat, liegt, so können doch diese Kennzeichen sehr wohl gebraucht werden, um ihn naturgeschichtlich von den andern ihm am nächsten stehenden Thieren zu unterscheiden.

§ 116.

Ein Begriff heisst deutlich (*notio perspicua*), wenn sein Inhalt vollständig bekannt ist. Hierzu genügt die Angabe seiner nächsthöheren Gattung (*genus proximum*) und des ihm eigenthümlichen Artunterschiedes (*differentia specifica*). Das conjunctive Urtheil, dessen Subject der zu verdeutlichende Begriff (das *definiendum*), und dessen Prädicat die durch den Artunterschied determinirte nächst höhere Gattung ist, heisst die Definition. Die Deutlichkeit, die sie giebt, ist jedoch an und für sich nur eine relative, durch die Deutlichkeit oder Klarheit der zur Definition verwendeten Begriffe bedingte. Sind diese nicht unmittelbar klar, so fordern sie anderweite Definitionen oder mindestens Erklärungen (im engeren Sinne); und da von den zu diesen benutzten Begriffen wieder dasselbe gilt, so erreicht man absolute Deutlichkeit des zu definirenden Begriffs erst dann, wenn man bis zur höchsten Gattung desselben und einer Reihe einfacher Merkmale, also zu Begriffen gelangt ist, die nur klar gemacht werden können. Substituirt man nun alle diese Bestimmungen successiv in die erste Definition des gegebenen Begriffs, so setzt diese dann denselben aus seiner höchsten Gattung und einer Reihe von Artunterschieden zusammen, wodurch er die grösstmögliche Deutlichkeit erhält.

Das Quadrat z. B. kann zunächst definirt werden als das gleichseitige Rechteck. Das Rechteck aber ist ein rechtwinkliges Viereck; das Viereck eine vierseitige, geradlinige, ebene Figur; die Figur eine begrenzte räumliche Ausdehnung. Daher kann das Quadrat auch definirt werden als das gleichseitige und rechtwinklige Viereck, als die ebene Figur, welche geradlinig, vierseitig, gleichseitig und rechtwinklig ist, u. s. f. Es bleibt dabei aber immer noch übrig, die Begriffe der Ebene, der geraden Linie, der Zahl vier, der

Gleichheit, des rechten Winkels zu definiren oder zu distinguiren. So fordert die absolute Deutlichkeit ein ganzes System von Definitionen und Distinctionen.

§ 117.

Bei der Bildung der Definitionen macht es einen wesentlichen Unterschied, ob der zu definirende Begriff ein durch seine Benennung gegebener oder ein solcher ist, der durch die Definition selbst erzeugt wird, ein erdachter. Man kann im ersten Falle die Definition eine analytische, im zweiten eine synthetische nennen. Beide sind zwar conjunctive Urtheile, aber genau genommen doch von verschiedener Form. In der analytischen Definition nämlich ist das Prädicat, in der synthetischen das Subject ein durch den zugehörigen Artunterschied determinirter Gattungsbegriff; jene lautet: *S* ist *A* determinirt durch *b*; diese: *A* determinirt durch *b* heisse *P*. In der letzteren ist also das Prädicat nur eine vereinfachende Bezeichnung des zusammengesetzten Subjects, ein Name, der es als eine Einheit auffasst, und der an sich zwar völlig willkürlich, am besten aber ein solcher ist, der noch keine durch den Sprachgebrauch fixirte Bedeutung hat. Dass dabei der determinirende Artunterschied mit dem Gattungsbegriff nicht in Widerspruch stehen darf, versteht sich zwar von selbst; dass aber damit noch nicht die Giltigkeit des erdachten Begriffs nachgewiesen ist, wird weiter unten näher erörtert werden.

Alle mathematische Definitionen, wie sie z. B. Euklid an die Spitze seiner Elemente stellt (unter denen sich jedoch auch blosse distinguirende Erklärungen befinden), sind synthetische, wenn gleich nicht selten der Name, wie in den analytischen, die Subjectsstelle einnimmt. Auch der Philosophie sind bis in die neuste Zeit herauf eine grosse Menge synthetischer Definitionen zugeführt worden, aber weit mehr zum Nachtheil als zum Vortheil. Denn abgesehen davon, dass bei diesen erdachten Begriffen fast immer die bei den mathematischen Begriffen nie fehlende wissenschaftliche Rechtfertigung ihrer Giltigkeit vermisst wird, ohne welche sie blosse Fictionen bleiben, so ist auch durch den Missbrauch, solche gemachte Begriffe häufig durch Namen zu bezeichnen, die eine durch den allgemeinen Sprachgebrauch festgestellte Bedeutung haben, zu vielen Begriffsverwirrungen und Erschleichungen Anlass gegeben worden.

§ 118.

Bietet demnach die Bildung synthetischer Definitionen an sich keine Schwierigkeiten dar, so verhält es sich dagegen anders mit

den analytischen. Es ist dabei nicht ausreichend, die Aufmerksamkeit auf das in dem Begriff Gedachte zu richten, oder dieses durch Vergleichung der den Umfang des Begriffs bestimmenden Arten desselben gewinnen zu wollen, sondern sowohl um die Gattung als um die Artunterschiede zu finden, ist es erforderlich, den zu definirenden Begriff auch mit den ihm näher oder entfernter verwandten (coordinirten) Begriffen zu vergleichen und deren gemeinsame und unterscheidende Merkmale aufzusuchen. Man muss also in sofern aus dem Begriffe herausgehen und sich auf die ihm verwandten Begriffe besinnen. Wenn nun hierdurch zwar leicht ein Gattungsbegriff und die hervorstechendsten Artunterschiede gefunden werden, so hat die vollständige Aufzählung der letzteren und die dadurch bedingte Bestimmung der nächsthöheren Gattung um so mehr Schwierigkeit, da dies voraussetzt, dass die Reihe der verglichenen Begriffe vollständig ist. Das einzige Hilfsmittel, welches hierbei die Logik an die Hand geben kann, ist, wie weiter unten (§ 125 Anm. 3) gezeigt werden wird, die Eintheilung des aufgefundenen Gattungsbegriffs, die aber für absolute Vollständigkeit auch nicht immer Gewähr leistet. Wo diese nicht erreichbar ist, da ist nur eine approximative Definition möglich, die dann die Erörterung oder Exposition des gegebenen Begriffs heisst.

Unter Anderem mag hier Jean Paul's geistreiche und scharfsinnige Erörterung des Begriffs des Lächerlichen (Vorschule der Aesthetik, I, § 26) als ein Muster angeführt werden. Eine Menge belehrender Beispiele von approximativen Definitionen enthalten Plato's Dialogen.

Dass einfache Begriffe, weil nicht analysirbar, auch nicht definirt werden können, sondern nur einen Namen haben, der sie kennzeichnet, den man aber von anderen zu unterscheiden wissen muss, hat schon Plato im Theätet (p. 202) bemerkt. Cicero's Forderung: *omnis, quae a ratione suscipitur de aliqua re, institutio debet a definitione proficisci, ut intelligatur, quid sit id de quo disputetur* (*de offic.* I, 3) kann daher nur als giltig anerkannt werden, wenn man *definitio* als Erklärung im weiteren Sinne nimmt, darunter also auch mit die blosse Distinction versteht. — Im übrigen mag noch bemerkt werden, dass die Deutlichkeit, welche durch die Definition erreicht wird, nie gleichkommen kann derjenigen Deutlichkeit, welche die Partition (§ 14 f.), wo sie anwendbar ist, durch Zerlegung eines zusammengesetzten Objectsbegriffs in seine Theilbegriffe gewährt. Die Verbindungsform der Merkmale ist nämlich für alle, wie sie auch beschaffen seyn mögen, dieselbe, die Determi-

nation. Bei der Partition dagegen pflegen die speciellen Beziehungen der Theile zu einander, wenn auch nur stillschweigend, mitgedacht zu werden.

§ 119.

Bei der Bildung von Definitionen ist vor mancherlei Fehlern zu warnen. Am häufigsten kommen folgende vor.

1) Man hüte sich, in die Definition Begriffe oder Merkmale aufzunehmen, zu deren Definition der Begriff, welcher definirt werden soll, selbst erforderlich ist. Dieser Fehler heisst die Kreisdefinition (*circulus in definiendo*) oder Diallele (*διάλληλος τρόπος, idem per idem definire*).

2) Die Definition darf nicht nur nicht solche Merkmale aufnehmen, die blos gewissen Arten des Begriffs, nicht aber ihm selbst zukommen, daher unwesentliche oder zufällige (*accidentia*) heissen, sondern auch von den ihm selbst zukommenden, daher wesentlich (*notae essentiales*) zu nennenden nur die inneren constitutiven, nicht die äusseren, attributiven, aus jenen erst abzuleitenden; denn die Definition soll auch nicht mehr geben, als was zur genauen Inhaltsbestimmung des Begriffs nöthig ist. Ausserdem wird sie zur Beschreibung (*descriptio*), die über das Ziel der Definition hinausschiesst.

3) Die Definition darf kein wesentliches und inneres Merkmal des zu definirenden Begriffs übergehen, da sie dann nicht diesen, sondern eine Gattung desselben erklären würde; aber auch nicht ein Merkmal aufnehmen, das nur einer Art desselben zukommt. Im ersteren Falle heisst die Definition zu weit (*def. latior*), im anderen zu eng (*angustior*). Die richtige Definition heisst dem Begriffe angemessen (*adaequata*). Ihr Kennzeichen ist die reine Umkehrbarkeit des Urtheils, in das sie gefasst ist.

4) Von der Definition sind verneinende Bestimmungen auszuschliessen, da diese nicht besagen, was der Begriff ist, sondern nur, was er nicht ist.

5) Die Definition hat sich dunkler, uneigentlicher, blos bildlicher Bezeichnungen der Gattungen und Artunterschiede zu enthalten, da die unbestimmte Bedeutung derselben die Schärfe der Begriffsbegrenzung (Präcision) beeinträchtigt.

Beispiele. Zu 1. Die Untersuchung über den Begriff der Tugend in Plato's Meno (p. 78, 79) führt unter Anderem auch auf die Definition: Tugend sey das Vermögen, das Gute mit Gerechtigkeit zu erwerben; was, da Gerechtigkeit selbst eine Tugend, offenbar eine Kreiserklärung ist und als solche dort auch bezeichnet wird. Zu 2. In eine Beschreibung des Parallelogramms kann ausser dem Parallelismus auch die Gleichheit der gegenüberliegenden Seiten und Winkel aufgenommen werden, in die Definition gehört aber nur die erste dieser Bestimmungen. Zu 3. Definirt man Erkenntnisse als deutliche Vorstellungen, so ist diese Erklärung einerseits zu eng, indem auch schon klare Vorstellungen Erkenntnisse seyn können, andererseits zu weit, da man eine deutliche Vorstellung von einem Nichtseynkönnenden, z. B. einer Sirene, haben kann, was aber keine Erkenntniss ist, die einen reellen, nicht blos imaginären Gegenstand voraussetzt. Wollte man hier einwenden, dass doch die Sirene als phantastische Vorstellung existire, so wäre zu antworten, dass es sich dann nicht um die Erkenntniss einer Sirene, sondern dessen, was Andere sich unter einer solchen vorstellen, handle, womit allerdings ein wenigstens als Vorstellung reelles Object gegeben ist. Zu 4. Ein Säugethier ist ein Thier, welches keine Eier legt; oder Euklid's „ein Punkt ist, was keine Theile hat", eine Erklärung, die überdies in Ermangelung der Angabe des Gattungsbegriffs zu weit ist. Zu 5. Gott ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt überall und dessen Umfang nirgends ist; oder: Tugend ist die Asymptote, der sich die Hyperbel des sittlichen Strebens nur ohne Ende nähern kann, ohne sie im Endlichen zu erreichen.

Auf eine tadelnde Bemerkung Ueberweg's (Syst. d. Log. S. 114), der die hier in Nr. 2 des Paragraphs aufgenommene Unterscheidung wesentlicher und unwesentlicher Merkmale „nichtssagend" findet, ist kurz zu entgegen, dass, wo es sich nur um die analytische Definition eines durch seine allgemein bräuchliche Benennung gegebenen Begriffs handelt, obige Unterscheidung sich vollkommen rechtfertigt und durch keine andere ersetzen lässt. Wir suchen hier nicht „den richtigen Begriff und Namen", sondern den dem gegebenen Namen entsprechenden Begriff. Von wissenschaftlicher Berichtigung des „vulgären Sprachgebrauchs" kann und soll hier noch gar nicht die Rede seyn. Im übrigen trifft die obige Unterscheidung zwischen wesentlichen und unwesentlichen Merkmalen mit der aristotelischen zwischen καθ' αὑτὸ und συμβεβηκὸς zusammen. Vgl. Zeller, Gesch. d. griech. Philos. 2. Aufl. II. b. S. 143.

§ 120.

Da die synthetische Definition nur angiebt, welche Bedeutung einem willkürlich gewählten Namen zukommen soll, die analytische aber, welche Bedeutung ein gegebener Name hat, so können beide auch als Namenerklärungen (*definitiones nominales*) bezeichnet werden. Indess liesse es sich wol auch recht-

fertigen, die analytische Erklärung eine Sacherklärung (*definitio realis*) zu nennen, so fern sie an dem durch den Namen gegebenen Object (sey es ein wirkliches oder blos vorgestelltes) eine sachliche Basis hat. Herkömmlich versteht man jedoch unter einer Sacherklärung oder Realdefinition eine solche Erklärung, aus welcher die Möglichkeit, oder richtiger die Giltigkeit, und in diesem Sinne die Realität eines Begriffs erhellt. Sie bezieht sich daher auf die Bedingungen der Setzung des Begriffs, wie die Nominaldefinition auf seine Beschaffenheit. Wir machen jedoch von dieser Benennung keinen weiteren Gebrauch, sondern werden von den Bedingungen der Giltigkeit der Begriffe unter dem Titel der Deduction handeln (s. § 133 ff.).

Unser deutsches Wort Erklärung trägt den Keim zur Unterscheidung der Nominal- und Realdefinition in sich. Denn erklären bedeutet sowohl, etwas klar und deutlich, als etwas begreiflich machen, d. h. angeben, wodurch ein Gegebenes bedingt ist. Diese letztere Bedeutung bringen wir in Anwendung, wenn wir von der Erklärung der Naturerscheinungen reden, oder allgemeiner das Wesen von der Erscheinung unterscheiden. Hier hat Wesen und wesentlich allerdings eine tiefer greifende Bedeutung als die in dem vorigen Paragraph den wesentlichen Merkmalen eines Begriffs zugestandene, aber deshalb noch nicht eine ausserhalb des Gesichtsfeldes der formalen Logik liegende. Denn wenngleich diese die Untersuchung des Wesens und der Ursachen der Dinge der Metaphysik überlässt, so schliesst sie doch diejenige über den Zusammenhang zwischen Gründen und Folgen, Bedingungen und Bedingtem von ihrem Gebiete nicht aus, und diese formalen Bestimmungen erweisen sich bei näherer Betrachtung als zureichend zu dem Begreifen und Erklären, mit dem Mathematik und Erfahrungswissenschaften sich begnügen.

II. Von den Eintheilungen und Classificationen.

§ 121.

Jede Erkenntniss eines Gegenstandes führt zu einer bald grösseren bald geringeren Vielheit und Mannigfaltigkeit von Begriffen, die, da die Erforschung des Erkenntnissobjects nicht immer planmässig fortschreitet, sondern oft auch durch Zufälligkeiten gefördert wird, im allgemeinen Anfangs ein verworrenes Aggregat bilden, das weder eine geordnete Uebersicht seiner Bestandtheile gewährt, noch erkennen lässt, ob die Summe der gewonnenen Begriffe über den zu erforschenden Gegenstand noch mangelhaft ist

oder nicht. Ordnung lässt sich nun zwar in eine solche Mannigfaltigkeit von Begriffen dadurch bringen, dass man aus ihnen nach ihren gemeinsamen und unterscheidenden Merkmalen Reihen bildet, durch die sie zu einander in die Verhältnisse theils der Beiordnung, theils der Unterordnung treten. Ob aber jede dieser Reihen, ob die Gesammtheit derselben ein vollständiges Ganze bildet, ob durch die gegebenen und geordneten Begriffe die Erkenntniss des Gegenstandes nach ihrem ganzen Umfange erschöpft wird oder nicht, bleibt zweifelhaft. Um hierüber zur Gewissheit zu gelangen, ist es nöthig, den umgekehrten Weg einzuschlagen, nämlich von dem Begriffe des Ganzen, von dem die gegebenen mannigfaltigen Begriffe nur Theile seyn können, auszugehen und durch ein methodisches Verfahren zu untersuchen, welche Theile dieses Ganze überhaupt haben kann, und von welcher Art ihre Gliederung ist. Dies nun ist die nähere Aufgabe der Eintheilungen, durch welche nicht Gattungsbegriffe aus den Arten, sondern umgekehrt diese aus jenen abgeleitet, nämlich der Umfang eines als Gattung betrachteten gegebenen Begriffs vollständig bestimmt werden soll.

Eine Sammlung von Büchern oder Mineralien z. B. kann allerdings aus einem chaotischen Zustand in einen geordneten schon dadurch gebracht werden, dass man den vorhandenen Vorrath durch Vergleichung resp. der Büchertitel oder der Kennzeichen der Mineralien in Classenabtheilungen und Unterabtheilungen derselben bringt. Ob aber die Bibliothek die gesammte Literatur, das Cabinet das ganze Mineralreich umfasst, oder beide nur Bruchstücke dieser grossen Ganzen sind und daher von ihnen nur einen unvollständigen Begriff geben, geht daraus nicht hervor.

§ 122.

In jeder Eintheilung (*divisio*) unterscheidet man den einzutheilenden Begriff oder das eingetheilte Ganze (*totum divisum*) und die Glieder der Eintheilung (*membra dividentia*). Jenes bildet das Subject eines divisiven Urtheils (§ 48), dessen zusammengesetztes Prädicat die Eintheilungsglieder sind, und das sich, da diese den ganzen Umfang des Subjects darstellen sollen, rein umkehren lassen muss. Je nachdem der Glieder zwei, drei oder mehrere sind, nennt man die Eintheilung eine Dichotomie, Trichotomie oder Polytomie. Genauer genommen sollte man jedoch die letzteren Benennungen nur dann gebrauchen, wenn die

Eintheilungsglieder auf derselben Stufe der Unterordnung unter dem eingetheilten Ganzen stehen. Wie viele Glieder die Eintheilung immer enthalten möge, so muss jedes derselben immer von allen übrigen ausgeschlossen, also etwas seyn, was jedes der anderen nicht ist, da ausserdem die Glieder nicht coordinirte Arten darstellen würden. Hinsichtlich ihrer Aufeinanderfolge müssen sie eine geordnete Reihe (§ 23) bilden.

Die Eintheilungen der Urtheile in bejahende und verneinende, der Gewächse (nach Linné) in Phanerogamen und Kryptogamen geben Beispiele von Dichotomien; die Eintheilungen der *verba* in *activa, passiva* und *neutra*, ebenso die des *genus* in *masculinum, femininum* und *neutrum* sind Trichotomien. Dagegen ist die Eintheilung der Naturkörper in Mineralien, Pflanzen und Thiere keine eigentliche Trichotomie; denn Pflanzen und Thiere sind nur Arten der organischen Körper, denen die Mineralien als anorganische coordinirt sind. Sie stehen also auf einer tieferen Stufe der Unterordnung und sind genau genommen nur als eine Untereintheilung (s. § 125) der organischen Körper anzusehen. Dasselbe gilt von der Eintheilung der Winkel in rechte, spitze und stumpfe, da diese beiden letzteren nur Arten der schiefen Winkel sind. Es trifft dies jedoch mehr die Benennung als die Sache selbst, da für den Zweck der Eintheilung es nicht unbedingt erforderlich ist, dass alle Glieder derselben auf der gleichen Stufe der Unterordnung unter dem eingetheilten Begriff stehen, wie aus dem Folgenden deutlich erhellen wird.

§ 123.

Nur wenn der einzutheilende Begriff ein solcher ist, dessen Inhalt auf seinem Umfang beruht (§ 115, Anm. 1), ist seine Eintheilung unmittelbar gegeben. Im entgegengesetzten Falle muss dieselbe erst auf mittelbare Weise (methodisch) gefunden werden. Hierzu dient der Eintheilungsgrund (*fundamentum divisionis*), der ein wesentliches (inneres oder äusseres) Merkmal des einzutheilenden Begriffes, und dessen Eintheilung gegeben seyn muss, wobei entweder sein Inhalt auf seinem Umfang beruhen, oder seine Eintheilung selbst erst wieder durch einen anderweiten ihm zugehörigen Eintheilungsgrund gefunden seyn kann. Offenbar aber müssen sich zuletzt alle mittelbaren Eintheilungen auf unmittelbar gegebene gründen. Indem nun durch die Glieder des Eintheilungsgrundes dem Eintheilungsganzen eine Reihe von (disjuncten) Artunterschieden zugeführt wird, erhält man, mittels successiver Determination desselben durch die letzteren, Arten des Ganzen

und somit seine Eintheilungsglieder. Häufig kann man jedoch nicht von dem ganzen Umfang des Eintheilungsgrundes Gebrauch machen, indem nur diejenigen Glieder beibehalten werden können, die sich dem Eintheilungsganzen als Merkmale beilegen lassen. Man wird daher immer auf kürzestem Wege zum Zwecke gelangen, wenn man den Eintheilungsgrund nicht in seiner Allgemeinheit, sondern in dem beschränkteren Sinne zur Anwendung bringt, der ihm als Merkmal des Eintheilungsganzen zukommt. — Die Vollständigkeit einer auf diese Weise mittelbar erhaltenen Eintheilung hängt von derjenigen der ihr zu Grunde liegenden unmittelbaren ab. Man kann sich derselben so viel als möglich nur dadurch versichern, dass man untersucht, ob ihre Glieder eine geordnete Reihe ohne Lücken bilden, und diese Reihe einer Verlängerung fähig ist, wobei es jedoch immer mehr oder weniger auf ein durch logische Vorschriften nicht wesentlich zu förderndes freies Nachsinnen ankommen wird.

Aus Vorstehendem erhellt, dass alle Eintheilungen mittelbarer Art zuletzt durch gewisse auf unmittelbar gegebenen Vorstellungsreihen beruhende Grundeintheilungen bedingt sind, die theils offenbar der sinnlichen Wahrnehmung entstammen, theils unserem anschaulichen Vorstellen angehören, ohne dass sich über ihren Ursprung eine blos auf Thatsachen begründete Behauptung aufstellen lässt. Zu ersteren gehören z. B. die Reihen der Farben, Töne, der Empfindungen der verschiedenen Sinne überhaupt, zu den letzteren die Zahlenreihe, die Reihe der Zeitbestimmungen, die stetigen Reihen der Richtungen, die Grade des Intensiven, zu denen auch die der Geschwindigkeiten der Bewegungen oder allgemeiner der stetigen Veränderungen zu rechnen sind, und unzählige Combinationen dieser und anderer Reihenformen, die man im allgemeinen als mathematische bezeichnen kann. — Ob alle Glieder einer solchen Reihe, oder nur ein Theil derselben zur Eintheilung eines Begriffs brauchbar ist, hängt von der Beschaffenheit seines Objects ab. Rosen lassen sich eintheilen nach ihren Farben, aber nur einige Farben können zur Anwendung kommen. Dasselbe gilt von der Eintheilung der Menschenrassen nach der Hautfarbe. Im Linnéschen Pflanzensystem werden die Phanerogamen nach der Zahl ihrer Staubgefässe eingetheilt; aber die Zahlenreihe ist hier nicht nur begrenzt, sondern auch unterbrochen, indem sie z. B. zwar von 1 bis 10 continuirlich fortläuft, dann aber auf 12 überspringt.

§ 124.

Aus der Erklärung des Eintheilungsgrundes folgt von selbst, dass ein und derselbe Begriff deren mehrere haben kann, indem

jedes innere oder äussere Merkmal, vorausgesetzt dass seine Eintheilung bekannt ist, sich zum Eintheilungsgrund wählen lässt. Sind diese Eintheilungsgründe von einander unabhängig (disparate Merkmale des einzutheilenden Begriffs), so ergeben sie Nebeneintheilungen (*codivisiones*). Hieraus geht aber weiter hervor, dass durch einen Eintheilungsgrund unter mehreren gleichzulässigen nicht der Umfang des Ganzen erschöpft werden kann, worauf wir später (§ 127) zurückkommen. Für sehr viele Zwecke kann jedoch schon eine solche theilweise Kenntniss des Umfangs genügen; alsdann wird der Zweck die Wahl des Eintheilungsgrundes bestimmen. Im allgemeinen lässt sich die Regel aufstellen, dass ein eigenthümliches Merkmal als Eintheilungsgrund eines Begriffes einem ihm mit anderen gemeinsamen vorzuziehen ist, indem nur im ersteren Falle charakteristische Arten des Eintheilungsganzen erhalten werden, Gemeinbegriffe (*communes notiones*) dagegen meistens nur zu flachen, das Wesentliche und Eigenthümliche nicht treffenden Artbestimmungen führen.

Man kann z. B. die Bevölkerung eines Landes eintheilen nach den Geschlechtern, Lebensaltern, Abstammungen, Erwerbsquellen, Religionsbekenntnissen u. s. f.; die Pflanzen nach ihren Geschlechtstheilen oder ihren Hauptorganen; die Mineralien nach ihren äusseren Kennzeichen überhaupt, oder insbesondere nach ihren Krystallformen, oder nach ihrer chemischen Zusammensetzung; die Urtheile, wie wir sahen, nach ihrer Qualität, Quantität, Relation und Modalität u. s. w. — Dass Eintheilungen nach einem vorherbestimmten allgemeinen Fachwerke, z. B. den Kant'schen Kategorien, den Fichte'schen oder Hegel'schen Trichotomien, sehr häufig den Gegenständen Gewalt anthun, indem sie dieselben entweder in zu enge Formen pressen oder ihnen Eintheilungsglieder aufnöthigen, zu denen der Stoff nicht vorhanden ist, kann jetzt als eine nicht nur bekannte, sondern auch anerkannte Erfahrung angesehen werden. Eine natürliche und angemessene Eintheilung muss aus der logischen Betrachtung des einzutheilenden Begriffes selbst in seiner charakteristischen Eigenthümlichkeit hervorgehen; diese Betrachtung und der Zweck der Eintheilung müssen die Kategorien bestimmen, die tauglich erscheinen, um zu Eintheilungsgründen gewählt zu werden.

§ 125.

Allgemein genommen kann jedes Glied einer Eintheilung selbst wieder eingetheilt werden. Hierdurch entstehen Untereintheilungen (*subdivisiones*). Es ist aber durchaus nicht nothwendig,

dass, wenn für ein Glied einer Eintheilung eine weitere Untereintheilung sich darbietet, dann auch die übrigen eine solche haben müssen; denn die Mannigfaltigkeit des unter Einem Gliede Enthaltenen kann grösser und daher der Sonderung in Unterarten bedürftiger seyn als das andere. Noch viel weniger aber ist eine Nothwendigkeit vorhanden, vermöge welcher coordinirte Eintheilungsglieder Untereintheilungen von gleich vielen Gliedern haben müssten. Die sehr verbreitete Vorliebe für symmetrische, strahlenförmig vom Eintheilungsganzen auslaufende Eintheilungen und Untereintheilungen ist daher ein völlig unbegründetes Vorurtheil. Nichts Besseres lässt sich von der Bevorzugung der Dichotomien oder Trichotomien vor den Polytomien sagen, wiewohl sich von den ersteren wenigstens das rühmen lässt, dass sie häufig zur Prüfung der Lückenlosigkeit und Vollständigkeit vielgliedriger Eintheilungen benutzt werden können.

1. Als ein leichtfassliches Beispiel eines Systems von dichotomischen Eintheilungen kann die frühere Zerlegung des Thierreichs in sechs Classen benutzt werden. Die Scheidung derselben beruht nämlich (nach Blumenbach) auf folgenden successiven Eintheilungen und Untereintheilungen. Die Thiere sind entweder lebendige Junge gebärende (Säugethiere, Cl. I.), oder eierlegende; die letzteren theils rothblütige, theils weissblütige; die rothblütigen theils warmblütige (Vögel, Cl. II), theils kaltblütige; diese theils solche, die durch Lungen athmen (Amphibien, Cl. III), theils solche, die nicht durch Lungen, sondern durch Kiemen athmen (Fische, Cl. IV). Die weissblütigen endlich sind theils mit „eingelenkten" Bewegungswerkzeugen versehen (Insecten, Cl. V), theils ohne solche (Gewürme, Cl. VI). Die nicht zur Unterscheidung unmittelbar nothwendigen Merkmale sind hierbei übergangen. — Ein anderes, ebenso leicht verständliches Beispiel, in dem aber Dichotomien und Polytomien vorkommen, bietet Cramer's Eintheilung der Linien dritter Ordnung in neun Classen dar (*analyse des lignes courbes* § 157, vgl. Klügel's mathem. Wörterbuch III. S. 248). Diese Linien laufen nämlich theils in sich zurück (Cl. I), theils haben sie unendliche Zweige; und zwar deren entweder 2, oder 4, oder 6, oder 8. Ferner sind die Zweige in der Zahl 2 entweder parabolische (Cl. II), oder hyperbolische (Cl. III); die in der Zahl 4 entweder sämmtlich parabolische (Cl. IV), oder zwei von ihnen parabolisch, die andern zwei hyperbolisch (Cl. V), oder alle vier hyperbolisch (Cl. VI); ferner sind von denen in der Zahl 6 entweder 2 parabolisch und 4 hyperbolisch (Cl. VII), oder alle 6 hyperbolisch (Cl. VIII). Haben endlich die Linien 8 Zweige, so sind diese sämmtlich hyperbolisch (Cl. IX). Es haben also hier die doppelzweigigen und sechszweigigen Linien nur zwei, die vierzweigigen aber drei Arten.

2. Hinsichtlich des Zweckes der Eintheilungen und des Maasses, das in den Untereintheilungen zu halten ist, sagt Seneca treffend (*Epist.* 89): *Quicquid in majus crevit, facilius agnoscitur, si discessit in partes, quas vero innumerabiles esse et minimas non oportet. Idem enim vitii habet nimia quod nulla divisio. Simile confuso est, quidquid usque in pulverum sectum est.* Trichotomien kommen deshalb häufig vor, weil viele Begriffsreihen nur dreigliedrig sind, nämlich entweder aus zwei Extremen und einem Mittleren bestehen, das beide Extreme ausschliesst und den Uebergang von einem zum andern bezeichnet, z. B. löblich, gleichgiltig, schändlich; heiss, lau, kalt; grösser, gleich, kleiner; männlich, geschlechtslos, weiblich; nichtseyn, entstehen, daseyn; daseyn, vergehen, nichtmehrseyn, u. s. f.; oder wo das Mittlere ein theilbarer Begriff ist, dessen Theilen entgegengesetzte Prädicate zukommen, wie theilweise Schuld zwischen voller Schuld und Unschuld, theilweises Lob zwischen Lob und Tadel schlechthin, das Mittlere also, als ein Ganzes gefasst, ohne Widerspruch entgegengesetzte Bestimmungen vereinigt. — Die Prüfung jeder Polytomie durch Dichotomien geschieht dadurch, dass, wenn man vom ersten Gliede *A* ausgeht, zuvörderst alle übrigen zusammengenommen das contradictorische Gegentheil desselben, *Non-A* (§ 65) darstellen müssen. Das zweite Glied *B* so wie alle folgenden *C*, *D*... müssen dann als Arten dieses *Non-A* erkennbar seyn, und unter ihnen wieder *C*, *D*... zusammengenommen das contradictorische Gegentheil von *B*, also *Non-B* bilden, unter dem dann *C* die erste Stelle einnimmt u. s. f. So stellt sich dann *B* nur als *Non-A*, *C* als *Non-A*, das zugleich *Non-B*, *D* zugleich als *Non-A*, *Non-B* und *Non-C* dar u. s. f., und versichert man sich hierdurch, dass alle Glieder der Reihe einander ausschliessen. Die Ausfüllung jeder solchen, durch blosse Negation eines vorangehenden Gliedes erhaltenen Sphäre durch eine positive Bestimmung bleibt hierbei aber dem freien Nachsinnen überlassen, welches allein auch finden kann, wo die Reihe zu Ende läuft, eine Entscheidung, die, je nach der Reichhaltigkeit und Uebersehbarkeit des Materials, bald leichter bald schwieriger ist.

3. Hier ist nun auch der Ort, der in § 118 erwähnten, zuerst von Plato angegebenen Benutzung der Eintheilung bei der Bildung von Definitionen zu gedenken. Sie besteht darin, dass man sich zuvörderst auf den Gattungsbegriff des Definiendum besinnt, dann für diesen eine Eintheilung findet und aus dieser dasjenige Glied auswählt, dem das Definiendum untergeordnet ist, dieses Glied abermals eintheilt, und das Definiendum wieder einem Gliede dieser neuen Eintheilung unterordnet, und so fort, bis kein Stoff zu einer weiteren Untereintheilung mehr vorhanden ist. Jedes der Eintheilungsglieder, dem das Definiendum untergeordnet wurde, giebt dann ein wesentliches Merkmal desselben, so dass die fortgesetzte Eintheilung es in immer engere Grenzen einschliesst. Auf diese Weise gelangt Plato im Sophist (S. 219 f.) zu einer Definition der Kunst des Angelfischers (ἀσπαλιευτής). Alle Kunst — so lautet ohngefähr seine Betrachtung — ist entweder erwerbende oder hervorbringende. Der Angelfischer betreibt aber eine erwerbende. Die Erwerbung aber ge-

schieht entweder durch friedliche Aneignung oder durch Bezwingung. Nur die letztere kommt beim Angelfischer in Betracht. Bezwingung ist weiter theils heimliche durch Nachstellung, theils offenbare durch Kampf. Der Angelfischer übt die erstere aus. Sie geht aber theils auf Lebloses, theils auf Lebendiges, die Thiere. Der Angelfischer stellt aber nur Thieren nach. Diese Nachstellung kann ferner theils Land-, theils Wasserthiere betreffen. Nur die letztere gehört hierher. Die Wasserthiere sind aber theils Vögel, theils Fische, welchen letzteren allein der Angelfischer nachstellt. Der Fischfang geschieht ferner theils durch Gehege (Reussen, Netze u. s. w.), theils durch Verwundung. Nur auf die letztere Art fängt der Angelfischer. Diese Art des Fischfangs wird weiter theils bei Nacht, theils bei Tage betrieben; vom Angelfischer nur bei Tage. Der Fang bei Tage durch Verwundung geschieht aber endlich entweder durch Stoss von Oben nach Unten, wie bei dem Gebrauch der Harpune, oder durch Zug von Unten nach Oben, wie beim Gebrauch des Angelhakens, den der Angelfischer allein anwendet. Hiernach ist nun die Angelfischerei eine erwerbende, bezwingende Kunst, welche Thieren nachstellt, die im Wasser leben, und zwar Fischen, durch Verwundung, die sie bei Tage, mittels des von Unten nach Oben gezogenen Angelhakens vollzieht.

§ 126.

Wenn der Zweck einer Eintheilung die Berücksichtigung mehrerer von einander unabhängigen Eintheilungsgründe erheischt, und also Nebeneintheilungen (§ 124) entstehen, so wird der Umfang des Begriffsganzen weder durch eine derselben vorzugsweise, noch durch die aggregatförmige Nebeneinanderstellung aller genügend bestimmt, sondern es ist eine Verbindung derselben erforderlich. Diese Verbindung bildet sich dadurch, dass der dem ersten Eintheilungsgrund zunächst folgende zum Eintheilungsgrund jedes Gliedes der ersten Eintheilung gemacht, und somit für jedes derselben eine Untereintheilung von gleich vielen Gliedern erhalten wird. Auf jedes dieser Glieder wird sodann ebenso der dritte Eintheilungsgrund angewendet u. s. f. Hierdurch erhält man auf verschiedenen Stufen der Unterordnung Arten und Unterarten des einzutheilenden Ganzen; in den Arten der niedrigsten Ordnung aber finden sämmtliche nebeneinander bestehende Eintheilungsgründe gleichmässige Berücksichtigung, und diese Arten stellen dann die ganze Mannigfaltigkeit des im Umfange des Hauptbegriffs Enthaltenen in geordneter Weise dar. Eine solche Zusammenstellung einander unter- und beigeordneter Begriffe heisst eine

Classification, da durch dieselbe ein mannigfaltiger Stoff in Classen gebracht wird, welche — die Vollständigkeit der Nebeneintheilungen und ihrer Glieder vorausgesetzt — ein geschlossenes Ganze, ein System bilden.

Die hier beschriebene Bildungsweise einer Classification ist ganz dieselbe, welche bei der Multiplication in Anwendung kommt. Gesetzt, der erste Eintheilungsgrund gebe die Glieder A und B, der zweite a, b, c; der dritte α, β, γ; so erhält man die sämmtlichen niedrigsten Arten durch Entwickelung des Products

$$(A + B)\,(a + b + c)\,(\alpha + \beta + \gamma).$$

Dies giebt als Arten der ersten Ordnung

$$A \text{ und } B;$$

als Arten der zweiten Ordnung

$$A\,a,\ A\,b,\ A\,c;\ B\,a,\ B\,b,\ B\,c;$$

als Arten der dritten Ordnung

$$A\,a\,\alpha,\ A\,a\,\beta,\ A\,a\,\gamma;\ A\,b\,\alpha,\ A\,b\,\beta,\ A\,b\,\gamma;\ A\,c\,\alpha,\ A\,c\,\beta,\ A\,c\,\gamma;$$
$$B\,a\,\alpha,\ B\,a\,\beta,\ B\,a\,\gamma;\ B\,b\,\alpha,\ B\,b\,\beta,\ B\,b\,\gamma;\ B\,c\,\alpha,\ B\,c\,\beta,\ B\,c\,\gamma.$$

Ein Beispiel zu diesem Verfahren liegt schon in der §63 gegebenen Classification der Urtheile vor. Ein anderes wäre folgendes. Die Bevölkerung eines europäischen Landes ist theils männlichen (A), theils weiblichen Geschlechts (B). Sie besteht theils aus Kindern (a), theils aus Erwachsenen, die wiederum entweder noch unverheirathet (b) oder verheirathet (c) oder verwittwet sind (d). Sie besteht ferner theils aus Landbewohnern (α), theils aus Städtern (β). Sie bekennt sich theils zum protestantischen ($\mathfrak{A}$), theils zum katholischen ($\mathfrak{B}$), theils zum griechischen ($\mathfrak{C}$), theils zum mosaischen Glauben ($\mathfrak{D}$). Sie ist endlich theils von germanischer ($\mathfrak{a}$), theils von romanischer ($\mathfrak{b}$), theils von slavischer Abkunft ($\mathfrak{c}$). Hier wird die Classification durch Entwickelung des Products

$$(A + B)\ (a + b + c + d)\ (\alpha + \beta)\ (\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D})\ (\mathfrak{a} + \mathfrak{b} + \mathfrak{c})$$

erhalten und giebt 2 Arten der ersten, $2 . 4 = 8$ Arten der zweiten, $2 . 4 . 2 = 16$ der dritten, $2 . 4 . 2 . 4 = 64$ der vierten, endlich $2 . 4 . 2 . 4 . 3 = 192$ Arten der fünften Ordnung. Es leuchtet nämlich von selbst ein, dass die Anzahl der niedrigsten Art jederzeit gleich dem Product aus den Zahlen ist, welche angeben, wieviel jede der verschiedenen Nebeneintheilungen Glieder hat. — Was die Anordnung der Eintheilungsgründe betrifft, so gewinnt die Classification an Uebersichtlichkeit, wenn diejenigen voranstehen, welche die geringere Zahl von Gliedern haben; doch kann der materielle Inhalt in vielen Fällen dies verbieten, indem dadurch oft zusammengehörige Merkmale auseinander gerissen werden würden.

§ 127.

Obwohl von den Definitionen sowohl als Divisionen die bereits oben (§ 15) erklärten Partitionen gänzlich verschieden sind, so

stehen sie doch hinsichtlich ihres systematischen Gebrauchs zu beiden in einem verwandtschaftlichen Verhältniss. Einerseits nämlich gewinnt offenbar ein Begriff, dessen Object aus Theilen besteht, durch Hervorhebung dieser Theile und Bestimmung ihrer Begriffe (also durch Partition, verbunden mit Definitionen) an Deutlichkeit. Andererseits ergiebt sich, wenn eine Vielheit von Begriffen zusammengesetzter Objecte gegeben ist, die sich als Verbindungen einer grösseren oder kleineren Zahl derselben Grundbestandtheile (Elemente) ausweisen und daher der Partition zugänglich sind, eine eigenthümliche Classification, welche man die combinatorische nennen kann. Bildet man nämlich aus jenen Elementen Verbindungen (mit oder ohne Wiederholung) zu zweien, dreien u. s. f., so erhält man Classen aller möglichen niedrigeren und höheren Zusammensetzungen derselben, unter denen die wirklich gegebenen enthalten seyn müssen, und durch welche diese letzteren eine systematische Anordnung erhalten.

Ein einfaches Beispiel für die combinatorische Classification, in dem nicht blos die Zahl, sondern auch die Ordnung der Elemente in Betracht kommt, bietet die antike Metrik in der systematisch vollständigen Bestimmung aller möglichen Formen der Versfüsse dar. Ist die Zahl der in einem Versfuss enthaltenen Sylben $= m$, und zwar die der langen $= n$, daher die der kurzen $= m-n$, so bestimmt allgemein die Zahl der Versetzungen dieser m Sylben die Zahl der möglichen Formen eines m-sylbigen Versfusses. Sie ist daher nach den bekannten Regeln der Combinationslehre

$$\frac{1 \,.\, 2 \ldots m}{1 \,.\, 2 \ldots n \,.\, 1 \,.\, 2 \ldots (m-n)} = \frac{m\,(m-1) \ldots (m-n+1)}{1 \,.\, 2 \;\ldots\; n},$$

also der $n$te Binomialcoefficient der $m$ten Potenz. Setzt man nun successiv $n = m$, $m-1$, $m-2$, ... 2, 1, so erhält man der Reihe nach die Zahlen derjenigen m-sylbigen Versfüsse, die aus m langen, $m-1$ langen und einer kurzen, $m-2$ langen und zwei kurzen u. s. f., endlich aus einer langen und $m-1$ kurzen Sylbe bestehen. Fügt man noch denjenigen Versfuss hinzu, der aus m kurzen Sylben besteht, so ist die Summe aller Arten von m-sylbigen Versfüssen, oder derer, welche die $m$te Classe bilden,

$$1 + \frac{m}{1} + \frac{m\,(m-1)}{1 \,.\, 2} + \ldots + \frac{m}{1} + 1 = 2^m.$$

Es sind daher die Zahlen der möglichen Versfüsse aus 2, 3, 4, 5, 6 Sylben der Reihe nach 4, 8, 16, 32, 64. Alle diese Combinationen hat die antike Metrik angewendet und benannt. In der That sind der zweisylbigen Versfüsse vier, nämlich: der Spondeus – –, der Trochäus – ◡, der Jambus ◡ – und der Pyrrhychius ◡ ◡.

Der dreisylbigen giebt es acht, nämlich:
Molossus - - -;
Bacchius - - ◡, Amphimacer - ◡ -, Antibacchius ◡ - -;
Dactylus - ◡ ◡, Amphibrachys ◡ - ◡, Anapäst ◡ ◡ -;
Tribrachys ◡ ◡ ◡.

Die viersylbigen sind folgende sechzehn:
Dispondeus - - - -;
die vier Epitrite - - - ◡, - - ◡ -, - ◡ - -, ◡ - - -;
Jonicus a majori - - ◡ ◡, Ditrochäus - ◡ - ◡, Choriambus - ◡ ◡ -, Antispastus ◡ - - ◡, Dijambus ◡ - ◡ -, *Jonicus a minori* ◡ ◡ - -;
die vier Päonen - ◡ ◡ ◡, ◡ - ◡ ◡, ◡ ◡ - ◡, ◡ ◡ ◡ -;
der Proceleusmaticus ◡ ◡ ◡ ◡.

u. s. f.

Einen ausgedehnten Gebrauch von der combinatorischen Classification macht die Chemie in ihren binären, ternären und quaternären Verbindungen der einfachen Grundstoffe und den bestimmten Zahlenverhältnissen, nach welchen die Atome an ihnen Antheil nehmen (Combinationen mit Wiederholung). Bergmann, Fourcroy und besonders Berzelius haben diese combinatorische Classification zur Begründung eines auf chemischen Principien ruhenden Mineralsystems benutzt. Aber auch in den krystallographischen und gemischten Systemen von Mohs, Weiss, Naumann, Rose u. A., so wie in den natürlichen Systemen der Pflanzen- und Thierorganismen, spielt diese Classificationsweise, in Verbindung mit der rein logischen, eine wichtige Rolle. — Ueber die Beziehungen der Combinationslehre zur Logik überhaupt (von denen auch der Anhang dieser Schrift einige Proben giebt) verdient Christ. Aug. Semler's „Versuch über die combinatorische Methode, ein Beitrag zur angewandten Logik und allgemeinen Methodik. 2. Ausg. Dresden 1822“ nachgelesen zu werden.

§ 128.

Theils auf den Definitionen, theils auf den Divisionen und Partitionen, theils auf dem Verhältniss der Bedingung zum Bedingten und den demselben untergeordneten Verhältnissen des Grundes zur Folge, der Ursache zur Wirkung, der Mittel zum Zweck beruht die unter dem Namen der Disposition bekannte Zerlegung und Anordnung irgend eines durch Denken zu beleuchtenden Erkenntnissstoffes, der, durch Schrift oder Rede Anderen mitgetheilt, ein Gegenstand ihrer Ueberzeugung werden soll. Bald kommen in einer Disposition alle, bald nur einige der erwähnten Formen in Anwendung; häufig hat auf dieselbe auch die Lehre von den Beweisen Einfluss. Allgemeingiltige logische Vorschriften über die Form der Disposition lassen sich aber nicht geben.

Will man die Lehre von der Disposition specieller behandeln, so ist der Ort dazu in der Rhetorik, insbesondere der Topik; für die geistliche Redekunst insbesondere geschieht dies in der Homiletik. Allgemeine Vorschriften, wie sie z. B. ehemals die Form der Aphthonianischen Chrie befolgt wissen wollte, führen auch hier zu einer steifen, leistenmässigen, geistlosen Behandlung.

III. Von den Beweisen und Deductionen.

§ 129.

Schon in § 57 ist zwischen unmittelbar und mittelbar giltigen Urtheilen unterschieden und von den letzteren ausgesagt worden, dass sie der Begründung durch Folgerungen und Schlüsse bedürfen. Unmittelbar gewisse, der Begründung weder fähige noch bedürftige Urtheile heissen Grundsätze (*axiomata*). Sie beruhen auf einfachen, daher nicht weiter abzuleitenden Beziehungen zwischen den in ihnen enthaltenen Begriffen. Mittelbar gewisse allgemeine Urtheile dagegen heissen Lehrsätze (*theoremata*). Ihre Begründung erfolgt durch den Beweis (*demonstratio*), der, je nachdem er mehr oder weniger zusammengesetzt ist, aus einem Schluss, einer Schlusskette oder einer Verzweigung (einem System) von Schlussketten besteht, deren letzter Schlusssatz der Lehrsatz seyn muss, deren Prämissen aber theils Grundsätze, theils Definitionen, theils bereits erwiesene Lehrsätze seyn können, welche Sätze zusammengenommen die Beweisgründe (*argumenta*) des Lehrsatzes heissen. Da jedoch die zu Hülfe gezogenen Lehrsätze selbst eines Beweises bedürfen, so können sie nur als nächste Beweisgründe gelten; als letzte aller Lehrsätze aber sind nur Definitionen und Axiome anzusehen. Demgemäss ist auch eine doppelte Form des Beweises zu unterscheiden, eine entwickelte, in welcher alle Prämissen seiner Schlussketten nur Definitionen und Axiome sind, und eine abgekürzte, in der unter den Prämissen als bewiesen vorausgesetzte Lehrsätze sich befinden. Die Anwendung dieser letzteren Form bedingt eine bestimmte Ordnung der Lehrsätze in ihrer Aufeinanderfolge, indem offenbar unter den Beweisgründen eines jeden derselben nur solche Sätze seyn dürfen, die zuvor, also unabhängig von dem durch sie zu Erweisenden begründet seyn müssen. Eine solche Anordnung einander begründender Lehrsätze

kann man systematisch nennen. — Unmittelbare Folgerungen aus erwiesenen Lehrsätzen heissen Zusätze (*corollaria*).

Die allgemeinsten Grundsätze, die es giebt, sind die logischen; denn durch sie ist jede Art von mittelbarer Erkenntniss bedingt, da auf ihnen die richtigen Formen des Denkens im Urtheilen, Folgern und Schliessen beruhen. Sie kommen daher in allen rationalen und rationalempirischen Wissenschaften zur Anwendung. Jede dieser letzteren hat aber, wie dies die verschiedenen Zweige der reinen und angewandten Mathematik am besten bezeugen, wieder ihre eigenthümlichen, von der Natur ihres besondern Gegenstandes abhängigen Axiome, denen einfache Beziehungen zu Grunde liegen, und die daher synthetische Urtheile sind. Es gehört zur formalen Vollkommenheit dieser Wissenschaften, sie auf eine möglichst geringe Zahl von Axiomen zurückzuführen. Wenn Leibniz öfter hierauf dringt, so ist er völlig im Rechte. Wenn er aber meint, dass alle Axiome auf identische Sätze und Definitionen sich zurückführen lassen müssten (vgl. z. B. *opp. philos. ed. Erdmann* p. 81 und p. 364), so ist dies ein durch Kant's Nachweisung synthetischer Urtheile *a priori* aufgedeckter Irrthum. Wie schwer es übrigens ist, selbst in sehr durchbildeten demonstrativen Wissenschaften, die ersten und einfachsten Beziehungen aufzufinden, die allein berechtigt sind, in Axiomen ausgesprochen zu werden, zeigen u. A. die zahlreichen Versuche, das bekannte 11. Axiom Euklids durch ein einfacheres zu ersetzen.

Zur Erläuterung des Baues des Beweises findet sich im Anhange unter III. 1. die ausführliche Zergliederung eines geometrischen Elementarsatzes, welche aber nur eine schwache Probe von den verwickelten und doch vollkommen geordneten Verzweigungen der Schlussketten giebt, die, wie endlose durcheinander geflochtene Fäden, das feste Gewebe der Mathematik bilden. — Man hat dem Euklides häufig Mangel an systematischer Ordnung zum Vorwurf gemacht. Dies ist insofern begründet, als bei ihm selbst eine Zusammenstellung der gleichartigen Objecte der geometrischen Betrachtung, viel mehr noch eine nach logischen Eintheilungen geordnete Folge derselben vermisst wird, und in dieser Hinsicht seine Elemente kein Muster von logischer Anordnung der Begriffe sind, sondern diese oft sehr durcheinander geworfen erscheinen. Dagegen sind sie hinsichtlich der Anordnung der Lehrsätze in Beziehung auf ihre Begründung durch Beweise im Ganzen genommen immer noch ein unübertroffenes Meisterwerk, denn jeder Satz steht da, wo die Prämissen zu seinem strengen Beweise vollständig gegeben sind.

§ 130.

Der Beweis kann entweder von dem Inhalt oder von dem Umfang des Subjects des zu erweisenden Satzes ausgehen. Im ersteren Falle ordnet er den Subjectsinhalt einem allgemeineren Begriffe unter und trägt dessen schon bekannte Eigenschaften auf ihn über.

Der Beweis schliesst hier also vom Allgemeinen auf das Besondere und heisst dann ein deductiver. Im anderen Falle steigt der Beweis in den Umfang des Subjects herab und zeigt, dass jeder Art desselben und damit dem Subject nach seinem ganzen Umfang das zu erweisende Prädicat zukommt; dann heisst er ein inductiver, da der Lehrsatz durch einen inductiven Schluss begründet wird. Der Beweis kann ein rein inductiver genannt werden, wenn die Nachweisung, dass das Prädicat jeder Art des Subjects zukommt, keiner weiteren Vermittelung bedarf; ein gemischter dagegen, wenn dazu besondere deductive Beweise erforderlich sind. Der inductive Beweis in dem hier bezeichneten Sinne setzt voraus, dass der Umfang des Subjects vollständig bekannt ist.

Zur Erläuterung des deductiven Beweises insbesondere dient der im Anhange zergliederte Beweis des Satzes, dass Parallelogramme, die zwischen denselben Parallelen enthalten sind und eine gemeinsame Grundlinie haben, gleich sind. Es wird nämlich darin nachgewiesen, dass jene Parallelogramme die Reste sind, welche gleiche Flächen von anderen gleichen Flächen hinweggenommen übrig lassen. Solchen Resten kommt aber allgemein Gleichheit zu, die hierdurch also auf die subsumirten Parallelogramme übergetragen wird. — Als Beispiel eines rein inductiven Beweises kann der des Satzes dienen, dass alle alten Planeten sich um ihre Axen drehen. Die einfache Beobachtung von periodisch wiederkehrenden Flecken auf der Oberfläche hat nämlich sowohl am Mercur als an der Venus, dem Mars, Jupiter und Saturn diese Rotation direct nachgewiesen, und diese Planeten erfüllen den ganzen Umfang des Begriffs „alter Planet". — Die Mathematik bedient sich häufig der gemischten Beweisart, bei welcher die Grundanlage inductiv, die Nachweisung der Giltigkeit des Lehrsatzes für die einzelnen Glieder der Induction aber deductiv ist. Hierher gehören z. B. die Sätze Euklid's I, 26; III, 20; 25; 35 u. a.; ferner solche Sätze, die für commensurable und incommensurable Verhältnisse, für ganze und gebrochene, positive und negative, rationale und irrationale Werthe bewiesen werden müssen, wie z. B. der binomische und Moivresche Lehrsatz. Die Induction, von der hier die Rede, ist die vollständige und muss von der unvollständigen, auf welche wir später (§ 148) kommen, unterschieden werden. Was man in der Mathematik gewöhnlich Beweise durch Induction nennt, wo durch Aufsteigen von einfachen Fällen zu zusammengesetzteren und Vergleichung ihrer Ergebnisse ein allgemeines Gesetz errathen wird, gehört ebenfalls zur unvollständigen Induction. Die Verbindung der inductiven mit der deductiven Beweisführung ist zwar weitschweifiger als die rein deductive, gewährt aber, da sie auf die besonderen Fälle eingeht, oft eine grössere Deutlichkeit. So ist z. B. der Beweis des binomischen Lehrsatzes durch den Taylor'schen oder sonst durch Anwendung der

Differentialrechnung äusserst kurz, aber der elementare Beweis durch besondere Betrachtung der verschiedenen Arten von Werthen des Exponenten belehrender.

§ 131.

Die Beweise von der bisher dargelegten Form, sey sie deductiv oder inductiv oder beides zugleich, haben dies mit einander gemein, dass sie die Giltigkeit des zu Erweisenden aus giltigen Beweisgründen abzuleiten suchen. Dieser Beweisart, welche, weil sie auf geradem Wege (*directe*) vom unmittelbar zum mittelbar Gewissen fortschreitet, die directe heisst, steht die indirecte oder apagogische Beweisart (*deductio ad absurdum*) gegenüber, welche die nothwendige Giltigkeit des zu erweisenden Satzes aus der unmöglichen Giltigkeit seines contradictorischen Gegentheils ableitet. Sie zeigt nämlich durch Schlüsse, wie der deductive Beweis, dass die Annahme des Gegentheils zu einer Folge führt, die entweder mit dem Subject des Satzes (der Voraussetzung), oder mit Axiomen, oder mit bereits erwiesenen Sätzen in Widerspruch steht und daher ungiltig seyn muss. Sie schliesst hierauf *modo tollente* von der Ungiltigkeit der Folge auf die Ungiltigkeit ihrer Bedingung (§ 98), also der Annahme des Gegentheils vom zu Erweisenden, und folgert aus dieser *ad contradictoriam* (§ 74) die Giltigkeit des letzteren. Diese Beweisart gelangt daher auf einem Umwege (*indirecte*) zum Ziel. Sie hat mit der inductiven dies gemein, dass auch sie eine vollständige Eintheilung fordert, indem sämmtliche Fälle der angenommenen gegentheiligen Behauptung bekannt seyn müssen, weil sonst die Folgerung *ad contradictoriam* nicht anwendbar ist. — Die indirecte und die rein inductive Beweisart haben geringere Beweiskraft (*vis probandi*) als die deductive; denn diese giebt affirmative, die indirecte nur negative Beweisgründe, die jedoch in beiden Fällen allgemeine sind. Die rein inductive Beweisart endlich hat zum Beweisgrund nur die unmittelbare Giltigkeit des Behaupteten für die Gesammtheit des dem allgemeinen untergeordneten Besonderen. Man kann daher sagen, dass der directe deductive Beweis zeigt, warum (*διότι*) die Behauptung richtig ist; der indirecte, warum sie nicht unrichtig seyn kann; der directe rein inductive, dass (*ὅτι*), aber nicht warum sie richtig ist.

Beispiele von indirecten Beweisen giebt die Geometrie in Menge, z. B. im Euklid I, 6; 14; 19. In den beiden ersteren Sätzen steht die aus der Annahme des Gegentheils gezogene Folge mit einem Grundsatze, in dem dritten mit der Voraussetzung des Lehrsatzes in Widerspruch. Häufig kommt diese Beweisart bei der Umkehrung allgemein bejahender Sätze vor. Im Anhange III. 2 ist ein von F. C. Hauber gefundener Satz mitgetheilt, welcher zeigt, unter welchen Bedingungen solche indirecte Beweise der umgekehrten Sätze entbehrlich sind, und die Umkehrung überhaupt eines Beweises nicht bedarf.

Der in § 103 Anm. erwähnte ontologische Beweis für das Daseyn Gottes ist ein apagogischer. Er definirt nämlich zunächst Gott als *id, quo majus cogitari non potest*, und behauptet, dass vermöge dieser Definition Gott nicht eine blosse Vorstellung seyn (*in solo intellectu esse*) könne, sondern er zugleich auch wirklich seyn (*in re esse*) müsse. Denn, so schliesst er, angenommen das Gegentheil — wäre also Gott eine blosse Vorstellung — so liesse sich etwas denken, *quod majus esset*, nämlich das, was nicht blosse Vorstellung, sondern zugleich auch wirklich ist (*et in intellectu et in re est*); eine Folge, die mit der Definition Gottes in Widerspruch steht.

§ 132.

Wie bei den Definitionen (§ 119) so hat man sich auch bei den Beweisen vor Fehlern zu hüten, die theils in den Beweisgründen, theils in den zum Beweise erforderlichen Schlüssen, theils in dem Mangel an Uebereinstimmung zwischen dem Erwiesenen und zu Erweisenden ihren Sitz haben. Da die zweite dieser drei Classen von Fehlern schon in den §§ 103 u. 113 behandelt worden ist, so bleibt hier nur noch die erste und dritte zu betrachten übrig. Zu der ersten Classe gehören folgende Fehler.

1) Das ὕστερον πρότερον, welches statt hat, wenn man einen unbewiesenen, obgleich des Beweises bedürftigen Satz zum Beweis eines anderen macht, der eines solchen überhaupt nicht bedarf, wohl aber umgekehrt sich zum Beweisgrund für jenen ersteren eignet.

2) Die *petitio principii* oder der Kreisbeweis (*circulus in demonstrando*), der sich ergiebt, wenn man zum Beweisgrund eines Satzes einen solchen Satz wählt, der nur mit Hilfe des durch ihn zu Erweisenden bewiesen werden kann.

Die Fehler der dritten Classe werden im allgemeinen als Heterozetesis (ἑτέρου ζήτησις) bezeichnet, indem dabei das zu Erweisende verfehlt wird. Dies kann in doppelter Weise geschehen.

3) nämlich kann das Erwiesene von dem zu Erweisenden dem Umfange nach verschieden seyn, indem der Schlusssatz des Beweises entweder den Umfang der Thesis nicht erreicht, oder über ihn hinausgeht und Fälle einschliesst, für welche nachweisbar ist, dass ihnen das erwiesene Prädicat nicht zukommt. Da nun *ad subalternantem* aus der Ungiltigkeit eines besonderen Urtheils die Ungiltigkeit des ihm übergeordneten allgemeinen folgt, so ergiebt sich hieraus die Ungiltigkeit des Schlusssatzes des Beweises. Im ersten Falle wird zu wenig, im anderen zu viel bewiesen, in beiden etwas quantitativ Anderes, als bewiesen werden soll.

4) Es kann aber auch das Erwiesene von dem zu Erweisenden dem ganzen Inhalte nach und insofern qualitativ verschieden seyn, was nur dadurch begreiflich wird, dass abgekürzte Bezeichnung der Begriffe durch Worte leicht zu Begriffsverwechselungen führt. Der hieraus entspringende Fehler heisst die *ignoratio elenchi*.

Wie musterhafte Beweise vorzugsweise in der Mathematik, so sind fehlerhafte mehr in anderen Wissenschaften zu finden. Zu 1. Es ist ein Hysteronproteron, wenn man die Giltigkeit der Moralgesetze dadurch beweisen will, dass man sie als den Ausdruck des Willens Gottes (als göttliche Gebote) bezeichnet. Denn ihre Giltigkeit ist eine unmittelbar gewisse (durch das Gewissen verbürgte), sie sind giltig, weil sie als schlechthin gut erkannt werden; die Erkenntniss des Willens Gottes aber ist (wenigstens vom philosophischen Standpunkte aus betrachtet) nur eine mittelbare. Dagegen folgt umgekehrt daraus, dass alles, was die Moralgesetze gebieten, schlechthin gut, alles aber, was schlechthin gut ist, dem Willen Gottes entspricht, dass alles, was die Moralgesetze enthalten, dem Willen Gottes entspricht, sie also den Willen Gottes zu erkennen dienen. Zu 2. Ein Kreisbeweis würde es seyn, wenn man die Göttlichkeit Christi durch seine Wunder darthun, die Wahrheit derselben aus der Wahrheit alles dessen, was die Evangelien enthalten, beweisen, endlich aber wieder die Wahrheit der Evangelien auf die Göttlichkeit Christi, als dessen, von dem sie ausgegangen sind, gründen wollte. Ebenso folgender Beweis. Alles, was Gottes Wort ist, ist wahr; alles, was in der Bibel steht, ist Gottes Wort; dass die Bibel Gottes Wort sey, steht in der Bibel; — also dass die Bibel Gottes Wort sey, ist wahr. Denn hier setzt die zweite Prämisse die Giltigkeit des Schlusssatzes voraus. Zu 3. Der teleologische Beweis für das Daseyn Gottes beweist zu wenig, denn, abgesehen davon, dass er nicht Gewissheit, sondern nur eine hohe Wahrscheinlichkeit gewährt, so führt er nur auf das Daseyn eines alles menschliche Vermögen an Wissen und Können weit übertreffenden Urhebers der Schönheit und Zweckmässigkeit der Welt,

weder aber auf einen allmächtigen Weltschöpfer noch einen heiligen und allweisen Weltregierer (vgl. des Vf.'s Religionsphilos., S. 139). — Plato (im Meno) will daraus, dass gewisse allgemeine (z. B. geometrische) Wahrheiten vom Menschen nicht eigentlich erlernt werden, sondern schon, wenn auch verhüllt und unentwickelt, in seiner Seele liegen, und er sich auf sie nur zu besinnen braucht, beweisen, dass sie Erinnerungen aus einem früheren Daseyn der Seele seyen; es beweist dies aber zu wenig. Denn was man im jetzigen Leben nicht (bewusst) erlernt hat, braucht deshalb nicht aus einem früheren herzustammen, sondern kann auch im jetzigen unbewusst angeeighet seyn, wie vieles von dem, was instinctartig scheint, es in der That ist. — Dass Selbstmord unerlaubt sey, haben Manche aus dem Satze ableiten wollen, dass, was sich der Mensch nicht geben kann, er sich auch nicht nehmen dürfe. Dies beweist aber zu viel, denn er würde sich dann auch weder Nägel noch Haare abschneiden dürfen. Der Satz kann also nicht in seiner Allgemeinheit gelten. — Wollte man die Zulässigkeit einer Mehrheit von Uebersetzungen eines und desselben ausländischen Werkes dadurch beweisen, dass man geltend machte, das Publicum werde durch diese Concurrenz vor schlechter Arbeit und theueren Preisen gesichert, so bewiese man zu viel, denn es wären dadurch auch wohlfeile und correcte Nachdrücke einheimischer Schriftsteller gerechtfertigt. Zu 4. Leibniz will gegen Locke, dass es angeborene Vorstellungen giebt, dadurch beweisen, dass er auf die allgemeinen und nothwendigen Grundwahrheiten, die wir nicht aus der Erfahrung geschöpft haben können, aufmerksam macht. Er verfehlt aber damit das zu Erweisende; denn das Allgemeine und Nothwendige der Axiome liegt nicht in den Vorstellungen (Begriffen), die sie enthalten, sondern in der Verknüpfung derselben. Es folgt also nur, dass gewisse Formen der Verknüpfung (Synthesis) nicht durch Erfahrung erworben sind, welche aber nicht ursprünglich als Vorstellungen gedacht werden müssen, sondern Gesetze unserer Geistesthätigkeit sind, nach denen sich diese vom Anfang an richten musste, von denen wir aber viel später erst zu Vorstellungen gelangten, uns ihrer bewusst wurden.

§ 133.

Nicht blos bei Urtheilen, sondern auch bei Begriffen ist die Frage nach ihrer Giltigkeit berechtigt. Sie wird aber durch ihre blosse Definition keineswegs verbürgt. Denn da diese nur die Beschaffenheit des im Begriffe Gedachten deutlich macht, so wird dadurch über die Setzung des Begriffs und somit über seine Giltigkeit nichts entschieden. Ist nun der Begriff ein durch Erfahrung gegebener, so hat er zwar thatsächliche Geltung. Gesetzt aber seine analytische Definition deckte Widersprüche auf, die in ihm verborgen liegen, ohne vom gemeinen Denken bemerkt oder

beachtet zu werden, so offenbarte sich dadurch seine logische Ungiltigkeit. Der Begriff wird dann zu einem Problem; denn der Widerstreit zwischen seiner thatsächlichen Geltung und seiner logischen Ungiltigkeit fordert eine Lösung. Durch welche Wendungen des Denkens dieselbe möglich ist, wird im folgenden Abschnitt (§ 142 ff.) gezeigt werden. Was aber diejenigen Begriffe betrifft, die nicht gegeben, sondern erdacht sind, so leuchtet unmittelbar ein, dass die synthetische Definition, welche sie dadurch bildet, dass sie eine Gattung durch einen Artunterschied determinirt, da diese Verbindung nur eine gemachte ist, die Giltigkeit solcher Begriffe nicht feststellt, dass diese problematisch ist, und dass es daher einer Begründung derselben bedarf, deren systematische Form wir die Deduction nennen.

Die Vernachlässigung der Begründung der Begriffe durch Deduction ist eine der schwächsten Seiten der speculativen Philosophie, in der zu allen Zeiten ohne Vergleich mehr Begriffe gemacht als begründet worden sind, wovon die nothwendige Folge war, dass man statt der Erkenntnisse Begriffsdichtungen erhielt. Descartes und Leibniz, als sie in die Philosophie die demonstrative (oder mathematische) Methode, d. i. den consequenten Gebrauch der systematischen Formen einzuführen suchten, Spinoza, der hiervon in seiner *Ethica ordine geometrico demonstrata* ein durchgeführtes Beispiel gab, das noch heute durch seine scheinbar geometrische Strenge Vielen imponirt, und Wolff, der nach diesem Schematismus die ganze Philosophie bearbeitete, liessen es zwar an Definitionen und Demonstrationen nicht fehlen; nach Deductionen sieht man sich aber vergebens um. Es scheint ihnen ganz entgangen zu seyn, dass die Geometrie ihre Begriffe durch die Definition noch nicht für begründet hält, sondern ihnen erst Giltigkeit beimisst, nachdem sie dieselben construirt hat. Daher finden sich z. B. bei Spinoza wohl Axiome und Theoreme, nicht aber Postulate und Probleme. (Vgl. hierüber auch Trendelenburg, Log. Unters. II, 170). Leibniz unterscheidet zwar (z. B. *opp. philos. ed. Erdm.* p. 80) die Realdefinition von der Nominaldefinition in der oben (§ 120) angegebenen Weise und verlangt nicht nur von der ersteren, dass sie die definirte Sache als eine mögliche (*possibilis*), d. i. als eine solche nachweise, in deren Begriffen nichts Unverträgliches (*incompatibile*) enthalten sey, sondern bemerkt auch, dass die Möglichkeit einer Sache *a priori* unter Anderem durch Causaldefinitionen (genetische) erkannt werde. Er sagt aber nichts von einer mittelbaren Begründung der Begriffe, indess er doch sogar für die Axiome eine Demonstration verlangt. Dass die Euklideische Geometrie durch die Lösung von Aufgaben ihre Begriffe begründet, hat, wie es scheint, zuerst Kästner (vgl. seinen Aufsatz: was heisst in Euklid's Geometrie möglich? in Eberhard's philos. Magazin II, S. 391) treffend nachge-

wiesen. Herbart kommt das Verdienst zu, in der Philosophie schärfer als irgend einer seiner Vorgänger den gewichtigen Unterschied zwischen blos logisch denkbaren (widerspruchslosen) und giltigen Begriffen ins Licht gesetzt und bei der Stellung und Lösung metaphysischer Probleme in Anwendung gebracht zu haben.

§ 134.

Die Deduction, allgemein gefasst, ist die Lösung (*solutio*) einer Aufgabe (*problema*) nämlich dieser: nachzuweisen, dass und wie ein definirter Begriff die Folge der Zusammensetzung (Synthesis) seiner Bedingungen ist. Sie hat daher die Form eines conjunctiven hypothetischen Urtheils: wenn A mit B, C, ... in bestimmter Weise zusammengesetzt wird, so wird P gesetzt; oder: durch die Zusammensetzung von A, B, C... ist P gegeben; wo P der definirte Begriff, A, B, C ... die Bedingungen seiner Setzung sind. Der Begriff wird hier also durch die Zusammensetzung seiner Bedingungen construirt. Ist nun die in einem solchen Urtheil ausgesprochene Behauptung unmittelbar einleuchtend, so heisst dasselbe die genetische Erklärung (*definitio genetica*) des Begriffs. Im entgegengesetzten Falle aber bedarf es eines Beweises, dass das Product der angegebenen Construction der Definition des Begriffs entspricht. Die Deduction enthält also dann einen Lehrsatz. Gleichwie nun der Beweis zuletzt auf unmittelbar gewissen Grundsätzen beruht, so hat die Deduction zur letzten Voraussetzung Grundbegriffe (*notiones fundamentales*), deren Setzung und Zusammensetzung ohne weitere Vermittelung gefordert und als giltig anerkannt wird. Die Sätze, welche dies aussprechen, heissen daher Forderungen (*postulata*). Man bezeichnet sie auch, weil sie nicht, wie die Axiome, die blos theoretische Anerkennung gegebener Beziehungen, sondern eine productive Leistung (ein Setzen und Zusammensetzen) verlangen, als praktische oder pragmatische Grundsätze. Unmittelbare Folgen von ihnen sind die genetischen Erklärungen, mittelbare die Verknüpfungen derselben in der Construction der Begriffe.

Mustergiltige Beispiele kann hier nur die Mathematik liefern, vor allem die Euklideische Geometrie. — Was zunächst die drei Postulate (*αἰτήματα*) derselben betrifft: eine gerade Linie zwischen zwei Punkten zu ziehen, sie nach beiden Seiten hin beliebig zu verlängern, und um jeden gegebenen Punkt mit jedem gegebenen Halbmesser einen Kreis zu beschreiben; so sind sie allerdings

Leistungen, die von dem Anfänger in der Geometrie verlangt werden; aber sie haben nicht blos einen technischpraktischen, sondern zugleich den idealen Sinn, dass die Begriffe der begrenzten und unbegrenzten Geraden und des Kreises als unmittelbar giltige vorausgesetzt werden sollen. Postulirt man, wie es in neueren Schriften häufig geschieht, die gleichmässig fortschreitende Bewegung eines Punktes (ein continuirliches Setzen, Versetzen und Verschmelzen von Punkten), so giebt dies zwar eine genetische Erklärung der Geraden, es wird aber dadurch das Postulat, zwischen zwei Punkten eine Gerade zu ziehen, noch immer nicht überflüssig. Wird ebenso die Drehung einer Geraden um einen in ihr liegenden Punkt postulirt, so giebt dies, wenn die Gerade begrenzt ist, eine genetische Erklärung des Kreises, wobei jedoch wieder stillschweigend die Ebene postulirt wird. Andere bekannte Beispiele von genetischen Erklärungen sind: die Erzeugung der Kugel durch Drehung des Halbkreises um seinen Durchmesser, die analoge Erzeugung des geraden Cylinders und Kegels um ihre Axen und einer grossen Menge von Linien und Flächen durch zusammengesetztere Bewegungen von Punkten oder Linien. Auch die Arithmetik hat ihre Postulate, wenn gleich sie seltner ausgesprochen werden, z. B. die: die Einheit beliebig vielmal zu wiederholen und in ein Ganzes zu vereinigen. — Ebenso giebt auch für die Bedeutung der Auflösung einer Aufgabe, als der Deduction eines problematischen Begriffs, die Geometrie die ausführlichsten Belege. Das gleichseitige Dreieck, die Senkrechte, die Halbirung eines Winkels oder einer Geraden, der Parallelismus zweier Geraden u. s. f. sind, wenn auch vollständig definirt, doch, so lange sie nicht durch Construction deducirt sind, Begriffe von problematischer Geltung. Man wird dies in auffallender Weise gewahr an der Trisection des Winkels, der Verdoppelung des Würfels und anderen Problemen dieser Art, bei welchen die Definition des Gesuchten ebenso leicht, als die Nachweisung seiner Bedingungen, wenigstens wenn diese gewisse elementare Grenzen nicht überschreiten sollen, schwierig ist. Es war daher kein wissenschaftlicher Fortschritt, als Legendre u. A. die Aufgaben aus ihrem Zusammenhange mit dem System von Lehrsätzen herausrissen und sie diesen als praktische Anwendungen anhangsweise folgen liessen. Die geometrische Gründlichkeit hat dabei entschieden verloren. Auch die algebraische Analysis begründet in ähnlicher Weise ihre Begriffe. Die Function $f(x)$ *z. B.* ist hinlänglich definirt durch die Gleichung $f(x) \, . \, f(y) = f(x+y)$. Dass sie aber eine reelle Function ist, ergiebt sich erst durch die Nachweisung, dass die ausschliessliche Bedingung ihrer Möglichkeit $f(x) = a^x$ ist. Dieses Beispiel zeigt zugleich, dass der Begriff der Construction, auch in der Mathematik, sich nicht auf die Geometrie beschränkt. Denn es wird hier die anfangs noch unbekannte Form der Function durch die Auflösung $f(x) = a^x$ construirt. Diese reducirt nämlich die Aufgabe: die Form von $f(x)$ zu finden, auf die einfachere: eine gegebene Zahlgrösse auf eine beliebige Potenz zu erheben. Die Lösung dieser hängt wieder von den Aufgaben der Multiplication und Wurzelausziehung ab u. s. f., bis man zuletzt auf die einfachsten arithmetischen Postulate kommt, die hier,

wie in der Geometrie, in letzter Instanz die Lösung der Aufgaben bedingen. In diesem Sinne sind wohl auch die Worte Goethe's zu deuten: „die grösste Kunst im Lehr- und Weltleben besteht darin, das Problem in ein Postulat zu verwandeln" (Briefe an Zelter V, 91; vgl. Guhrauer, Joachim Jungius und sein Zeitalter, S. 187 u. 289). Nicht eigentlich von Verwandelung der Probleme in, sondern nur von Reduction derselben auf Postulate kann die Rede seyn.

§ 135.

Jedes System ist nur eine logische Darstellung und Begründung aller auf den Gegenstand der Wissenschaft sich beziehenden Erkenntnisse, die also hierbei als gegeben vorausgesetzt werden. Die Wissenschaft kann sich aber eine niedrigere und eine höhere Aufgabe stellen. Sie kann sich nämlich entweder darauf beschränken, von der Mannigfaltigkeit ihres Gegenstandes eine klare und deutliche, geordnete und vollständige Uebersicht (*conspectus*) zu geben, oder sich das höhere Ziel setzen, von den Bedingungen und Eigenschaften, überhaupt von den Beziehungen ihres Gegenstandes eine befriedigende Einsicht (*theoria*) zu gewähren. Sie ist im ersteren Falle ausschliesslich analytisch, im zweiten, ohne das Analytische auszuschliessen, vorzugsweise synthetisch. Die Wissenschaften der ersteren Art heissen beschreibende oder descriptive, die der zweiten Art erklärende (aus Gründen ableitende), demonstrative oder theoretische. Jene bedürfen zur Erreichung ihres Zweckes nur der Erklärungen, Eintheilungen und Classificationen, diese aller systematischen Formen. Im Sinne der höheren Aufgabe der Wissenschaften ist daher die Form ihrer Darstellung eine Verbindung (ein System) von Erklärungen, Eintheilungen, Beweisen und Deductionen, die sich in einer solchen Ordnung mit einander verweben müssen, dass das Bedingende dem Bedingten stets vorausgeht, und mit der Strenge in der Begründung der Begriffe und Sätze klare Uebersicht aller Theile des Ganzen sich vereinigt.

Alle blosse Beschreibung der Naturkörper und Naturerscheinungen führt nur zu analytischer, descriptiver Wissenschaft. Systematische Mineralogie, Botanik und Zoologie*, Anatomie der Thiere und Pflanzen, Geognosie und

* Die sogenannten natürlichen Systeme machen zwar darauf Anspruch, nicht blos subjective Uebersichten zu geben, sondern einen objectiven Zusammenhang der Naturkörper darzustellen; aber, wie uns dünkt, ohne Berechtigung, so lange nicht nachgewiesen wird,



Astrognosie, zum Theil auch physische Geographie und Meteorologie gehören hierher; aber auch Sprachwissenschaft, soweit sie nur empirisch classificirt, und Geschichte, sofern sie nur chronistisch erzählt und synchronistische Uebersichten giebt. Dagegen sind Philosophie und Mathematik, Astronomie und Physik, Chemie, Physiologie (der Pflanzen und Thiere), Geologie u. s. w. demonstrative oder theoretische Wissenschaften. Alle blos descriptiven Wissenschaften sind zugleich ausschliessend empirisch, d. i. nur auf Erfahrungsthatsachen gegründet, und enthalten nur assertorische Erkenntnisse. Die demonstrativen aber können entweder nur auf allgemeine Thatsachen des Bewusstseyns oder zugleich auf specielle Erfahrungen gegründet seyn und heissen im ersteren Falle rein rational, im anderen empirisch-rational, gewähren aber in beiden nicht blos assertorische, sondern apodiktische Erkenntniss, indem sie auch die Erfahrungsthatsachen als nothwendige Folgen aus allgemeinen Gründen demonstrativ begreiflich machen.

Praktische Wissenschaften im Gegensatz zu den theoretischen giebt es nicht, sondern nur Anwendungen der Theorien auf die besonderen Aufgaben der Praxis, d. i. Unterordnung dieser Aufgaben unter allgemeine theoretische Lehren. Man unterscheidet daher besser reine und angewandte Wissenschaften, von denen die letzteren aus Anwendungen mehr als einer reinen Wissenschaft bestehen können. So bestehen z. B. Theologie und Jurisprudenz aus Anwendungen der Philosophie, Philologie und Geschichte auf die Objecte der Gottes- und Rechtserkenntniss, Medicin aus Anwendungen der Anatomie und Physiologie, Physik, Chemie, Botanik u. s. w., durch welche theils die Krankheitserscheinungen aus ihren Ursachen erklärt, theils die Mittel zu ihrer Beseitigung gefunden werden. — Jede Praxis, wenn sie sicher seyn soll, muss sich auf Theorie gründen, und jede Theorie, wenn sie sich nicht auf einen blos speculativen, sondern einen durch die Erfahrung gegebenen Gegenstand bezieht, muss praktisch brauchbar seyn. Bewährt sich eine Theorie nicht in der Praxis, so ist sie entweder falsch oder noch zu abstract und unentwickelt, als dass sie die concreten Fälle der Erfahrung geistig durchdringen und beherrschen könnte. Alsdann kann die Praxis nur empirisch seyn, d. i. es fehlt ihr die theoretische Begründung und mit dieser die überzeugende Einsicht von der Nothwendigkeit der von ihr beobachteten, nur inductorisch gefundenen Verfahrungsregeln. Alle Praxis ist übrigens allerdings nicht blosse Wissenschaft, sondern vor allem Kunst, welche Fertigkeit verlangt, die zwar in vielen Fällen körperliche Geschicklichkeit in Anspruch nimmt, immer aber zugleich auf geistiger Gewandtheit, d. i. Schnelligkeit und Sicherheit der Beurtheilung des concreten Falles beruht, ohne die ein entschlossenes und zweckmässiges Handeln undenkbar ist. Diese Eigenschaften kann selbst der blos empirische Praktiker vor dem tief-

dass dieser äusseren Aneinanderreihung der Pflanzen und Thiere ein causaler Zusammenhang zum Grunde liegt, z. B. die höheren Organismen späteren Ursprungs sind als die niederen, was wol zum Theil im Grossen und Ganzen durch paläontologische Untersuchungen dargethan ist, im Einzelnen aber mehr vorausgesetzt als bewiesen zu seyn scheint.

denkenden, aber bedächtigen Theoretiker voraushaben, und sie sind es, die zu dem zwar sprichwörtlich gewordenen, aber materiell durchaus nicht begründeten angeblichen Gegensatz zwischen Theorie und Praxis, für welche beide es nur eine und dieselbe Wahrheit giebt, Veranlassung gegeben haben mögen.

Hinsichtlich der Strenge der Begründung ist die Euklideische Geometrie ein Muster von systematischer Anordnung. Dagegen vernachlässigt sie in auffallender Weise die übersichtliche Aneinanderreihung der Materien, die sie, um der ersteren Forderung zu genügen, oft zerstückelt, so dass, aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, das Ganze einen ziemlich buntscheckigen Anblick gewährt, ja von einer Zusammenschliessung der Theile zu einem auch äusserlich geordneten Ganzen kaum die Rede seyn kann. Die Neueren haben diesen Mangel vielfach zu verbessern gesucht, häufig aber wieder auf Kosten der Gründlichkeit, und hiermit einen weit grösseren Fehler begangen, als der war, dem sie abhelfen wollten. Beiden systematischen Anforderungen in gleich vollkommener Weise zu genügen, hat selbst in dieser so durchgebildeten Wissenschaft erhebliche Schwierigkeit. — Wenn übrigens die neueren mathematischen Schriften sich grossentheils der Bezeichnung der Sätze als Lehrsätze, Aufgaben u. s. w. entäussern, so ist dies einerseits die Folge einer vorherrschend gewordenen genetischen Entwickelungsweise der Wissenschaft (s. den folgenden Paragraph), andererseits aber nicht eine Beseitigung, sondern nur eine Verdeckung der systematischen Formen. Die Mathematik kann ohne Gefährdung der Sicherheit ihre Behauptungen in ein leichteres Gewand kleiden; dagegen wäre der Philosophie zu rathen, die schwerfällig scheinende Rüstung der systematischen Formen, wie früher, wieder öfter anzulegen. Viel eitles rhetorisches Gepränge würde dadurch ausgeschieden werden, und der Kern, den dieses umhüllt, leichter, entweder in seiner Reinheit oder in seiner Blösse, zu Tage treten.

§ 136.

Eine systematische Darstellung, welche in der a. E. des vorigen Paragraphs bezeichneten Form die Summe der über den Gegenstand einer Wissenschaft erworbenen Erkenntnisse ordnet (wo es nöthig, vervollständigt) und begründet, heisst, weil sie dadurch den Nichtwissenden belehrt, ein Lehrgebäude (*doctrina, summa doctrinae*). Besteht in einem solchen der Vortrag der Lehren in der Aufeinanderfolge einer Reihe von Behauptungen (*dogmata*), die ihre Begründung erhalten, ohne dass der Weg, auf dem sie gefunden wurden, angezeigt ist, so heisst er dogmatisch. Hat dagegen die Darstellung die Form der Erzeugung (*genesis*) der Wissenschaft, indem sie von der Gesammtaufgabe oder Idee derselben ausgeht, und aus ihrer Begriffsbestimmung eine zu-

sammenhängende Reihe von Theilaufgaben ableitet, durch deren successive Lösung die Aufgabe der Wissenschaft selbst gelöst wird, so heisst der Vortrag genetisch. Wenn hierbei die Ordnung der Theilaufgaben durch eine feste Regel (Princip) des Fortschritts vom Einfachen zum Zusammengesetzten bestimmt wird und die Lösung jeder zusammengesetzteren Aufgabe durch diejenige einer oder mehrerer ihr vorangegangenen einfacheren bedingt ist, jede also das Mittel für einen durch sie zu erreichenden Zweck, die Reihe aller als Reihe von Mitteln zu einem Haupt- oder Endzweck (*causa finalis*), dem der Lösung der Gesammtaufgabe der Wissenschaft, erscheint, so kann eine solche Darstellung als organische Entwickelung bezeichnet werden.

Man kann sagen, dass die dogmatische Darstellung alle Aufgaben in Lehrsätze verwandelt, die genetische alle Lehrsätze in Aufgaben umbildet. Aber auch wo Aufgaben mit Lehrsätzen abwechseln, wie in der Euklideischen Geometrie, kann der Vortrag doch dogmatisch seyn, wenn nämlich die Aufgaben nicht durch einen leitenden Gedanken motivirt werden, sondern nur als willkürliche Einfälle erscheinen. Die dogmatische Darstellung zeigt die Wissenschaft als fertige, die genetische als werdende. Darum hat die letztere für didaktische Zwecke vor der dogmatischen unverkennbare Vorzüge, indess diese häufig auf kürzerem Wege zu den Ergebnissen der Wissenschaft führt. — Organische Entwickelung ist zu einer Modephrase der heutigen Philosophie geworden, die auch in der Auffassung der Geschichte, den allmählichen Veränderungen in Staat, Kirche, Gesittung vielfache Anwendung gefunden hat, ohne dass jedoch damit immer ein scharfer Begriff verbunden wird, noch weniger die Ausführung dem Begriffe entspricht. Es ist aber nicht zu viel gesagt, wenn man diesen Begriff als ein logisches Ideal bezeichnet, das zwar keineswegs für unerreichbar zu erklären, in der That aber zur Zeit nur in sehr wenigen Gebieten der Wissenschaften wirklich erreicht ist. Einzelne Partien der Mathematik gehören hierher. Die Art und Weise, wie sich aus den einfachen Begriffen der Einheit, ihrer Wiederholung und der Verbindung der wiederholten Einheiten die natürliche Zahlenreihe und in ihr das Zu- und Abzählen der Einheiten ergiebt, dieses, auf die gebildeten ganzen Zahlen übergetragen, zur Addition und Subtraction führt, wiederholte Addition und Subtraction gleicher Zahlen die Multiplication und Division erzeugt, die wiederum durch einen analogen Fortschritt sich zur Potenzirung und Depotenzirung steigert, und wie hieraus allmählich die positiven und negativen, ganzen und gebrochenen, rationalen und irrationalen, reellen und imaginären Zahlformen entstehen, — dies darf wol eine organische Entwicklung genannt werden. Auch die neuere Geometrie strebt mit entschiedenem Erfolge sowohl in ihrer constructiven als rechnenden Betrachtungsweise

nach einer organischen Entwickelung der räumlichen Gebilde und ihrer Eigenschaften. Aber jeder Kenner der Mathematik weiss auch, wie weit diese noch davon entfernt ist, ein organisches Ganze darzustellen, wie vielmehr die grossen Bereicherungen, die sie in den letzten Decennien erhalten, die Schwierigkeit einer systematischen Verarbeitung des fast unübersehbaren Materials nur vergrössert haben, und eine solche der Zukunft vorbehalten bleiben muss. Die Natur zeigt uns wol in dem Bau der Pflanzen und Thiere und ihrer Entstehung, was wahre organische Bildung und Entwickelung ist; aber es wird dem menschlichen Geiste, selbst auf den Gebieten, wo er Herr und Schöpfer zu seyn meint, schwer, jenen Anschauungen analoge Gedankenformen nachzuerzeugen.

Zweiter Abschnitt.

Von den heuristischen Formen des Denkens.

§ 137.

Die systematische Darstellung einer Wissenschaft kann zwar, da sie nach Vollständigkeit strebt, Veranlassung zur Erweiterung der Erkenntniss, sey es durch Auffindung neuer Thatsachen oder durch Schlüsse aus ihnen, geben; sie giebt aber keine methodische Anweisung dazu, die, wenigstens soweit jene Erweiterung von dem Denken abhängt, verlangt werden kann. Der dogmatische Vortrag nämlich löst die Aufgaben, ohne zu zeigen, auf welchem Wege die Auflösung gefunden wurde oder gefunden werden konnte, noch wodurch die Aufgabe selbst motivirt ist. Die genetische Entwickelung motivirt zwar ihre Aufgaben, auch lehrt sie nicht blos ihre Auflösung, sondern findet sie, aber dieses Finden ist ganz von der Stelle abhängig, die jede Aufgabe in der Reihe aller übrigen einnimmt, und wie Aufgaben, die nicht wesentliche Glieder des Systems sind, gelöst werden können, erhellt daraus gar nicht. Es bleibt daher noch zu untersuchen übrig, welchen Antheil das Denken an der Erweiterung der Erkenntniss durch Forschung (*exploratio*) hat. Die methodischen Formen, welche diesem Zwecke dienen, heissen heuristische oder zetetische Methoden.

§ 138.

Das Ziel alles Suchens durch Denken kann ein doppeltes seyn, indem nämlich zu einem Gegebenen entweder 1) ein dadurch

Bedingtes, eine Folge, oder 2) eine Voraussetzung, Bedingung zu finden verlangt wird. Die Methode des Suchens aber, der Weg, auf dem das Denken zu seinem Ziele gelangt, ist im allgemeinen für beide Fälle ein und derselbe, da das Gesuchte immer nur durch Schlüsse gefunden werden kann, insofern also stets als eine Folge aus dem Gegebenen zu betrachten ist. Ferner setzt jedes methodische Suchen voraus, dass das Gesuchte kein schlechthin Unbekanntes sey; denn es wäre dann das Ziel des Suchens ein völlig unbestimmtes, daher ermangelte der zu seiner Erreichung einzuschlagende Weg einer bestimmten Richtung. Es kann also das Unbekannte nur ein solches seyn, dessen Beziehungen zu dem Gegebenen unvollkommen bekannt sind und durch Suchen ergänzt werden müssen. — Diesen Bedingungen, unter denen allein methodisches Suchen möglich ist, entspricht nun zunächst der allgemeine Begriff eines Problems, in dem das Gegebene (*data*) und das Gesuchte (*quaesitum*) unterschieden wird. Das Gesuchte ist unbekannt, sofern im Gegebenen nur ein Theil seiner Bedingungen vorliegt; es ist bekannt, sofern durch seine Definition die Beziehung, in der es zum Gegebenen stehen soll, genau bestimmt ist; es wird mittelbar gefunden durch die Bedingungen, welche die Auflösung des Problems zu den gegebenen hinzufügt. Zu bestimmen bleibt nun noch übrig, auf welche Weise die fehlenden Bedingungen gefunden werden können, was offenbar mit dem Finden der Auflösung des Problems gleichbedeutend ist.

Wenn z. B. die Quadratwurzel aus 15 das Gesuchte ist, so ist ihr Zahlwerth zwar unbekannt, aber doch die Bedingung bekannt, dass dieser Werth, mit sich selbst multiplicirt, 15 geben muss. Oder wenn das Gesuchte ein über einer gegebenen Geraden zu errichtendes gleichseitiges Dreieck ist, so ist die bestimmte Lage des dritten Winkelpunktes des Dreiecks noch unbekannt, aber doch von ihm bekannt, dass seine Abstände von den Endpunkten der gegebenen Geraden dieser selbst gleich seyn müssen. Ebenso wenn der Sinus eines Bogens gesucht wird, so ist seine absolute Grösse zwar unbekannt, aber bekannt, dass er der in Theilen des Halbmessers ausgedrückte Abstand des Endpunktes des Bogens von dem durch den Anfangspunkt desselben gelegten Halbmesser ist.

§ 139.

Hierzu dient die analytische oder regressive Methode. Sie besteht darin, dass die Beziehung zwischen Gegebenem und

Gesuchtem sowie der Begriff des letzteren **hypothetisch** als giltig angenommen und aus dieser Voraussetzung mit Hilfe anderweit begründeter Sätze eine Schlusskette gezogen wird, deren letzter Schlusssatz als Bedingung seiner Giltigkeit eine Forderung enthält, die sich durch Anwendung bekannter Postulate oder gelöster Probleme erfüllen lässt. Ist nun die Schlusskette umkehrbar, so wird durch diese Umkehrung der gefundene Schlusssatz zur Bedingung, und der hypothetisch angenommene Satz zu dem dadurch Bedingten. Da nun die Bedingung als eine giltige sich erwiesen hat, so folgt daraus *modo ponente* auch die Giltigkeit des Bedingten, d. i. der vorausgesetzten Beziehung zwischen Bekanntem und Unbekanntem und des Begriffes der letzteren selbst. — Die Umkehrbarkeit der Schlusskette hängt allgemein davon ab, dass die zu dem hypothetisch angenommenen Satz successiv hinzukommenden Prämissen sämmtlich **rein umkehrbare** Urtheile sind. Sey nämlich der hypothetisch angenommene Satz: $A\,B$, die hinzutretenden Prämissen seyen $B\,C$, $B\,D$, $D\,E$; so folgt,

$$\begin{array}{rl} \text{da} & A\,B \\ \text{und} & \underline{B\,C} \\ & A\,C, \\ \text{und da} & \underline{C\,D} \\ & A\,D, \\ \text{endlich da} & \underline{D\,E} \\ & A\,E. \end{array}$$

Soll nun diese Schlusskette umkehrbar seyn, so muss aus $A\,E$ und $D\,E$ folgen $A\,D$, aus $A\,D$ und $C\,D\,..\,A\,C$, aus $A\,C$ und $B\,C\,..$ $A\,B$. Dies ist allgemein nur möglich, wenn die Urtheile $D\,E$, $C\,D$, $B\,C$ rein umkehrbar sind. Alsdann nämlich folgt

$$\begin{array}{rl} \text{aus} & A\,E \\ \text{und} & \underline{E\,D} \\ & A\,D, \\ \text{und da} & \underline{D\,C} \\ & A\,C, \\ \text{und da} & \underline{C\,B} \\ & A\,B. \end{array}$$

Die **mathematische Analysis**, sowohl die geometrische der Alten als die algebraische der Neueren, führt von der Anwendung dieser Methode ihren

Namen. Wenn z. B. zu den vier bekannten Grössen a, b, c, d eine unbekannte x gesucht wird, deren Beziehung zu jenen die Gleichung

$$ax - c = bx + d \qquad (1)$$

ausdrückt, so wird diese Unbekannte durch folgende Schlüsse gefunden. Angenommen die Gleichung gelte, so folgt, da Gleiches zu Gleichem addirt Gleiches giebt, wenn zu den gleichen Theilen der Gleichung c addirt wird,

$$ax = bx + c + d. \qquad (2)$$

Hieraus folgt weiter, da Gleiches von Gleichem subtrahirt Gleiches lässt, durch Subtraction von bx

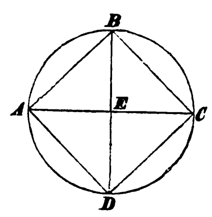
$$(a - b)\,x = c + d. \qquad (3)$$

Endlich folgt, da Gleiches durch Gleiches dividirt Gleiches giebt, durch Division mit $a - b$

$$x = \frac{c + d}{a - b}. \qquad (4)$$

Die hypothetisch angenommene Gleichung gilt also, wenn x der Quotient aus der Differenz $a - b$ in die Summe $c + d$ ist. Da nun ein solcher immer möglich, so ist hierdurch die Aufgabe gelöst. — Umgekehrt folgt nun aber auch aus dieser gefundenen Bedingungsgleichung (4), da Gleiches mit Gleichem multiplicirt Gleiches giebt, durch Multiplication mit $a - b$, (3); ferner hieraus, da Gleiches zu Gleichem addirt Gleiches giebt, durch Addition von bx, (2); endlich hieraus, da Gleiches von Gleichem subtrahirt Gleiches lässt, durch Subtraction von c, (1), so dass also hiermit auch (1) durch (4) bedingt ist. — In dem allgemeinen Schema des Paragraphs entsprechen den Prämissen BC, CD, DE hier die Sätze: Gleiches zu Gleichem addirt, von Gleichem subtrahirt, durch Gleiches dividirt, giebt Gleiches. In der Umkehrung der Schlusskette aber laufen den Prämissen ED, DC, CB parallel die Sätze: Gleiches durch Gleiches multiplicirt, zu Gleichem addirt, von Gleichem subtrahirt giebt Gleiches, so dass also die Grundsätze der Subtraction und Division als die reinen Umkehrungen der Grundsätze der Addition und Multiplication erscheinen. Dass dies in aller logischen Strenge richtig ist, wird im Anhange unter II, 2, 4 nachgewiesen.

Als Beispiel einer geometrischen Analysis wählen wir, der Kürze wegen, die Aufgabe: in einen gegebenen Kreis ein Quadrat zu beschreiben.



Angenommen, das Verlangte sey geschehen, und $ABCD$ das Quadrat, also AC, BD seine Diagonalen; so ist, weil (*per. def.*) $\angle ABC = R$, derselbe Winkel aber auch ein Peripheriewinkel, ABC ein Halbkreis, folglich

AC ein Durchmesser des Kreises. Aus denselben Gründen ist, da auch $\angle BCD = R$, BD ein Durchmesser des Kreises; daher, da die Durchmesser eines Kreises sich gegenseitig halbiren, $AE = BE = CE = DE$. Da also in den Dreiecken AEB, CEB, $AE = CE$, $EB = EB$ und (*per def.*) $AB = BC$, so sind diese Dreiecke congruent, mithin $\angle AEB = \angle CEB$, also sind diese Winkel, als gleiche Nebenwinkel, rechte. Wenn also $ABCD$ ein Quadrat, so sind seine Diagonalen auf einander senkrechte Durchmesser eines Kreises, welche zu construiren immer möglich ist. — Die Umkehrung dieses Satzes lautet: wenn zwei Durchmesser eines Kreises auf einander senkrecht stehen, und ihre Endpunkte durch Gerade verbunden werden, so bilden diese Geraden ein Quadrat. Die Umkehrung der obigen Analysis giebt seinen directen Beweis. Es ist dann nämlich $EC = EA$, $EB = EB$, $\angle BEC = \angle BEA$; daher sind die Dreiecke ECB, AEB congruent, folglich $BC = AB$; aus gleichen Gründen $BC = CD$, $CD = DA$, also das Viereck $ABCD$ gleichseitig. Es sind aber auch die Winkel ABC, BCD, CDA, DAB, als Winkel in Halbkreisen, rechte; daher das Viereck auch rechtwinklig, folglich ein Quadrat. — Die Analysis schliesst hier aus den Sätzen: jeder Peripheriewinkel, der einem Rechten gleich ist, ist ein Winkel im Halbkreis; und: wenn in zwei Dreiecken ausser zwei Seiten auch noch die dritten gleich sind, so sind die den letzteren gegenüberliegenden Winkel gleich. Der aus der Umkehrung der Analysis sich ergebende directe Beweis der Richtigkeit der durch sie gefundenen Auflösung dagegen schliesst aus den umgekehrten Sätzen: jeder Peripheriewinkel im Halbkreis ist ein rechter; und: wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten sammt den von ihnen eingeschlossenen Winkeln gleich sind, so sind auch die diesen gegenüberliegenden Seiten gleich. — Es mag nicht unbemerkt bleiben, dass in der Geometrie der directe Beweis einer analytisch gefundenen Auflösung nicht immer die Umkehrung der analytischen Schlussfolge ist, indem für ihn oft auch andere Sätze als die Umkehrungen der Prämissen der Analysis zu Hilfe gezogen werden; was sich daraus erklärt, dass oft von einem und demselben Satze mehrere Beweise möglich sind, von denen der kürzeste, unter übrigens gleichen Verhältnissen, vorgezogen zu werden pflegt.

§ 140.

Die analytische Methode dient nicht blos zur Auffindung der Lösung von Problemen, sondern auch, da jedes Theorem, dessen Beweis erst zu finden ist, als ein Problem betrachtet werden kann, zur Auffindung dieser Beweise. Wenn nämlich die Beziehung zwischen Subject und Prädicat (Hypothesis und Thesis) eines Lehrsatzes hypothetisch für giltig angenommen wird, und sich hieraus mittels einer Schlusskette ein Schlusssatz ziehen lässt, der sich als ein unabhängig von dieser Schlusskette giltiger ausweist, so

wird derselbe zum **Beweisgrund** des Lehrsatzes, dessen directer Beweis durch die Umkehrung jener Schlusskette sich ergiebt. — Führt die Analysis eines Problems oder Theorems zu einem Schlusssatz, der mit unmittelbar gewissen oder begründeten Sätzen in Widerspruch steht, also ungiltig ist, so folgt daraus *modo tollente* die Ungiltigkeit des Problems oder Theorems selbst, als der Voraussetzung dieses Schlusssatzes. Daher dient die analytische Methode nicht blos der Begründung, sondern allgemeiner der **Prüfung der Giltigkeit** problematischer Urtheile. Der apagogische Beweis (§ 131) ist nichts Anderes als eine solche Prüfung des contradictorischen Gegentheils eines zu erweisenden Satzes nach der analytischen Methode, deren Resultat die Ungiltigkeit jenes Gegentheils ist.

Da jede Auflösung einer Aufgabe einen Lehrsatz enthält, so genügt der Inhalt der Anmerkungen zum vorigen Paragraph auch zur Erläuterung des gegenwärtigen. — Eine besondere **analytische Beweisart**, von der häufig im Gegensatz zur **synthetischen** die Rede ist, giebt es nicht, sondern nur eine Analysis, die zum directen Beweis führt. In der Geometrie pflegt man vorzugsweise die durch Anwendung der Algebra gefundenen Auflösungen und Beweise **analytische** zu nennen, diejenigen aber, welche auf Schlüssen beruhen, die sich auf die Figuren und etwa hinzukommende Hilfslinien beziehen, **synthetische**. Zu dem ersteren Sprachgebrauche ist man berechtigt, weil in der That die Auflösungen algebraischer Gleichungen durch Analysis gefunden werden; aber auch zu dem letzteren, sofern das Ziehen der Hilfslinien als eine Synthesis anzusehen ist, die jedoch in einem methodischen Vortrag nicht als eine willkürliche erscheinen darf, vielmehr motivirt werden muss, was häufig durch die Analysis selbst geschehen kann.

Was die zweite Hälfte des obigen Paragraphs betrifft, so gehören hierher alle die Auflösungen algebraischer Aufgaben, die entweder zu imaginären, oder zwar zu reellen, aber mit den Bedingungen der Aufgabe unvereinbaren Werthbestimmungen der Unbekannten führen, ebenso überhaupt alle mathematischen Probleme, die sich durch Analysis als unlösbar erweisen, wie die allgemeine Auflösung der höheren Gleichungen, die exacte Quadratur des Kreises und vieler anderen Curven, die Construction des regulären Sieben-, Elf-, Dreizehnecks u. s. f. im Kreise, die allgemeine und exacte Trisection des Winkels, Verdoppelung des Würfels, das Keplersche Problem u. dgl. m. Ebenso legt in der praktischen Mechanik die Analysis die Unmöglichkeit eines *perpetuum mobile* dar, mit minderer Sicherheit die der willkürlichen Leitung des Luftballons, der Fähigkeit des Menschen sich auf Flügeln in die Luft zu erheben u. s. f. Ebenso sucht in der Philosophie die Analysis z. B. die Unmöglichkeit eines strengen Beweises vom Daseyn Gottes oder von der persön-

lichen Fortdauer, einer allgemeinen Gedankencharakteristik (im Sinne Leibniz's) und anderer Probleme dieser Art darzuthun. Die Geschichte der Erfindungen giebt aber auch Beispiele genug, wo in Ermangelung einer strengen Analysis oder der Mittel zu einer solchen, kühne Entwürfe, die sich später doch als ausführbar erwiesen, anfangs für unmöglich, für blosse Träumereien gehalten wurden. Man denke nur an den Dampfwagen und das Dampfschiff, die riesenhaften Kettenbrücken unserer Zeit oder die bei ihrer Erfindung für zauberisches Teufelswerk gehaltene Buchdruckerkunst.

§ 141.

Probleme, deren Giltigkeit von dem Ergebniss ihrer Analysis abhängt, können nur hypothetische heissen. Es giebt aber auch absolute Probleme. Sie entstehen, wenn eine unmittelbar gewisse und daher nicht aufzuhebende Thatsache (*factum*) gegeben ist, die jedoch zu einer Ergänzung durch Denken (Begriffe) nöthigt, ohne welche sie als unbegreiflich erscheint. Dies ist zunächst überall da der Fall, wo eine solche Thatsache als von Bedingungen abhängig erkannt wird, indess diese entweder gar nicht oder nur unvollständig gegeben sind. Die gesuchten Bedingungen heissen dann die Erklärungsgründe (*rationes s. principia essendi*), die Ableitung der Thatsache aus ihnen (die als Deduction der Giltigkeit ihres Begriffes zu betrachten ist) die Erklärung (*explicatio*) derselben. Sind ihre Bedingungen theilweise gegeben und nur die fehlenden hinzuzufinden, so ist zu diesem Zwecke im allgemeinen die analytische Methode anwendbar, vorausgesetzt, dass zugleich die zu ihrer Schlusskette erforderlichen Hilfsprämissen vorhanden sind. Da alsdann aus dem Begriff der Thatsache als einer bedingten ihre fehlenden Bedingungen durch Schlüsse abgeleitet werden, so wird dadurch jene zum Erkenntnissgrund (*ratio s. principium cognoscendi*) ihrer Erklärungsgründe, die im Denken aus ihr folgen, indess die Thatsache selbst als wirkliche die nothwendige Folge ihrer wirklichen, durch Denken aber erkannten Bedingungen seyn muss.

1. Mit dem Erklärungsgrunde ist wenigstens der formale Begriff der Ursache gegeben, den man zwar immer noch von dem metaphysischen, der, weil er sich auf das Seyende, Reale bezieht, im eigentlichen Sinne Realgrund zu nennen ist, unterscheiden muss, mit dem aber, näher besehen, alle empirisch-rationale Forschung sich begnügt, obgleich sie sich häufig einer Redeweise bedient, die so realistisch lautet, als ob blos formale Begriffsver-

knüpfungen schon der adäquate Ausdruck des wirklichen Seyns und Geschehens wären. Denn Naturphänomene, historische Begebenheiten, Sprachformen und ihre Umwandlungen erklären heisst nichts Anderes als nachweisen, dass sie (für unser Denken) die nothwendigen Folgen der Verknüpfung angeblicher Bedingungen sind. Diese nennen wir dann ihre Ursache (*causa*), und zwar, wenn die Bedingungen nicht blos vorausgesetzte (hypothetische), sondern thatsächlich gegebene sind, ihre wirkliche Ursache (*vera causa*). Im letzteren Falle verknüpft das Denken nur Phänomene mit Phänomenen. Im ersteren geht es zwar über diese hinaus, aber die exacte Forschung behauptet nicht unbedingt die Realität der blos hypothetisch gesetzten Bedingungen, sondern legt ihnen nur den Werth von Hilfsbegriffen bei, die sie wieder aufzuheben bereit ist, sobald es sich zeigt, dass ihre Consequenzen mit den Phänomenen nicht genügend übereinstimmen. — Da die Ableitung der Folge aus dem Erklärungsgrunde nur durch Schlüsse geschehen kann, der Schluss aber durch den Mittelbegriff bedingt ist, so bezeichnet dieser allerdings, wie schon Aristoteles bemerkt (*τὸ μὲν γὰρ αἴτιον τὸ μέσον*), wenigstens die am meisten hervortretende Ursache, aber doch nicht den ganzen Grund (der nach § 39 nie ein einfacher Begriff seyn kann), sondern nur einen hervorstechenden Theil desselben. Die Erklärung der Mondfinsterniss z. B. (ein Beispiel, dessen sich Aristoteles bedient) beruht auf folgenden Schlüssen:

Wenn ein undurchsichtiger Körper zwischen einen leuchtenden und einen von diesem beleuchteten tritt, so wird letzterer verfinstert.

Nun ist die Erde ein undurchsichtiger, die Sonne ein leuchtender, der Mond ein von der Sonne beleuchteter Körper.

Also, wenn die Erde zwischen die Sonne und den Mond tritt, wird der Mond verfinstert.

Nun tritt aber jederzeit, wenn eine Mondfinsterniss statt findet, die Erde zwischen Sonne und Mond.

Also wird dann (nothwendiger Weise) der Mond verfinstert.

Was ist nun also die Ursache der Mondfinsterniss? Man kann freilich zunächst antworten: das Eintreten der Erde zwischen Sonne und Mond. Aber dies ist nur ein Theil des Erklärungsgrundes, zu dem noch ausserdem gehört, dass die Erde undurchsichtig, die Sonne leuchtend, der Mond von der Sonne beleuchtet ist, und vor allen Dingen, dass die Verknüpfung der Begriffe im ersten Obersatz eine giltige ist. — Was übrigens den aristotelischen Satz: *τὸ αἴτιον τὸ μέσον* betrifft, so scheint er uns keinen andern Sinn zu haben als den, dass, wenn man den Syllogismus auf reale Gegenstände anwendet, dann der Mittelbegriff die Bedeutung der Ursache erhält, oder durch ihn die Ursache erkannt wird, nicht aber dass er die Ursache ist. Ueberhaupt aber muss wol in diesem Zusammenhange dem *αἴτιον* die allgemeinere Bedeutung des Grundes beigelegt werden. Denn wenn z. B. Aristoteles das *αἴτιον* des Satzes, dass der Winkel im Halbkreis ein rechter ist, erörtert, so kann hier nicht wohl von einer bewirkenden Ursache, sondern nur von einem Grunde die Rede seyn, aus dem dieser Winkel ein rechter ist. Und so dünkt uns, dass

bei Aristoteles zwar die Erkenntniss des realen Causalnexus der Dinge von dem Syllogismus abhängig gemacht wird, nicht aber dass dieser auf jenem ruht, sondern die Einsicht von seiner nothwendigen formalen Giltigkeit, nach unserer heutigen Ausdrucksweise, auch ihm eine Erkenntniss *a priori* ist.

2. Der Satz: „alles was geschieht muss seine Ursache haben", vermöge dessen wir für jede thatsächlich gegebene Veränderung einen Erklärungsgrund fordern, sagt aus, dass es uns unmöglich ist, das Veränderliche als ein Unbedingtes zu denken; und diese Unmöglichkeit hat ihren Sitz darin, dass der Begriff des Veränderlichen, welches kommt und geht, erscheint und wieder verschwindet, also gesetzt wird, um wieder aufgehoben zu werden, mit dem des Unbedingten, nicht Aufzuhebenden, sich ewig Gleichen in Widerspruch steht und daher unvereinbar ist. Darum tritt die Frage nach den Ursachen bei scheinbar regellosen Erscheinungen, wie etwa die Witterungsveränderungen oder die Sonnen- und Mondfinsternisse, stärker auf, als bei gleichmässig sich wiederholenden, periodisch wiederkehrenden, und bei ungleichförmigen Bewegungen stärker als bei gleichförmigen. So suchte die Astronomie der Alten wohl nach den Erklärungsgründen der irregulären Bewegungen der Planeten, betrachtete aber die gleichförmige tägliche Umdrehung der Fixsternsphäre nicht als der Erklärung bedürftig, und war befriedigt, wenn sich der Planetenlauf aus der Zusammensetzung hypothetischer gleichförmiger cyklischer Bewegungen ableiten liess. Der Philosophie fällt die schwere Aufgabe zu, das schlechthin Unbedingte, alles Andere Bedingende zu ergründen. Alle übrigen Wissenschaften begnügen sich mit der Erkenntniss der näheren oder entfernteren Bedingungen der Erscheinungen; auch die Mathematik macht nicht darauf Anspruch, vom Unbedingten auszugehen, sondern sagt nur, auf ihre Voraussetzungen und die Logik hinweisend: *haec si dederis reliqua omnia concedenda sunt.*

3. Als Muster einer Ableitung der Erklärungsgründe einer Erscheinung durch analytische Methode ist Newton's Begründung des Gravitationsprincips anzusehen. Die Erscheinung ist hier die Bewegung der Planeten, welche durch Kepler's Gesetze einen scharfen begrifflichen (mathematisch bestimmten) Ausdruck erhalten hatte. Newton stellte sich nun die Aufgabe, die mechanischen Bedingungen zu finden, von denen die Planetenbewegungen nach den Keplerschen Gesetzen die nothwendigen Folgen sind. Ihre Auflösung beruht auf folgenden Momenten. Da die Planetenbahnen krumme Linien sind, krummlinige Bewegung aber nur unter der Voraussetzung einer stetig wirkenden, den bewegten Körper von der geradlinigen Richtung, nach welcher er (vermöge des Trägheitsgesetzes) seine Bewegung fortzusetzen strebt, unausgesetzt ablenkenden (beschleunigenden) Kraft möglich ist, so reducirt sich jene Aufgabe auf die Bestimmung der Richtung und Stärke einer solchen Kraft. Aus der Giltigkeit des ersten Keplerschen Gesetzes (wonach die Planetenbahnen ebene Curven sind, deren Ebenen durch den Mittelpunkt der Sonne gehen, und deren nach diesem gezogene Vectoren in gleichen Zeiten

gleiche Flächen beschreiben) folgt durch Anwendung der analytischen Methode, dass die gesuchte Kraft stets nach dem Mittelpunkt der Sonne gerichtet seyn muss. Ebenso ergiebt sich aus dem zweiten Keplerschen Gesetz (nach dem die Planetenbahnen Ellipsen sind, und in einen ihrer Brennpunkte der Mittelpunkt der Sonne fällt), dass für verschiedene Orte eines und desselben Planeten in seiner Bahn die Wirksamkeit jener beschleunigenden Kraft umgekehrt proportional dem Quadrate des veränderlichen Radiusvectors, zugleich aber direct proportional dem Cubus seines mittleren Abstandes von der Sonne und umgekehrt proportional dem Quadrate seiner Umlaufszeit seyn muss. Da nun nach dem dritten Keplerschen Gesetz die Cubi der mittleren Abstände der Planeten von der Sonne sich wie die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten, so ergiebt sich endlich aus dem Vorigen durch einen einfachen Schluss, dass die Wirkung, welche die beschleunigende Kraft auf verschiedene Planeten ausübt, in jedem beliebigen Orte derselben den Quadraten ihrer Vectoren umgekehrt proportional seyn muss. Es lässt sich nun auch umgekehrt erweisen, dass, wenn eine solche nach dem Mittelpunkt der Sonne gerichtete, den Quadraten der Vectoren umgekehrt proportionale Kraft angenommen wird, die Planetenbewegung nach den Keplerschen Gesetzen davon die nothwendige Folge ist. Diese Gesetze sind also hier der Erkenntnissgrund der beschleunigenden Kraft der Gravitation, und umgekehrt diese der Erklärungsgrund der Planetenbewegung. — Es muss jedoch bemerkt werden, dass auf diesem Raisonnement allein noch nicht die Entdeckung der Gravitation beruht, denn auch Andere, insbesondere Hook, waren vor oder gleichzeitig mit Newton schon zu denselben Folgerungen gelangt. Newton aber hielt sich nicht für berechtigt, eine solche Kraft zu postuliren, sondern suchte sie als eine thatsächlich vorhandene nachzuweisen. Dies that er abermals durch Anwendung der analytischen Methode. Da nämlich auch die mittlere Bewegung des Mondes um die Erde nach dem ersten und zweiten Keplerschen Gesetze erfolgt, so ergiebt sich durch dieselben Schlüsse, dass auch der Mond in seiner krummlinigen Bahn durch eine nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtete, dem Quadrat seines Vectors umgekehrt proportionale Kraft erhalten wird. Nun ist die Schwere an der Oberfläche der Erde eine nach derselben Richtung wirkende, thatsächlich gegebene Kraft, deren Intensität aus den Beobachtungen über den Fall der Körper und die Schwingungen des Pendels genau bekannt ist. Angenommen nun, diese Kraft sey, im umgekehrten Verhältniss der Quadrate der Entfernungen abnehmend, dieselbe, welche den Mond in seiner Bahn erhält, so muss der Raum, durch welchen dieser, wenn man seine Bewegung in eine tangentiale und centripetale zerlegt, in einer Secunde nach dem Mittelpunkt der Erde wirklich fällt, und der also die Grösse der ihn in seiner Bahn erhaltenden Kraft darstellt, so gross seyn, dass, wenn man aus ihm nach dem umgekehrten quadratischen Verhältniss der Entfernung den Raum berechnet, durch den diese Kraft einen Körper an der Oberfläche der Erde zum Fallen nöthigen würde, dieser dem beobachteten Fallraum in einer Secunde völlig gleich ist. Dies findet nun in der That statt

und bestätigt daher die problematische Voraussetzung der Identität der den Mond in seiner Bahn erhaltenden Kraft mit der Schwere.

4. Auf der Unterscheidung des Erkenntniss- und Erklärungsgrundes beruht die doppelte Bedeutung, welche das so gangbare Wort Princip hat, das bald einen Begriff anzeigt, der als Erkenntnissgrund eine regressive Untersuchung einleitet, bald einen Erklärungsgrund, mit dem die begriffliche Ableitung einer gegebenen Thatsache als einer nothwendigen Folge aus jenem beginnt. Im ersteren Sinne sind Kepler's Gesetze, im anderen Newton's Gravitationsgesetz Principe. Dass der obige Ausdruck des letzteren noch nicht der vollständige, indem die Gravitation zugleich den Massen der Himmelskörper direct proportional ist, mag beiläufig erwähnt seyn.

§ 142.

Das, was eine Thatsache im Sinne des vorigen Paragraphs zu einem absoluten Problem macht und zum Suchen seiner Auflösung nöthigt, ist der Widerspruch zwischen der erkannten Bedingtheit derselben und dem gänzlichen oder theilweisen Mangel gegebener Bedingungen, woraus die Unmöglichkeit, bei dem Gegebenen als einem Unbegreiflichen stehen zu bleiben, und die Nothwendigkeit, den Mangel durch Denken zu tilgen, hervorgeht. Es kann aber auch eine Thatsache in einem noch anderen Sinne unbegreiflich seyn und dadurch zu einem absoluten Problem werden: dann nämlich, wenn sie mit einem anderweit fest begründeten Satze oder einer nothwendigen Folge eines solchen Satzes in Widerspruch kommt, so dass sich zwei Urtheile derselben Materie, von denen das eine unmittelbare, das andere mittelbare Gewissheit hat, contradictorisch entgegenstehen. Solche absolute Probleme können antithetische heissen. Die Lösung dieser Probleme fordert die Aufhebung des in ihnen enthaltenen Widerspruchs. Wir unterscheiden hierbei zwei Fälle. Entweder legt nämlich das eine von beiden Urtheilen, zufolge eines Schlusses, einem Subject A ein Prädicat B bei, das ihm das andere unmittelbar gewisse abspricht, oder aus einem giltigen Grunde A ergiebt sich mit Nothwendigkeit die Setzung einer Folge B, indess mit unmittelbarer Gewissheit das zweite Urtheil die Zulässigkeit dieser Setzung verneint.

Die wichtigsten Probleme der Philosophie sind antithetische. Die natürliche Weltansicht hält sich z. B. thatsächlich für überzeugt vom Daseyn

einer Vielheit unabhängig vom erkennenden Subject existirender Dinge; der philosophische Idealismus macht aber dagegen geltend, dass alles Wissen von diesen Dingen doch nur auf unseren Vorstellungen und Begriffen von ihnen beruht, und daher kein Grund vorhanden ist, ihnen ein vom denkenden Subject unabhängiges, selbständiges Seyn zuzugestehen. Ebenso stellt sich die Willensfreiheit des Menschen als eine nothwendige Bedingung seiner Sittlichkeit dar. Gleichwohl ist andererseits thatsächlich die menschliche Willensthätigkeit ein Glied in der Kette der natürlichen Ereignisse, deren Lauf nach nothwendigen Gesetzen erfolgt; es kommt also die Freiheit mit dieser Nothwendigkeit in Widerspruch. — Aber auch ausserhalb der Philosophie ergeben sich antithetische Probleme sehr häufig, wenn eine Thatsache mit einer allgemeinen Regel in Widerspruch geräth. Dass z. B. der Mond am Horizonte grösser erscheint als im Meridian, steht damit im Widerspruch, dass in der ersteren Stellung seine Entfernung vom Beobachter grösser ist als in der zweiten, er daher gerade umgekehrt etwas kleiner als im Meridian erscheinen sollte. Oder wenn ein mit der Queue gestossener Billardball statt nach allmählicher Verminderung seiner Geschwindigkeit still zu stehen, dann wieder eine Strecke zurückläuft und nun erst zum Stillstand kommt, so steht dies im Widerspruch mit der begründeten Ansicht, dass die Reibung die progressive Bewegung nur allmählich aufheben, dem Ball aber keinen Rückstoss ertheilen, er sich auch nicht von selbst zurückbewegen kann. Oder wenn der Doppelkegel die schiefe Ebene hinaufrollt, so finden wir dies im Widerspruch mit dem Bestreben jedes schweren Körpers tiefer zu sinken. — Alles, was uns als Ausnahme von einer für allgemein giltig gehaltenen Regel erscheint, führt zu einem antithetischen Problem, wobei immerhin die Regel oft nur einen subjectiven Grund haben mag. Fragt man z. B., warum Sonne und Mond sich zuweilen verfinstern, die oberen Planeten zuweilen rückläufig werden, der Witterungslauf zwischen den Wendekreisen regelmässig ist, so liegt den beiden ersten Fragen die richtige Annahme zu Grunde, dass alle Veränderungen in der Natur nach Gesetzen erfolgen, nie rein zufällig sind; die dritte Frage aber geht gerade umgekehrt von der Voraussetzung einer absoluten Gesetzlosigkeit des Witterungslaufs aus und erweist sich dadurch als eine verkehrte, auf der blossen Gewohnheitsansicht eines Bewohners der gemässigten Zone beruhende, statt deren nur die umgekehrte Frage: warum in den gemässigten Zonen der Witterungslauf so regellos erscheint, berechtigt ist.

§ 143.

Wenn zuvörderst aus den Prämissen: A ist M, alle M sind B, der Schluss: A ist B, gezogen wird, zugleich aber das Urtheil: A ist nicht B, feststeht, so kann

1) der Widerspruch nur ein scheinbarer (παράδοξον) seyn, indem B in den beiden entgegengesetzten Urtheilen nicht genau

ein und dasselbe ist. Der Widerspruch löst sich dann durch die Distinction der doppelten, B zukommenden Bedeutung, wobei die Begriffsverwechselung entweder durch die gemeinsame Bezeichnung von zwei verschiedenen Begriffen veranlasst wurde, oder beide B coordinirte Arten einer und derselben Gattung sind, deren Benennung in einem oder beiden Urtheilen der Benennung der Art substituirt worden war. In diesem Falle muss nun von der Prämisse: alle M sind B, zwar nicht die Form, wohl aber die Bedeutung durch Distinction verändert werden, indem statt der Gattung B nur eine Art derselben zu setzen ist.

Ist aber 2) eine solche Distinction nicht anwendbar, und der Schluss formell richtig, so nöthigt der Widerspruch zur Aufhebung einer seiner Prämissen. Es muss daher entweder der Untersatz: A ist M, ungiltig seyn, und an seine Stelle der Satz: A ist nicht M, treten, oder der allgemein bejahende Obersatz mit dem besonders verneinenden: einige M sind nicht B, vertauscht werden, neben welchem der besonders bejahende: einige M sind B, noch Giltigkeit hat, so dass beide vereinigt das disjunctive Urtheil: jedes M ist entweder B oder nicht B, geben, aus dem nun mittels des Untersatzes: A ist M, der Schlusssatz: A ist entweder B oder nicht B, folgt, der mit dem gewissen Satze: A ist nicht B, in keinem Widerspruche steht, da er B dem A nur bedingungsweise, nämlich für den Fall beilegt, dass das Urtheil: A ist nicht B, nicht gelte. — Der Widerspruch nöthigt also hier zu einer Begriffserweiterung (*amplificatio*), indem an die Stelle des Subjects vom ursprünglichen Obersatz: alle M sind B, ein Begriff von weiterem Umfange tritt, von dem der Umfang des vorigen nur ein Theil ist. Das Prädicat B ist nun nicht mehr ein wesentliches, sondern nur noch ein zufälliges Merkmal von M (§ 119), das zu dessen Inhaltsbestimmung nicht mehr nothwendig gehört.

Als Beispiel der Lösung eines Widerspruchs durch Distinction kann folgendes dienen. Jeder Körper, der seinen Ort stetig ändert, bewegt sich. Die Sonne ändert ihren Ort am Himmel stetig. Also bewegt sich die Sonne. Nun aber beweist die Astronomie, dass sie sich nicht bewegt. Dieser Widerspruch löst sich durch die Distinction der scheinbaren und wahren Bewegung. Ebenso wenn eine Kanonenkugel von Osten nach Westen geschossen wird und dieselbe Geschwindigkeit hat, mit der die Erde nach entgegengesetzter Richtung von

Westen nach Osten rotirt, so wird ein Beobachter im Monde sagen, dass sie sich nicht bewegt, indess der Erdbewohner ihre Bewegung behauptet. Diesen Widerspruch löst die Distinction der absoluten und relativen Bewegung.

Die Lösung des Widerspruchs durch Begriffserweiterung werden folgende Beispiele erläutern. Vor der Entdeckung der neuen Planeten zwischen Mars und Jupiter galt der Satz: alle Planeten bewegen sich innerhalb der Grenzen des Thierkreises. Nun ist Pallas ein Planet; also muss ihre Bahn innerhalb dieser Grenzen liegen. Sie überschreitet aber, vermöge der starken Neigung ihrer Bahn, diese Grenzen. Dieser Widerspruch des Thatsächlichen mit der aus einer allgemeinen Regel gezogenen Folge nöthigt nun, entweder den Begriff des Planeten zu erweitern und die Beschränkung ihrer Bahnen auf die Grenzen des Thierkreises als ein Merkmal zu betrachten, das nur einem Theil der Planeten zukommt, oder Pallas ist kein Planet, sondern nur ein planetenähnlicher Himmelskörper (Planetoid, Asteroid). — Ebenso galt ehemals der Satz: alle Metalle sind schwerer als Wasser. Kalium und Natrium wurden entdeckt und als Metalle anerkannt. Also müssten sie schwerer als Wasser seyn. Sie sind aber leichter als dieses. Also ist entweder nur ein Theil der Metalle schwerer als Wasser, oder Kalium und Natrium sind keine wahren Metalle. — Ferner: nach der gemeinen Vorstellung verstehen wir unter Wasser einen tropfbarflüssigen Körper. Ist nun Eis Wasser, so entsteht ein Widerspruch, der sich durch Erweiterung unseres Begriffs vom Wasser löst, indem wir die Flüssigkeit nicht mehr als ein wesentliches, sondern zufälliges Merkmal ansehen und flüssiges und gefrorenes (fest gewordenes) Wasser unterscheiden.

§ 144.

Sey zweitens der hypothetische Schluss gegeben: wenn A ist, so ist B; nun ist A; also ist B. Dagegen sey die wirkliche Folge von A etwas, was nicht B ist, ein *Non-B*. Wenn hier die Prämissen des Schlusses nicht unbedingt giltig sind, so löst sich sofort der Widerspruch durch Aufhebung der einen oder der anderen in ähnlicher Weise, wie im zweiten Theil des vorigen Paragraphs. Ist aber eine solche Authebung nicht zulässig, so kann nicht dasselbe A, welches die Setzung von B zur Folge hat, auch der Grund der Setzung eines *Non-B* seyn. Es muss daher einen von A verschiedenen Grund A' der Setzung des *Non-B* geben. Bestände nun A' unabhängig von A neben ihm, so führte dies auf zwei neue Widersprüche; denn es wäre dann *Non-B* gar nicht die Folge von A, sondern nur von A' (gegen die Voraussetzung, wonach es die wirkliche Folge von A seyn soll); sodann: es würde, weil A wirklich ist, nothwendig ausser *Non-B* auch B seyn müssen, indess doch

nach der Voraussetzung B nicht wirklich ist. Demnach ist A' in Verbindung mit A zu denken, um, mit diesem verbunden, das wirkliche *Non-B* und nicht B als Folge zu geben. Dies bedeutet nun so viel als: A' ist die Mitbedingung der Setzung von *Non-B*, zu der A die Grundbedingung, die, ohne Verbindung mit A', B zur Folge haben würde. Es ist nicht unbeachtet zu lassen, dass hierbei überall nur von einem *Non-B*, d. i. von einem dem B coordinirten, von diesem disjunctverschiedenen Begriffe die Rede ist. — Hiermit ist nun der Widerspruch gelöst; denn es ist nicht mehr dasselbe A, welches B und auch *Non-B* zur Folge hat, sondern das erstere kommt ihm ohne Verbindung mit A', das letztere in Verbindung mit diesem als Folge zu. Der Widerspruch löst sich also hier mittels einer Ergänzung (*integratio*) der gegebenen Bedingung A, als der vollständigen Bedingung der Setzung von B, aber der blossen Grundbedingung des gegebenen *Non-B*, durch eine Mitbedingung A', deren Mangel den Widerspruch erzeugt und daher als das Unbekannte des antithetischen Problems zu betrachten ist. Da diese ergänzende Mitbedingung in Verbindung mit der Grundbedingung gedacht werden muss, auf sie aber allein die Nothwendigkeit des Denkens führt, so kann diese Methode der Lösung gegebener Widersprüche auch als die durch nothwendige Synthesis *a priori* bezeichnet werden.

Es ist hiermit der von Herbart erfundenen und auf metaphysische Probleme angewendeten „Methode der Beziehungen" eine Stelle in der Logik angewiesen, die ihr zu gebühren scheint, und die bereits oben (§ 39) auf die Erörterung des Verhältnisses zwischen Grund und Folge angewendet worden ist. In der That ist sie wesentlich nichts Anderes als die Nachweisung des Wegs, den das Denken einzuschlagen hat, wenn die Folge nicht analytisch im Grunde enthalten ist. In diesem Falle ist der angebliche Grund mangelhaft, und dies verräth sich dadurch, dass die logische Folge aus ihm mit der gegebenen in Widerspruch steht. Ist nun die logische Einsicht, dass aus einem Grunde, der schlechthin Eins ist, eine Folge nicht hervorgehen kann, sondern diese stets eine verbundene Vielheit zur nothwendigen Voraussetzung hat, für die Lösung der höchsten philosophischen Probleme von grösster Wichtigkeit (indem z. B. dadurch die Lehre vom ἓν καὶ πᾶν ihre logische Widerlegung findet), so hat sie auch für nicht-philosophische Erkenntniss nicht geringere Bedeutung; ja es ist leicht nachweisbar, dass die exacte Forschung diese Ergänzungsmethode längst in Anwendung gebracht hatte, bevor Herbart sie *in abstrato* darstellte und ihre Nothwen-

digkeit nachwies. Wenn der gestossene Billardball sich erst vorwärts und dann eine Strecke wieder zurückbewegt, so hat die Verwunderung über diese Erscheinung für den Nachdenkenden nicht blos in ihrer Ungewöhnlichkeit, sondern zugleich darin ihren Sitz, dass weder die progressive Bewegung, die der Stoss dem Ball ertheilt, noch der Widerstand der Reibung, noch die Verbindung von beiden ein zulänglicher Erklärungsgrund ist. Es bedarf der Ergänzung dieses Grundes durch die rotatorische Bewegung, die ein steil gegen die Ebene des Billards geführter Stoss zugleich mit der progressiven dem Ball ertheilt. Ebenso, wenn der Doppelkegel die schiefe Ebene hinaufrollt, bedarf es der ergänzenden Nachweisung, dass dabei sein Schwerpunkt sinkt. Wenn ein bewegter Körper eine krumme Linie beschreibt, indess doch nach dem Gesetz der Trägheit nur eine gleichförmige geradlinige Bewegung begreiflich ist, so nöthigt dies zur Annahme einer stetig wirkenden von der geraden Linie ablenkenden Kraft. Wenn die Curve, welche ein geworfener Körper beschreibt, nicht eine Parabel ist, wie es aus der Verbindung des anfänglichen Stosses mit der Einwirkung der Schwere nothwendig folgt, so führt dies zur Annahme einer die parabolische Bahn modificirenden Kraft, die in dem Widerstande der Luft gefunden wird u. s. f. Die ganze Naturwissenschaft in ihrem allmählichen, aber sicheren Fortschritte giebt die reichhaltigsten Belege dafür, dass jederzeit die Widersprüche zwischen den nothwendigen Folgen einer aufgestellten Theorie mit den Thatsachen Antriebe zur Vervollständigung der Theorie durch ergänzende Erklärungsgründe geworden sind. Die Art und Verbindungsform dieser Gründe zu bestimmen, hängt aber immer von der Besonderheit des vorliegenden Problems ab.

§ 145.

Die Erweiterung der Erkenntniss durch Schlüsse von Bekanntem auf Unbekanntes findet ihre logische Grenze in den Bedingungen der Möglichkeit des Schliessens. Ueberall, wo die Prämissen unzureichend sind, ist der Schlusssatz nach Qualität oder Quantität oder nach beiden zugleich unbestimmt, d. i. es stehen sich immer verschiedene, gleich mögliche Formen gegenüber, von denen mithin jede nur problematische Geltung hat, also zweifelhaft ist. Allein die Unerträglichkeit des Zweifels an sich und das Verlangen nach seiner Entscheidung, so wie der Drang nach Vermehrung des Wissens, theils auf theoretischem theils auf praktischem Interesse beruhend, lässt das Denken noch nicht stehen bleiben, sondern treibt es an, da, wo zu einem gewissen Endurtheile die zureichenden Gründe nicht gegeben sind, nach Gründen zu suchen, aus denen sich die Annahme der vorzugsweisen Giltigkeit des

einen von zwei verschiedenen, aber gleich möglichen Urtheilen rechtfertigen lässt. Solche Gründe heissen Gründe der Wahrscheinlichkeit (*probabilitas*) eines Urtheils. Sie sind nicht Entscheidungsgründe, durch welche die Ungewissheit in Gewissheit umgewandelt werden kann, sondern Bestimmungsgründe für das denkende Subject, durch welche dieses bewogen wird, einem Urtheil vor einem anderen Geltung beizulegen. Die Wahrscheinlichkeit und ihr Gegentheil, die Unwahrscheinlichkeit, sind demnach als nähere, jedoch nur subjectiv giltige Artbestimmungen der Modalität des Problematischen anzusehen.

Zu wahrscheinlichen Urtheilen nöthigt theils die Wissbegierde, die entweder aus dem beunruhigenden Gemüthszustande des Zweifelns hervorgeht, oder zugleich in dem Werthe dessen, was zu wissen begehrt wird, aber nur unvollkommen bekannt ist, ihren positiven Grund hat, theils das praktische Bedürfniss, das äusserst häufig zum Zweck eines entschlossenen Handelns eine, wenn auch nur subjectiv giltige, Entscheidung dessen, was an sich unentschieden gelassen werden sollte, verlangt. Der Arzt, der unternehmende Geschäftsmann, der Feldherr, der Staatsmann sind meistens nur auf Wahrscheinlichkeit angewiesen; sie können nicht auf objectiv zureichende Entscheidungsgründe warten, weil zu oft bei ihrem Handeln Gefahr im Verzug ist.

Die Nothwendigkeit der streng logischen Resultate des Denkens ist nicht eine blos in dem Unvermögen des Subjects, nicht anders zu können, begründete, sondern durch die Beschaffenheit und Verhältnisse des Gedachten, d. i. der Objecte des Denkens bedingte, und hat daher objective Giltigkeit, die sich auch auf die Dinge jedenfalls soweit erstreckt, als überhaupt ihr Wesen und ihr Verhalten zu einander und zum erkennenden Subject durch Begriffe bestimmbar ist. Alles Wahrscheinliche dagegen hat nur subjective Giltigkeit, da hier die Beschaffenheit und Verhältnisse des Gedachten eine Unentschiedenheit übrig lassen, deren Beseitigung das Subject begehrt und nach Gründen, die nicht für das Gedachte, sondern nur für das denkende Subject Giltigkeit haben, versucht. Die weitere Entwickelung des Begriffs der Wahrscheinlichkeit wird übrigens zeigen, unter welchen Bedingungen sie als eine Annäherung zur Gewissheit betrachtet werden kann.

§ 146.

Alle Wahrscheinlichkeit beruht auf Schlüssen, deren Obersätze in Ermangelung der erforderlichen Allgemeinheit unzureichend sind, um daraus logisch gewisse Schlusssätze abzuleiten. Dieser Mangel wird nun durch die Grundsätze der Wahrscheinlich-

keit gehoben, welche bestimmen, unter welchen Umständen einem blos besonderen Obersatz die Geltung eines allgemeinen beigelegt werden darf. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder ist nämlich statt eines allgemeinen Obersatzes ein besonderes Urtheil, oder es sind zwei entgegengesetzte Urtheile von derselben Materie gegeben, deren jedes zum Obersatze gemacht werden kann, und zwischen denen also, wenn daraus ein Schluss gezogen werden soll, zu wählen ist. Aus der ersteren Voraussetzung entspringen die philosophischen, aus der zweiten die mathematischen Wahrscheinlichkeitsschlüsse. Die philosophische Wahrscheinlichkeit schliesst ferner entweder vom Besonderen auf das übergeordnete Allgemeine, oder vom Besonderen auf das beigeordnete Besondere. Im ersteren Falle ergeben sich die Wahrscheinlichkeitsschlüsse der unvollständigen Induction und Deduction, im anderen die der unvollständigen Analogie.

§ 147.

Nicht jeder Schluss, der sich der Induction bedient, ist ein blosser Wahrscheinlichkeitsschluss. Dies zeigt schon der inductive Beweis (§ 130). Denn wenn es gewiss ist, dass ein Prädicat P jedem einzelnen Glied des Umfangs eines Subjects S zukommt, so folgt mit Nothwendigkeit, dass es S selbst nach seinem ganzen Umfange zukommt. Der Schluss von allen einzelnen Theilen eines Begriffsumfangs auf das Ganze hat also apodiktische Gewissheit. Dasselbe gilt von der vollständigen oder strengen Induction (*inductio completa s. exacta*) als Erfindungsmethode, die sich von der Form des inductiven Beweises nur dadurch unterscheidet, dass hier nicht das Subject des Schlusssatzes S gegeben ist und von diesem durch Eintheilung in seinen Umfang herabgestiegen, sondern aus einer gegebener Begriffsreihe A, B, $C \dots N$ durch Abstraction von den Artunterschieden der einzelnen Glieder ihr gemeinsamer Gattungsbegriff S gefunden wird. Ist es nun entweder unmittelbar und thatsächlich, oder mittelbar durch anderweite Schlüsse gewiss, dass das Prädicat P jedem Gliede dieser Reihe (als Eigenschaft oder Folge seiner Setzung) zukommt, so lautet der Schluss:

Sowohl A als B, C, . . . und N sind P,
A, B, C . . . und N sind alle S,

---

also sind alle S . . P.

Dies ist ein Schluss in der dritten Figur, in welchem die Begriffsreihe A, B, C, . . . N als der Mittelbegriff anzusehen, der Schlusssatz aber nicht, wie sonst in der Regel, ein particulärer, sondern, weil die Begriffsreihe allen S äquipollent, ein allgemeiner ist (vgl. § 94, Anm. und § 99 Anm. 2.). Wenn aber durch diese Induction die Erkenntniss erweitert werden soll, so muss der Obersatz ein synthetisches Urtheil seyn; der Untersatz ist stets ein analytisches Urtheil.

Durch diesen Schluss gelangen wir zur Kenntniss der allgemeinen Eigenschaften gleichartiger, also unter demselben Gattungsbegriff stehender Objecte, z. B. dass alle älteren Planeten (Mercur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn) sich um ihre Axen drehen, alle früher bekannten Metalle (Gold, Silber, Eisen, Kupfer u. s. w.) schwerer als Wasser, gute Wärmeleiter, Elektricitätsleiter sind u. dgl. m. Die Erfahrung giebt hier die synthetischen Urtheile, die der Obersatz zusammenfasst, das Denken bildet den Untersatz.

Wenn Aristoteles die Induction der apodiktischen Beweisführung durch den Syllogismus entgegenstellt, indem er den Syllogismus als den Schluss vom Allgemeinen aufs Einzelne, die Induction dagegen als den Schluss vom Einzelnen aufs Allgemeine bezeichnet, und in demselben Sinne neuere Schriftsteller (z. B. Whewell, Mill, Apelt u. A.) Deduction und Induction einander gegenüberstellen, so ist dies zwar richtig, aber deshalb nicht die Induction eine eigenthümliche Art zu schliessen neben den syllogistischen Figuren (was auch Aristoteles selbst gar nicht behauptet), sondern, wie oben gezeigt, ein Schluss in der dritten Figur, den man auch, wegen der reinen Umkehrbarkeit des Untersatzes, auf die erste Figur zurückführen kann. Wenn aber gar manche jüngere Naturforscher in ihrem Enthusiasmus für die inductive Methode wähnen, der Syllogismus müsse in der Naturwissenschaft völlig antiquirt werden und der Induction ausschliesslich das Feld räumen, so ist dies eine Thorheit, die gerade durch die exacte Naturforschung, die erst in einer mathematischen deductiven Theorie der Erscheinungen ihren Abschluss findet, handgreiflich widerlegt wird. Aristoteles unterscheidet aber auch noch (*Analyt. poster.* II. *c.* 23) die Induction von dem Syllogismus dadurch, dass er sagt, letztere lege dem Unterbegriff mittels des Mittelbegriffs den Oberbegriff bei, jene, die Induction, dagegen den Oberbegriff mittels des Unterbegriffs dem Mittelbegriff, so dass dieser zum Subject des Schlusssatzes werde. Dies ist nun zwar insoweit richtig, als, wenn man den Schluss durch Induction mit einem Syllogismus in der ersten Figur, welcher dieselben Begriffe enthält,

vergleicht, die aristotelische Auffassung sich rechtfertigen lässt, aber sie ist doch mehr eine Paradoxie, die nur zu leicht die einfache Sachlage, anstatt sie aufzuklären, verwirrt und den Wahn erzeugt, als ob dem inductiven Schlusse ein eigenthümliches Princip zu Grunde läge, und hier ohne Mittelbegriff geschlossen würde, was doch keineswegs die Meinung des Aristoteles ist. Um dies an dem von ihm selbst gegebenen Beispiel zu erläutern, so schliesst die Induction:

der Mensch, das Pferd und der Maulesel sind langlebig,
dieselben sind (alle) Thiere, welche keine (? wenig) Galle haben,

---

also sind alle Thiere, welche keine Galle haben, langlebig;

der Syllogismus dagegen:

alle Thiere, welche keine Galle haben, sind langlebig,
der Mensch, das Pferd und der Maulesel haben keine Galle,

---

also sind der Mensch, das Pferd und der Maulesel langlebig.

Hier ist im Syllogismus langlebig der Oberbegriff; gallenlose Thiere der Mittelbegriff, und die Reihe Mensch, Pferd, Maulesel der Unterbegriff. Trägt man nun diese Bestimmungen auf den Inductionsschluss über, so kann man allerdings vergleichungsweise sagen, dass in ihm der Oberbegriff mittels des Unterbegriffs dem Mittelbegriff als Prädicat beigelegt werde. Aber daraus erhellt nicht im mindesten die Befugniss in solcher Weise einen Schluss zu ziehen, sondern nur daraus, dass man die Begriffsreihe als den Mittelbegriff und die gallenlosen Thiere als den Unterbegriff betrachtet.

§ 148.

Wenn in dem Schluss, der im vorigen Paragraph auf die vollständige Induction führte, der Untersatz aussagt, dass A, B, C, ... N nur einige S sind, so folgt nach der Regel der dritten Figur, dass auch nur einige S .. P sind. Die Folgerung *ad subalternantem* (§ 71) gestattet nun zwar, daraus noch weiter abzuleiten, dass möglicherweise auch alle S .. P seyn können; aber auch das Gegentheil, dass nur einige S .. P seyen, ist ebenso möglich. Stellt man aber den Grundsatz auf, dass, für jemehr Glieder des Umfangs von S es gewiss ist, dass ihnen das Prädicat P zukommt, um so weniger Grund vorhanden ist, anzunehmen, dass P nicht allen S zukomme, so erhält dadurch der allgemeine Schlusssatz: alle S sind P, um so mehr Wahrscheinlichkeit, für einen je grösseren Theil des Umfangs von S mit Gewissheit P Prädicat ist. Dieser Wahrscheinlichkeitsschluss von einem Theil des Umfangs von S auf das Ganze heisst die unvollständige

Induction (*inductio incompleta*). Dass dieser Schluss erst durch Verbindung mit dem Schlusse nach Analogie grössere Zuverlässigkeit gewinnt, wird später gezeigt werden. Unmittelbar einleuchtend ist aber schon hier, dass, wenn die „einigen *S*“ nicht Arten derselben Gattung, sondern Exemplare derselben Art bedeuten, sie also ihrem Begriffe nach identisch sind (§ 8), der Schluss von einigen, ja von einem einzigen *S* auf alle nicht mehr blos Wahrscheinlichkeit, sondern Gewissheit hat. Wo dies aber nicht der Fall ist, da genügt schon die Nachweisung, dass einem einzigen Gliede des, wenn auch noch so kleinen Restes des Umfangs von *S* das Prädicat *P* nicht zukomme, um die vermuthete Allgemeinheit des Schlusssatzes aufzuheben. Ein solcher widerlegender Fall heisst ein Einwand (*instantia*).

Im gemeinen Leben machen wir von diesem Wahrscheinlichkeitsschluss einen sehr ausgedehnten und oft sehr unbehutsamen Gebrauch. Die Beobachtung weniger Personen desselben Standes oder Volkes genügt uns schon, um daraus ein Urtheil über die Gesammtheit zu ziehen; ein kurzer Aufenthalt in einem fremden Lande, um über seine Eigenthümlichkeiten allgemeine Behauptungen aufzustellen. Vorurtheile, vorgefasste Meinungen der mannigfaltigsten Art sind das Product kecker Inductionen, die nicht nur von wenigen zutreffenden Fällen (wie z. B. die meisten Wetterregeln) auf alle schliessen, sondern obendrein die widerlegenden Instanzen unbeachtet lassen. — Doch nur der unwissenschaftliche Leichtsinn missbraucht in solcher Weise die unvollständige Induction, die, mit Vorsicht angewandt, der Erweiterung unserer Erkenntniss die grössten Dienste geleistet hat. Wenn von den drei Regeln, die Newton (*principia philos. natur. mathem. L.* III) für die Methodik der naturwissenschaftlichen Untersuchung aufstellt, die dritte lautet: *qualitates corporum, quae intendi et remitti nequeunt, quaeque corporibus omnibus competunt in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus corporum universorum habendae sunt*, so ist dies der Grundsatz der unvollständigen Induction. Er wendete ihn an, als er durch Pendelversuche, die er (*l. l. prop.* VI.) beschreibt, und die durch ausgedehntere und schärfere Versuche von Bessel bestätigt worden sind, gefunden hatte, dass die Schwere auf Gold, Silber, Blei, Glas, Sand, Salz, Holz, Wasser, Weizen vollkommen gleich wirkt, und hieraus schloss, dass sie auf alle irdischen Körper, unabhängig von ihrer qualitativen Verschiedenheit, in gleicher Weise wirke, und überhaupt alle allgemeinen physikalischen Eigenschaften der Körper durch denselben Schluss begründet fand. Auf Anwendung desselben Grundsatzes beruht die Annahme, dass die Gravitation, nachdem sie sich an den Planeten und deren Trabanten, an den Kometen und Doppelsternen als Erklärungsprincip ihrer Bewegungen bewährt hat, eine allgemeine Eigenschaft aller Himmelskörper sey.

Was die Schlussbemerkung des Paragraphs betrifft, so braucht blos daran erinnert zu werden, dass der Naturforscher, voraussetzend, dass die Natur bei der Hervorbringung von Individuen derselben Gattung und Art sich gleich bleibt und daher die Individuen als Exemplare betrachtet werden können, mit grosser Sicherheit aus der chemischen Zusammensetzung, der Krystallform, dem specifischen Gewicht einzelner Exemplare von Mineralien, aus dem Bau einzelner Exemplare von Pflanzen und Thieren, den Functionen ihrer Organe u. s. w. nach unvollständiger Induction auf die charakteristischen Eigenschaften der Arten, denen sie als Exemplare angehören, schliesst.

§ 149.

Wenn die Induction das Prädicat aller oder einiger Arten auf ihre gemeinsame Gattung überträgt, so schliesst dagegen die Analogie von dem Prädicat einer Art auf das einer ihr coordinirten Art. Auch dieser Schluss ist nicht unter allen Umständen ein blosser Wahrscheinlichkeitsschluss. — Sind zwei Begriffe A und B coordinirte Arten ihrer nächsthöheren Gattung G, so verhalten sie sich zu einander wie ihre Artunterschiede α und β und gehen durch Vertauschung derselben in einander über; denn A ist G determinirt durch α ($G\alpha$), B .. G determinirt durch β ($G\beta$). Kommt nun A ein Prädicat P (als Eigenschaft oder Folge) zu, so kommt es ihm zu, weil es entweder schon Prädicat seiner Gattung G ist; und dann kommt dasselbe Prädicat zugleich auch B zu. Oder es kommt ihm nur hinsichtlich seines Artunterschiedes α zu und ist dann nicht zugleich Prädicat von B. Oder endlich es kommt ihm theils in Bezug auf G, theils in Bezug auf α zu, so dass P ein durch den Artunterschied α modificirtes (determinirtes) Prädicat p der Gattung G ($P = p\alpha$) ist. In diesem letzten Falle muss nun auch B ein Prädicat Q zukommen, welches das durch den Artunterschied β modificirte Prädicat p der gemeinsamen Gattung G ($Q = p\beta$) ist und sich also zu P verhält wie β zu α, d. i. wie B zu A. Wegen dieser Gleichheit der Verhältnisse zwischen den gleichartigen Subjecten und ihren ebenfalls gleichartigen Prädicaten heissen nun die letzteren den ersteren analog, und der Schluss von den ersteren und dem Prädicat eines von beiden auf das des andern der Schluss nach strenger Analogie (*analogia exacta*).

Die logische Form desselben ist:

A hat das Prädicat P ($= p\,\alpha$), als Eigenschaft oder Folge,
B ist A mit Vertauschung von α mit β,

---

also hat B das Prädicat P mit Vertauschung von α mit β,
(d. i. $p\,\beta = Q$).

Die Mathematik macht von diesem Schluss den häufigsten Gebrauch. Die gemeine Regel-Detri ist das einfachste Beispiel seiner Anwendung. Einer Waare kommt ein Geldwerth zu, der sich theils nach ihrer Qualität (Gattung), theils nach ihrer Quantität (entsprechend dem Artunterschied) richtet. Ist derselbe nun bei einer gewissen Qualität für die Einheit der Quantität $= p$, daher für die Quantität $\alpha = \alpha p$, so folgt nach strenger Analogie, dass er für die Quantität $\beta = \beta p$ seyn wird. — Ist bewiesen, dass, wenn m eine ganze positive Zahl bedeutet,

$$(1 + x)^m = 1 + \frac{m}{1}\,x + \frac{m\,(m-1)}{1\;.\;2}\,x^2 + \frac{m\,(m-1)\,(m-2)}{1\;.\;2\;.\;3}\,x^3 + \ldots,$$

so folgt nach strenger Analogie, wenn auch n eine ganze positive Zahl bedeutet, durch Vertauschung von m mit $m + n$, dass

$$(1 + x)^{m+n} = 1 + \frac{(m+n)}{1}\,x + \frac{(m+n)\;(m+n-1)}{1\;.\;2}\,x^2 + \\ + \frac{(m+n)\;(m+n-1)\;(m+n-2)}{1\;.\;2\;.\;3}\,x^3 + \ldots$$

Denn m und $m + n$ stehen beide unter dem Gattungsbegriff der ganzen Zahl, und ihr Artunterschied ist nur quantitativ. Bedeutet dagegen n einen positiven echten Bruch, so folgt nicht, dass auch $(1 + x)^n$ auf analoge Weise durch eine Reihe darstellbar sey. Denn nach der Voraussetzung ist die Identität von $(1 + x)^m$ mit der entsprechenden Reihe nicht bewiesen, sofern m überhaupt eine positive Zahl, sondern nur sofern es eine positive ganze Zahl ist. — Ist ferner gezeigt, dass,

wenn $x^2 - a\,x = b$, $\qquad x = {}^1\!/_2\,a \pm \sqrt{b + {}^1\!/_4\,a^2}$ ist,

so folgt nach strenger Analogie, dass,

wenn $x^{2m} - a\,x^m = b$, $\qquad x^m = {}^1\!/_2\,a \pm \sqrt{b + {}^1\!/_4\,a^2}$ ist.

Ebenso, wenn gezeigt ist, dass aus den Gleichungen

$$a\,x + b\,y = c \quad \text{und} \quad a'x + b'y = c'$$

folgt
$$x = \frac{b'c - b\,c'}{a\,b' - a'b},$$

so folgt nach strenger Analogie durch Vertauschung von x mit y, a mit b und a' mit b', und umgekehrt von b mit a und b' mit a', dass

$$y = \frac{a'c - a\,c'}{a'b - a\,b'}.$$

Durch dieses auf der strengen Analogie beruhende Princip der Vertauschung erspart sich die Algebra und Analysis eine Menge unnöthiger Rechnungen. — Die Anwendung dieses Schlusses ist zwar an sich nicht auf die Mathematik

beschränkt, aber es fehlen anderwärts meistens die scharfen Bestimmungen der Begriffe und ihrer Beziehungen zu einander, wodurch der Schluss mehr als ein blosser Wahrscheinlichkeitsschluss ist. Das Verhältniss Gottes zu der Welt z. B. mag dem des Künstlers zu seinem Kunstwerk, das Verhältniss Gottes zu den Menschen dem des Vaters zu seinen Kindern analog gedacht werden; aber der specifische Unterschied zwischen dem menschlichen und dem göttlichen Künstler und Vater ist so gross und so wenig in scharfe Begriffe fassbar, dass mit untrüglicher Sicherheit von der Weise der menschlichen Kunstschöpfung und väterlichen Fürsorge und Obhut auf die göttliche keineswegs geschlossen werden kann, dass eine Erkenntniss des göttlichen Schaffens und Regierens daraus nicht fliesst.

§ 150.

Wenn ein Prädicat P (als Eigenschaft oder Folge) dem ersten von zwei gleichartigen Begriffen A und B zwar thatsächlich zukommt, der logische Zusammenhang desselben mit seinem Subject aber nur unvollständig bekannt und es daher ungewiss ist, ob dasselbe allein durch den Artunterschied, oder zugleich durch den Gattungsbegriff von A bedingt wird, so bleibt es zweifelhaft, ob P ausschliesslich dem A, oder zugleich auch B zukommt oder nicht, und im ersten Falle, ob es ihm unverändert oder modificirt zukommt. Wenn aber A ausser P eine ganze Reihe von Prädicaten $a, b, c, \dots n$, und, entsprechend einem Theil dieser Reihe, B eine Reihe ähnlicher (nur der Gattung nach gleicher) Prädicate $a', b', c' \dots k'$ hat, so kann der Grundsatz aufgestellt werden: je mehr solcher Prädicate B mit A gemein hat, um so wahrscheinlicher ist es, dass ihm auch in Bezug auf die übrigen ähnliche zukommen werden. Dies ist der Grundsatz des Schlusses nach unvollständiger, blos wahrscheinlicher Analogie (*analogia incompleta s. probabilis*). Man kann ihn mit dem der unvollständigen Induction (§ 148) zusammenfassen in den allgemeineren: was von vielen Theilen eines Ganzen gilt, gilt wahrscheinlich von allen. Bei der Induction sind diese Theile Theile des Umfangs eines Subjects; das, was von ihnen gilt, ist ihr gemeinsames Prädicat. Bei der Analogie ist das Ganze die Gesammtheit der Prädicate eines Subjects, das, was von einem Theil derselben gilt, die Aehnlichkeit mit den Prädicaten eines gleichartigen Subjects. Die Schlussform ist daher in beiden Fällen dieselbe. Nur sind in der Induction die

Theile des Ganzen disjuncte Begriffe, in der Analogie dagegen disparate.

Erde und Mars z. B. sind beide kugelförmige Körper, die von der Sonne erleuchtet und erwärmt werden, sie periodisch umkreisen, sich periodisch um ihre Axen drehen und daher Jahres- und Tageszeiten haben. Auch haben beide eine Atmosphäre, und die mit den Jahreszeiten sich ausdehnenden und zusammenziehenden weissen Flecken an den Polen des Mars deuten auf Schnee, mithin auf Wasser. Der Mars hat also einen Theil der Eigenschaften, durch welche auf der Erde die Vegetation bedingt ist. Ob auf ihm auch Humus vorhanden ist, der Pflanzen ernähren kann, ob Elektricität u. s. w., ob vor Allem Samen, die sich zu Pflanzen entwickeln können, wissen wir nicht. Weil aber auf ihm ein grosser Theil der Bedingungen der Vegetation gegeben ist, so dürfen wir wenigstens vermuthen, d. i. es für wahrscheinlich halten, dass auch die übrigen vorhanden seyn werden und, was eine Folge davon, dass sich auf der Oberfläche des Mars eine Vegetation vorfindet. Für den Mond dagegen würde diese Vermuthung, mindestens hinsichtlich der uns zugewandten Seite desselben, unstatthaft seyn; denn es fehlen hier entschieden Luft und Wasser.

§ 151.

Auf der strengen Analogie und, zum Theil, auf Verbindung derselben mit der Induction beruht der Begriff des Gesetzes oder der Regel, worunter die Eigenschaften einer Reihe gleichartiger Subjecte A_1, A_2, A_3, ... A_n (oder die successiven Eigenschaften eines und desselben sich verändernden Subjects) stehen. Sind nämlich jene Eigenschaften den Beschaffenheiten dieser Subjecte streng analog, stehen sie also zu den theils gemeinsamen theils eigenthümlichen Beschaffenheitsbestimmungen der ihnen entsprechenden Subjecte in einer und derselben Beziehung, sind sie in gleicher Weise durch sie bedingt, daher die Form ihrer Abhängigkeit von ihnen ein und dieselbe, so heisst diese identische Beziehung oder Form der Abhängigkeit das Gesetz der Reihe der Eigenschaften. Bezeichnet a die gemeinsamen, α_1, α_2, α_3, ... α_n aber die eigenthümlichen Beschaffenheitsbestimmungen, die den verschiedenen Subjecten (oder dem successiv sich verändernden einen Subject) zukommen, endlich y_1, y_2, y_3, ... y_n die den Beschaffenheiten entsprechenden Eigenschaften, so kann ihre strenge Analogie symbolisch ausgedrückt werden durch die Formeln

$$y_1 = f(a, \alpha_1), \quad y_2 = f(a, \alpha_2), \quad y_3 = f(a, \alpha_3), \; .... \; y_n = f(a, \alpha_n),$$

wo f die identische Form der Abhängigkeit bezeichnet, und durch die successive Vertauschung von α_1 mit α_2, $\alpha_3 \ldots \alpha_n$ und von y_1 mit y_2, $y_3 \ldots y_n$ aus der ersten Formel alle übrigen sich ergeben. Das gemeinsame Gesetz lässt sich daher auch darstellen durch die einzige Formel

$$y_x = f(a, \alpha_x),$$

da, wenn man x successiv die Werthe 1, 2, 3, ... n beilegt, alle vorstehenden einzelnen Formeln der Reihe nach sich ergeben. Ist nun diese strenge Analogie durch Vergleichung der gegebenen Beschaffenheiten der Subjecte mit den gleichfalls gegebenen Eigenschaften derselben gefunden, so beruht das Gesetz auf Induction. Diese ist vollständig, und das Gesetz gilt mit voller Gewissheit, wenn die Nachweisung der strengen Analogie für die ganze Reihe geführt ist. Ist sie aber nur für einen Theil derselben nachgewiesen, also die Induction unvollständig, so hat das Gesetz für die übrigen Glieder der Reihe nur wahrscheinliche Geltung. Dasselbe findet statt, wenn die für alle oder einige Theile nachgewiesene Analogie keine strenge, sondern nur wahrscheinliche ist.

1. Das Gesetz ist ein Begriff von concreter Allgemeinheit (§ 19 Anm.), d. i. es stellt nicht blos eine gemeinsame Eigenschaft einer Reihe von Objecten des Denkens oder logischen Subjecten dar, sondern eine nach den besonderen Beschaffenheiten derselben sich modificirende Eigenschaft, daher eine Reihe von Eigenschaften, deren Gemeinsames aber die identische Beziehung zwischen ihren Besonderheiten und denen der Subjecte ist, welchen sie zukommen. Sind die Unterschiede der Beschaffenheiten, daher auch der ihnen entsprechenden Eigenschaften nur quantitativ, so ist der allgemeine Ausdruck eines Gesetzes die mathematische Function, deren einfachste Form $y = f(a, x)$ darstellt, dass mit der Verschiedenheit der Werthe von x, bei sich gleichbleibendem Werthe von a, zwar auch y verschiedene Werthe hat, die Beziehung derselben aber zu dem constanten a und den veränderlichen Werthen von x immer eine und dieselbe ist. Der allgemeine Begriff eines Gesetzes ist daher nur der auch auf qualitative Unterschiede ausgedehnte, und somit erweiterte Begriff einer Function, wie dies auch schon die obige Bezeichnung andeutet. Jedes mathematische Gesetz, sey es rein mathematisch oder mathematisch-naturwissenschaftlich, stellt in bestimmter Form die Abhängigkeit einer veränderlichen Grösse (einer Reihe von Werthen, die eine und dieselbe Grösse successiv annehmen kann) von einer andern veränderlichen Grösse dar; so z. B. die Formel

$$m_n = \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\ldots n}.$$

die Form der Abhängigkeit aller Binomialcoëfficienten der *m*ten Potenz von ihrer Stellenzahl (*n*). Ebenso wenn nach Mariotte's Gesetz das Volumen einer zusammengedrückten Luftmasse der zusammendrückenden Kraft umgekehrt, nach dem Brechungsgesetz der Lichtstrahlen der Sinus des Brechungswinkels dem Sinus des Einfallswinkels direct proportional ist, nach Kepler's Gesetzen die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten sich wie die Cubi ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne verhalten, die von den Vectoren der Planeten beschriebenen Flächenräume den zugehörigen Zeiten proportional sind und die Vectoren selbst mit ihren zugehörigen Anomalien in dem Zusammenhange stehen, den die Gleichung der Ellipse ausdrückt, so zeigt sich überall eine gemeinsame constante Beziehung zwischen den zusammengehörigen Werthen zweier veränderlicher Grössen. — Als Beispiel eines Gesetzes, bei dem nicht quantitative, sondern nur qualitative Unterschiede in Betracht kommen, kann Jakob Grimm's Gesetz der Lautverschiebung in den germanischen Sprachen dienen. Es besteht bekanntlich darin, dass von den stummen Consonanten (*Mutae*) die ursprünglichen *Tenues* (*p*, *k*, *t*) allmählich in die entsprechenden *Aspiratae* (*f*, *ch*, *th*), die ursprünglichen *Mediae* (*b*, *g*, *d*) in die *Tenues*, die ursprünglichen *Aspiratae* in die *Mediae* übergegangen sind. Die Veränderungen sind hier qualitative, aber in allen einzelnen Fällen einander streng analog. Denn setzt man die einander entsprechenden *Tenues*, *Mediae* und *Aspiratae* in dieser Ordnung und gleichen Abständen auf den Umfang eines Kreises, so steht jeder Buchstabe zu dem ihm nächst vorhergehenden in der Beziehung des Ursprünglichen zu dem daraus Gewordenen. Oder, was dasselbe: dreht man den Kreis im Sinne der angegebenen Ordnung um 120 Grad, so vertauscht jeder Buchstabe seine Stelle mit der, welche der ihm nächstfolgende zuvor einnahm, und zeigt, an dessen Stelle tretend, das an, was aus ihm geworden ist. Und in dieser Gleichheit der Beziehungen besteht eben das Gesetz.

2. Wenn ein Gesetz nur für einen Theil einer Reihe mannigfaltiger oder veränderlicher Objecte nachgewiesen ist, so beruht es zwar für diesen Theil auf vollständiger Induction und hat daher für denselben volle Gewissheit. Wird aber angenommen, dass es auch für den Rest der Reihe gelte, so hat diese Annahme nur Wahrscheinlichkeit, und die Induction ist in Bezug auf die ganze Reihe nur unvollständig. Das auf diese ausgedehnte Gesetz bedarf daher dann erst noch der Bestätigung. Bemerkenswerth ist die Methode, nach welcher die Mathematik in vielen Fällen das durch unvollständige Induction gefundene Gesetz einer Reihe zu verificiren weiss. Sie besteht wesentlich darin, dass die strenge Analogie zwischen dem durch unvollständige Induction gefundenen *n*ten Gliede der Reihe und dem nächstfolgenden $(n+1)$ten aus der bekannten Form der Abhängigkeit jedes Gliedes der Reihe von dem ihm nächst vorangehenden bewiesen wird. (Das Ausführliche hierüber im Anhange III, 3). Bei blos empirischen, durch unvollständige Analogie gefundenen Gesetzen ist, wofern sie sich nicht weiter aus Erklärungsgründen deduciren lassen (wovon der folgende Paragraph handeln wird) ihre Veri-

fication nur durch prüfende Beobachtungen und Versuche an den noch nicht untersuchten Gliedern der Reihe möglich. Als z. B. Kepler fand, dass durch sein erstes und zweites Gesetz alle von Tycho beobachteten Marspositionen sich genau darstellen liessen, so war dies so weit eine vollständige Induction. Er konnte aber, streng genommen, daraus nur mit Wahrscheinlichkeit folgern, dass jene Gesetze auch für die nicht beobachteten Zwischenörter des Mars giltig seyen. Noch weniger war die Giltigkeit dieser Gesetze für die übrigen Planeten mehr, als eine blos wahrscheinliche Analogie, so lange dieselben nicht durch ebenso vollständige und genaue Beobachtungen, wie die Tychonischen für den Mars, verificirt waren. Ebenso war zwar sein drittes Gesetz durch vollständige Induction begründet und stellte genau den Zusammenhang der Umlaufszeiten der damals bekannten Planeten mit ihren mittleren Entfernungen von der Sonne dar. Wenn dasselbe aber nicht sammt den beiden anderen durch Newton als ein allgemeingiltiges deducirt worden wäre, so hätte nach der Entdeckung des Uranus nur mit Wahrscheinlichkeit auf die Giltigkeit dieses Gesetzes auch für diesen Planeten geschlossen werden können.

3. Der inductive Charakter eines empirischen Gesetzes hängt nicht von den Mitteln ab, durch welche es gefunden worden ist. Alle drei Keplerische Gesetze gelten für inductive. Aber die ersten zwei fand ihr Entdecker erst, nachdem er sich durch lange und mühsame Rechnungen überzeugt hatte, dass es unmöglich sey, die beobachteten Marsörter durch excentrische Kreise und gleichförmige Bewegungen darzustellen, und die Ellipse war die letzte glückliche Rechnungshypothese, die völlig befriedigende Resultate gab. Zur Entdeckung seines dritten Gesetzes führte ihn zunächst die Voraussetzung einer durchgängigen Harmonie im Planetensystem, die ihm zu einer langen Reihe von Rechnungsversuchen den Muth gab und endlich durch den glücklichen Einfall, die Potenzen der mittleren Entfernungen und siderischen Umlaufszeiten zu vergleichen, mit einem glänzenden Erfolg belohnt wurde. Mag also das Gesetz durch methodisches Suchen, oder durch tappende Versuche, oder einen genialen Aperçü gefunden seyn, so bleibt es ein inductives, wofern es nur mit den Datis übereinstimmt und diese zum Ausgangspunkt des Suchens hat. Die Mathematik giebt nun zwar Mittel an die Hand, überall da, wo messbare Data vorliegen, das tatonnirende Suchen nach dem Gesetz durch ein methodisches Verfahren zu ersetzen. Hierher gehören zunächst die graphischen Darstellungen durch Curven, deren Coordinaten den zusammengehörigen Zahlwerthen gemessener Veränderungen entsprechen, z. B. die magnetischen und thermometrischen Curven, die Mortalitätscurve u. a. Solche Curven geben jedoch nicht ein in Begriffe gefasstes Gesetz, sondern nur eine anschauliche Vorstellung von der Mannigfaltigkeit, deren Einheit das Gesetz nachweisen soll; sie formuliren nur bestimmter die Aufgabe, deren Lösung das Gesetz ist. Methodisch scheinen nun zu dieser Lösung allerdings die Interpolationsormeln zu führen. Diese lösen nämlich die Aufgabe: die allgemeine Beziehung zwischen zwei veränderlichen Grössen x und y zu finden, von welchen

bekannt ist, dass, wenn die erstere die bestimmten Werthe $x_1, x_2, x_3, \dots x_n$ annimmt, der zweiten der Reihe nach die bestimmten Werthe $y_1, y_2, y_3, \dots y_n$ zukommen. Sofern nun die Formel diese Werthe genau darstellt, bringt sie dieselben zwar in einen gesetzlichen Zusammenhang, aber sowohl für die zwischen $x_1, x_2, \dots x_n$, als für die ausserhalb der Grenzen dieser Reihe liegenden Werthe von x hat sie nur wahrscheinliche Giltigkeit. Der gesetzliche Zusammenhang, den die Formel darstellt, ist aber überdies auch insofern nur ein gemachter, als die Form der Function, nach welcher y von x abhängt, der freien Wahl überlassen bleibt. (Lagrange's Formel setzt z. B. die Form einer algebraischen ganzen Function voraus.) Welche Form für eine gegebene Reihe zusammengehöriger Werthe die angemessenste ist, lässt sich nicht im voraus bestimmen, sondern oft nur errathen. Die unangemessene Form giebt sich aber immer durch die Abweichungen der nach der Formel berechneten Werthe von denjenigen zu erkennen, welche die Beobachtung zwischen oder ausserhalb der der Formel zu Grunde gelegten giebt. Wie sehr die Unsicherheit über die Form der Function die Auffindung des wahren Gesetzes erschwert, zeigen z. B. die Bemühungen, für die Sterblichkeitscurve, für die Ausdehnung der Wasserdämpfe durch die Wärme u. s. w. anschliessende Formeln zu finden. Wenn aber Apelt (die Theorie der Induction S. 192 ff.) durch Combination von Lagrange's Interpolationsformel mit der Maclaurinschen Reihe eine allgemeine Methode angiebt, die Form der Function zu finden, so ist dieselbe nur in den verhältnissmässig seltenen Fällen von Nutzen, wo die Form der gesuchten Function so einfach ist, dass aus den Werthen ihrer Differentialquotienten für $x = 0$ sich erkennen lässt, zu welcher Function sie gehören.

§ 152.

Nicht aber blos durch Induction, sondern auch durch Deduction kann das Gesetz einer Reihe empirischer Data gefunden werden; dann nämlich, wenn aus einer hypothetisch angenommenen Voraussetzung sich als nothwendige Folge eine allgemeine Beziehung ergiebt, deren besondere Fälle der Reihe der empirischen Data genau entsprechen. Diese abgeleitete Beziehung ist dann das Gesetz, und ihre Voraussetzung der Erklärungsgrund der Data. Der letztere heisst eine blosse Hypothese, so lange nicht das wirkliche Vorhandenseyn der vorausgesetzten Bedingungen direct oder indirect nachweisbar ist; wenn dies aber der Fall, der Realgrund oder die wahre Ursache (*causa vera et sufficiens*) der dadurch erklärten Data. Zur Feststellung des Gesetzes reicht aber schon die blosse Hypothese aus, wofern nur die aus ihr abgeleitete allgemeine Beziehung mit allen Datis genau überein-

stimmt. In diesem Falle ist die Hypothese, obgleich keine Thatsache, doch, vermöge ihrer Folgen, ein giltiger Begriff. Wenn sie aber nur einen Theil der Data genügend zu erklären vermag und daher nicht zu einem völlig allgemein giltigen Gesetz führt, so hat sie nur mehr oder weniger Wahrscheinlichkeit. Man kann dies eine unvollständige Deduction nennen. — Wenn aber auch ein Gesetz durch Induction gefunden ist, so bedarf es immer noch der Deduction desselben aus einem Erklärungsgrunde; denn ohne diesen bleibt die Einheit, in welche das Gesetz ein Mannigfaltiges zusammenfasst, immer nur eine unbegriffene blinde Thatsache.

Die Gesetze des Falls der Körper, wonach die durch den Fall erlangten Endgeschwindigkeiten den einfachen Fallzeiten, die durchlaufenen Räume aber den Quadraten dieser Zeiten proportional sind, fand Galilei nicht durch Induction (*a posteriori*), nicht aus den von ihm erst hinterher angestellten messenden Versuchen über die Bewegung von Kugeln, die auf schiefen Ebenen herabrollen, sondern durch Deduction (*a priori*). Denn er ging von der Vorstellung aus, dass die Schwere in jedem unendlichkleinen Zeittheil den Körpern einen unendlichkleinen Bewegungsimpuls und zufolge dessen eine unendlichkleine Geschwindigkeit ertheile, die aber durch alle nachfolgende Zeittheile fortdauere. Durch Summation dieser successiv mitgetheilten Geschwindigkeiten ergiebt sich dann das erste Gesetz, woraus vermöge der Abhängigkeit der Geschwindigkeit von Zeit und Raum das zweite leicht folgt. Die Bedeutung von mathematischen Naturgesetzen erhielten nun diese abgeleiteten Proportionen allerdings erst durch die nachfolgenden sie bestätigenden Versuche; aber seine Vorstellungsweise von der Wirkungsart der Schwere auf die Körper nennt Galilei selbst nur eine Hypothese. — Newton, diese Vorstellungsweise von der Wirkungsart der Schwere adoptirend, begnügte sich, wie wir sahen (§ 141 Anm. 3), nicht mit der blos hypothetischen Annahme der Gravitation der Himmelskörper gegen einander, sondern zeigte ihre Identität mit der thatsächlich auf der Erde vorhandenen Schwere und ihren nach Galilei hier giltigen Gesetzen; er unterschied aber sehr scharf das von ihm für alle Zeiten gesicherte Gesetz der Gravitation von ihrer physischen Ursache und schliesst sein unsterbliches Werk mit dem Bekenntniss: *causam harum gravitatis proprietatum ex phaenomenis nondum potui deducere, et hypotheses non fingo.* Die heutige physische Astronomie und Physik aber hat, zufrieden mit dem sicheren Besitz des Gesetzes, das Suchen nach der physischen Ursache desselben ganz aufgegeben, welche indess immerhin mindestens ein naturphilosophisches Problem bleibt. Newton hat anderwärts (in einem Briefe an Bentley; s. Poggendorff's Annalen der Physik, Bd. 88, S. 567, vgl. Mill's inductive Logik,[1] deutsch von Schiel, S. 576) unumwunden erklärt,

dass er die Annahme, ein Körper könne auf einen andern durch den leeren Raum ohne jegliche Vermittelung wirken, für durchaus ungereimt halte, daher die Gravitation durch ein beständig nach gewissen Gesetzen wirkendes Agens erzeugt werden müsse. Er sieht demnach diese Wirkung in die Ferne, wie überhaupt die ganze Vorstellung von der Wirkungsweise der Kräfte, für eine blosse mathematische Fiction, für blosse Hilfsbegriffe an, die aber zur Auffindung von Naturgesetzen dienlich sind (*Mathematicus duntaxat est hic conceptus. Nam virium causas et sedes non expendo*). Aber auch dies entgeht seinem streng logisch geschulten Denken nicht, dass selbst dann, wenn die nothwendige Folge einer Voraussetzung mit einer gegebenen Thatsache vollkommen übereinstimmt, und sogar überdies die Voraussetzung keine blosse Gedankenfiction sondern etwas Wirkliches ist, damit noch nicht der einzig mögliche Erklärungsgrund der Thatsache gefunden ist. Unter mehreren zureichenden Erklärungsweisen entscheidet er sich aber für die aus der geringsten Anzahl von Bedingungen (*natura enim simplex est et rerum causis superfluis non luxuriat*). — Auch das Copernicanische System war, so gut wie das Ptolemäische, ursprünglich nur eine Hypothese, die allein den Vorzug der Erklärung der Phänomene durch einfachere Mittel besass. Kepler's bahnbrechendes Werk *de stella Martis* bewies nun freilich, dass dieser Planet eine Ellipse um die Sonne beschreiben müsse; Galilei's Entdeckung der Mondphasen der Venus bewies, dass auch diese, daher auch nach Analogie Mercur die Sonne umkreise, und desselben Entdeckung der Jupiterstrabanten zeigte ein Abbild des Copernicanischen Systems im Kleinen, denn das blos Denkbare und Wahrscheinliche erschien hier verwirklicht („das Unzulängliche, hier ist's Ereigniss“); die durch Newton erwiesene Massenanziehung der Himmelskörper endlich zeigte die gänzliche Unhaltbarkeit und Ungereimtheit des Ptolemäischen Systems; aber eine thatsächliche und directe Bestätigung der doppelten Bewegung der Erde ward doch erst durch die Aberration der Fixsterne und die östliche Abweichung der fallenden Körper von der Lothlinie, sowie neuerdings durch Foucault's bekannte Pendelversuche gefunden. — Die Undulationen des Aethers sind zu einem vollkommen befriedigenden Erklärungsgrund aller optischen Erscheinungen geworden; aber eine *causa vera* ist der Aether noch nicht. Denn selbst der Widerstand, den der Encke'sche Komet in seinem Umlauf um die Sonne von ihm zu erfahren scheint, ist noch kein vollkommen constatirtes Factum. So lange aber die Undulationstheorie noch nicht alle Phänomene des Lichts und ihre empirischen Gesetze genauer und einfacher zu erklären vermochte als die Emissionstheorie, war sie so gut wie diese eine blos wahrscheinliche Hypothese. Wo sich die Folgen von zwei entgegengesetzten Hypothesen nicht mathematisch entwickeln lassen, wie z. B. bei der Franklinschen und Symmerschen über die Natur der Elektricität, oder bei der neptunistischen und plutonistischen Hypothese über die Ursachen der Bildung der Erdoberfläche, da ist auch der endliche Sieg der einen über die andere doch immer nur der der grösseren Wahrscheinlichkeit über die geringere.

Dass erst durch die Deduction eine Theorie (§ 135) ihre Vollendung erhält, belegt Newton's Gravitationslehre in ihrem Verhältniss zu Kepler's Gesetzen, die heutige Undulationstheorie gegenüber den empirischen Gesetzen der Fortpflanzung, Zurückwerfung, Brechung, Beugung, Polarisation des Lichts, ja die ganze mathematische Physik in ihrem Verhältniss zur experimentalen. Dies sollten diejenigen wohl bedenken, die die Induction über alles richtige Maass hinaus preisen, als ob sie allein das *A* und das *O* aller Naturwissenschaft wäre. Sie ist in der That nur das erstere.

§ 153.

Wo zur Auffindung des Erklärungsgrundes die analytische Methode nicht anwendbar ist (vgl. § 141), da leisten sehr oft Analogie und Induction wichtige Dienste. Wenn nämlich die zu erklärenden Data anderen Datis ähnlich sind, deren Erklärungsgrund bekannt ist, so kann man nach Analogie mit Wahrscheinlichkeit schliessen, dass jene einen ähnlichen Erklärungsgrund haben werden. Diese Wahrscheinlichkeit wird durch Induction verstärkt, wenn von mehreren Gruppen von Datis, die der gegebenen ähnlich sind, es bereits gewiss ist, dass sie ähnliche Erklärungsgründe haben. — Ebenso kann man auch umgekehrt aus dem Vorhandenseyn ähnlicher Bedingungen auf dasjenige ähnlicher Folgen mit Wahrscheinlichkeit schliessen. — Dagegen ist der Schluss von der Unähnlichkeit der Data auf die Unähnlichkeit ihrer Erklärungsgründe ein sehr unsicherer; denn ein und dieselbe Grundbedingung kann sich mit disparaten Mitbedingungen verbinden und dadurch auch disparate Folgen haben.

Eine einfache geometrische Betrachtung lehrt, dass eine Kugel, die sich in einem dunkeln Raume im Kreise bewegt und von einer ausserhalb des Kreises stehenden Kerze beleuchtet wird, vom Mittelpunkte des Kreises aus gesehen successiv dieselben Lichtgestalten zeigt, die wir als Phasen des Mondes beobachten. Da dieser uns nun als Kreisscheibe erscheint, die ganz wohl nur Schein, und in Wahrheit eine Kugel seyn kann, so schliessen wir nach Analogie, dass der Mond wirklich eine Kugel ist und sein Lichtwechsel von der Beleuchtung desselben durch die Sonne und seinem Umlauf um die Erde herrührt. Hätte jedoch die Mondscheibe keine Flecken von sich gleichbleibender Gestalt und Lage, an denen wir erkennen, dass die Mondkugel uns immer dieselbe Seite zuwendet, so würde auch ein andrer Erklärungsgrund genügen, nämlich der, dass die eine Hälfte der Mondkugel selbstleuchtend, die andre dunkel sey, die Ebene des Grenzkreises zwischen beiden Hälften aber sich während des Umlaufs des Mondes um die Erde stets parallel bleibe, und

darum periodisch die helle Hälfte bald ganz, bald nur theilweise als Sichel oder Meniscus, bald gar nicht sichtbar werde. — Auf demselben Analogieschluss beruht der Nachweis, dass die Mondkugel Berge hat, da wir auf ihrer Oberfläche neben lichten Kreisen und Ringen nach der von der Sonne abgewandten Seite derselben dunkle Strecken beobachten, die mit dem berechneten Stand der Sonne über den Horizonten dieser Orte genau so ab- und zunehmen wie die Schatten unserer Berge beim Steigen und Sinken der Sonne. — Auf demselben Schluss beruht die Deutung der periodisch sich ausdehnenden und zusammenziehenden weissen Flecken an den Polen des Mars als Schneefelder u. dgl. m. — Durch Analogie ward Franklin zuerst auf die Vermuthung geführt, dass der Blitz ein elektrischer Funke sey, die hinterher der bekannte Versuch mit dem elektrischen Drachen bestätigte, und ohne Zweifel war es nicht weniger die Analogie zwischen den Phänomenen des Lichts und des Schalls, die zuerst Huyghens auf den Gedanken einer Wellenbewegung des Aethers leitete. — Wenn ferner jeder Mensch weiss, dass er durch Sprache, Geberden, Bewegungen seinen Gedanken, Gefühlen, Wollungen Ausdruck zu geben strebt, so schliesst er nach Analogie, dass auch der Sprache, den Geberden und Bewegungen andrer Menschen ähnliche Seelenzustände zu Grunde liegen. Ebenso schliessen wir aus den äusseren Kennzeichen der Empfindung, Intelligenz und Willkür, die wir an den Thieren beobachten, auf die Beseelung derselben. — Wenn ferner der Physiolog durch Versuche an Fröschen, Tauben oder Kaninchen nachweist, dass mit der Zerstörung ihres grossen Gehirns die Kennzeichen des Empfindens, Vorstellens und Wollens verschwinden, bei unverletztem kleinen Gehirn aber die Regelmässigkeit ihrer Bewegungen fortdauert, diese andererseits mit der Zerstörung des letzteren aufhört, indess bei unverletzt bleibendem grossen Gehirn auch die Kennzeichen der Empfindung, Vorstellung und des Willens bleiben; so schliesst er daraus nicht nur in aller Strenge, dass das grosse und kleine Gehirn die somatischen Bedingungen (*conditio sine qua non*) resp. der Empfindung, Intelligenz, des Wollens und der regelmässigen Bewegungen dieser Thiere sind, sondern er schliesst auch, dass diese Organe für den Menschen die analoge Bedeutung haben. Und die Wahrscheinlichkeit dieser Analogie würde, auch wenn ihr nicht directe pathologische Beobachtungen an dem Menschen zu Hilfe kämen, schon durch die Induction sehr verstärkt werden, die an einer ganzen Reihe von Thiergattungen diese Bedeutung der Gehirntheile nachweist.

Der Analogieschluss von ähnlichen oder in ähnlicher Weise wiederkehrenden Bedingungen auf ähnliche Folgen ist der, auf dem unsere Erwartung künftiger Ereignisse beruht, und wonach wir manche Ereignisse als Vorzeichen anderer ihnen nachfolgender ansehen. Hierbei kann nun der Zusammenhang der Ereignisse, auf welche der Analogieschluss fusst, entweder nur durch vergleichende Beobachtungen und unvollständige Induction gefunden seyn, und dann ist der Satz, von dem der Schluss ausgeht, kein streng allgemeiner, noch weniger ein nothwendiger; so z. B. wenn wir sagen: auf einen heissen Sommer folgt häufig ein kalter Winter, auf Südwestwind

13*

Regen, auf den Mondwechsel Wetteränderung. Hier hat das Eintreffen des erwarteten Ereignisses immer nur Wahrscheinlichkeit und oft eine sehr schwache. Oder der Zusammenhang der Ereignisse ist als ein nothwendiger erkannt, das zeitlich vorangehende als die Hauptbedingung, vielleicht sogar als der zureichende Grund des nachfolgenden. Dann sind wir berechtigt, entweder mit Gewissheit oder doch (bei zweifelhaftem Vorhandenseyn einer oder der andern Mitbedingung) mit grosser Wahrscheinlichkeit das Kommende zu erwarten, wie z. B. den Donner nach dem Blitz, die Fluth nach der Culmination des Mondes, nach einem Gewitterregen (vermöge der Verdunstung) Abkühlung der Luft.

Newton's Grundsatz (*Reg.* II): *effectuum naturalium ejusdem generis eaedem sunt causae*, hebt nur die gemeinsame Grundbedingung gleichartiger Veränderungen hervor, zu der aber noch modificirende Mitbedingungen kommen müssen, so dass streng genommen die Erklärungsgründe solcher Veränderungen nur einander ähnlich sind.

Dass von unähnlichen Phänomenen durchaus nicht allgemein auf unähnliche Erklärungsgründe geschlossen werden kann, erläutert folgendes von Liebig entlehnte Beispiel. Das Rosten des Eisens an der Luft, die Verkalkung der unedeln Metalle im Feuer, das Verbrennen einer Kerze in der Flamme, die Salpeter- und Essigbildung, der Respirationsprocess, das Bleichen der Farben, das Verwesen der organischen Stoffe sind sehr ungleichartige Phänomene; und doch haben sie sämmtlich zum Erklärungsgrund Sauerstoffverbindungen.

§ 154.

Die philosophische Wahrscheinlichkeit der unvollständigen Induction, Deduction und Analogie zieht zwar aus unvollständigen Gründen Folgen, setzt aber voraus, dass keine Gegengründe vorliegen. Die mathematische Wahrscheinlichkeit dagegen beruht gerade umgekehrt auf dieser Voraussetzung. Ist nämlich mit dem besonders bejahenden hypothetischen Urtheil: in einigen Fällen, in denen A ist, ist B, zugleich das besonders verneinende gegeben: in allen übrigen Fällen ist nicht B, sondern C, so ist es zweifelhaft, ob in einem wirklich eintretenden einzelnen Falle, in dem A ist, B oder $Non\text{-}B{=}C$ die Folge seyn wird; denn es bleibt unbestimmt, ob dieser Fall dem ersten oder zweiten Urtheil als Obersatz untergeordnet werden soll. Sind nun aber alle Fälle, in denen überhaupt A seyn kann, vollständig bekannt, und alle gleich möglich, die Setzung von keinem einzelnen bedingter als die jedes anderen, so dass alle auf derselben Stufe der Abhängigkeit stehen (§ 38); ist ferner sowohl die Zahl der Fälle (m),

in denen B, als die Zahl derer, in welchen *Non-B*$=C$ folgt, (n) bekannt, so ist, wenn diese Zahlen ungleich sind, überwiegender Grund vorhanden, den einzelnen Fall demjenigen der beiden entgegengesetzten Urtheile unterzuordnen, das die Mehrzahl der Fälle zu seiner Voraussetzung hat, und somit diesem die Geltung eines allgemeinen Obersatzes beizulegen. Ist also $m > n$, so ist es wahrscheinlich, dass in dem einzelnen Falle, wo A ist, B die Folge seyn wird, ist aber $m < n$, so ist *Non-B*$=C$ die wahrscheinliche Folge. Dieser Schluss beruht demnach auf dem Grundsatz, dass, wenn die sämmtlichen gleich möglichen Fälle, in denen eine Voraussetzung statt findet, sich in zwei Classen mit contradictorisch entgegengesetzten Folgen bringen lassen, dem wirklich eintretenden Falle wahrscheinlich diejenige Folge zukommt, welche der die Mehrheit der Fälle enthaltenden Classe zugehört. Die entgegengesetzte Folge *Non-B*$=C$ heisst dann unwahrscheinlich.

Wesentliche Bedingung der mathematischen Wahrscheinlichkeit ist die gleiche Möglichkeit der Fälle; denn nur unter dieser Voraussetzung ist eine Abzählung derselben zulässig. Zwar legt die Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihren Anwendungen auf Beobachtungen Messungen von ungleicher Güte oder Präcision ein ungleiches Gewicht bei; aber dieses bedeutet nicht, dass die Messungen hinsichtlich der Bedingungen ihrer Möglichkeit sich ungleich verhalten, sondern nur, dass den gemessenen Datis in Bezug auf das wahrscheinliche Endergebniss der Rechnung ein ungleicher Werth beizulegen ist. Die Fehler der Messung mit einem Theodolit, der nur einzelne Minuten angiebt, sind zwar grösser als die mit einem andern, der Ablesungen bis zu 20 Secunden gestattet; aber diese sind ebenso möglich wie jene. Die Gewichte, die in diesem Falle den Messungen mit beiden Instrumenten beizulegen sind, verhalten sich wie 1 zu 9, und nach diesem Verhältniss haben die gemessenen Data Einfluss auf das wahrscheinliche Endresultat.

§ 155.

Diese Wahrscheinlichkeit und die ihr gegenüberstehende Unwahrscheinlichkeit sind nun, da bei der gleichen Möglichkeit der Fälle Gründe und Gegengründe sich abzählen lassen, einer näheren mathematischen Bestimmung fähig. Offenbar nämlich verhält sich, nach dem vorigen Paragraph, die Anzahl der Fälle, welche der Folge B günstig und daher als Gründe für dieselbe zu betrachten sind, zu der Zahl der dieser Folge un-

günstigen Fälle, also der Gründe gegen sie, wie $m:n$. Dieses Verhältniss ist also das der Wahrscheinlichkeit der Folge B zu ihrer Unwahrscheinlichkeit. Da nun ferner $m+n$ die Zahl der möglichen Fälle ist, die überhaupt eintreten können, dass aber einer von diesen eintreten wird, nothwendig, also gewiss ist, so steht auch die Wahrscheinlichkeit der Folge B zu der Gewissheit, dass B oder *Non-B* die Folge seyn wird, in dem Verhältniss $m:m+n$. Je grösser nun m im Verhältniss zu n, um so mehr nähert sich der Werth von $\frac{m}{m+n}$ der Einheit. Es wird aber auch genau $\frac{m}{m+n}=1$, wenn $n=0$, d. i. wenn alle Fälle der Folge B günstig sind, mithin B gewiss ist. Es nähert sich daher die Wahrscheinlichkeit von B ohne Ende der Gewissheit, wenn die Anzahl der günstigen Fälle im Verhältniss zu der der ungünstigen unendlich gross wird. Hiernach lässt sich nun die Gewissheit als die obere Grenze der Wahrscheinlichkeit, und umgekehrt die Wahrscheinlichkeit als ein Grad der Gewissheit betrachten, oder der Bruch $\frac{m}{m+n}$ als Wahrscheinlichkeitsgrad bezeichnen, dem als Einheit und Maximum die Gewissheit zu Grunde liegt. Das Minimum dieses Grades findet nach dem Sinne, in welchem bisher der Begriff der Wahrscheinlichkeit genommen wurde, statt, wenn $m=n$, also die Zahl der günstigen und ungünstigen Fälle gleich ist, wo $\frac{m}{m+n}={}^1/_2$ wird. Die Folge B ist dann zweifelhaft. Man kann aber den Begriff des Grades der Wahrscheinlichkeit auch erweitern, indem man darunter allgemein den Exponenten des Verhältnisses der Zahl der günstigen zu der Zahl der möglichen Fälle versteht, ohne zu unterscheiden, ob die ersteren die Mehrzahl der letzteren bilden oder nicht. Ist dann $m>n$, folglich $\frac{m}{m+n}>{}^1/_2$, so zeigt dieser Grad die Wahrscheinlichkeit von B im vorigen engeren Sinne an; ist aber $m<n$, mithin $\frac{m}{m+n}<{}^1/_2$, so bestimmt dieser Werth für B den Grad der Unwahrscheinlichkeit im engeren Sinne.

In diesem weiteren Sinne umfasst also der Grad der Wahrscheinlichkeit sowohl die Folgen, die im engeren Sinne wahrscheinlich, als diejenigen, welche zweifelhaft oder unwahrscheinlich sind. Das Minimum desselben in diesem weiteren Sinne ist dann $= 0$. Es findet genau statt, wenn $m = 0$, also alle der Folge B günstigen Fälle fehlen; der Grad nähert sich diesem Minimum ohne Ende, wenn n im Verhältniss zu m, also die Anzahl der für B ungünstigen Fälle, gegen die der günstigen gehalten, unendlich gross wird. Da nun, wenn $m = 0$, B unmöglich, wie, wenn $n = 0$, B nothwendig ist, so kann sich die mathematische Wahrscheinlichkeit im weiteren Sinne einerseits der Nothwendigkeit, andererseits der Unmöglichkeit ohne Ende nähern, und bewährt sie sich dadurch als eine nähere Bestimmung der Möglichkeit (vgl. § 145 a. E.). Die weitere mathematische Entwickelung ihres Princips ist die Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (*calculus probabilium*).

Fragt man z. B. nach dem Grade der Wahrscheinlichkeit, mit dem man erwarten darf, auf einen Wurf mit zwei sechsseitigen Würfeln ungleiche Augen zu werfen, so sind überhaupt, da jede Seite des einen Würfels zugleich mit jeder des anderen oben liegen kann, 36 mögliche Fälle vorhanden; da aber unter diesen 6 Fälle gleiche Augen (Pasche) geben, so sind nur 30 der verlangten Folge günstig, mithin ihr Wahrscheinlichkeitsgrad $^{30}/_{36} = ^{5}/_{6}$, also $> ^{1}/_{2}$; mithin ist es im engeren Sinne wahrscheinlich, auf Einen Wurf ungleiche Augen zu werfen. Dagegen ergiebt sich der Wahrscheinlichkeitsgrad, einen Pasch zu werfen, $= ^{6}/_{36} = ^{1}/_{6}$; ein solcher Wurf ist also im engeren Sinne unwahrscheinlich. Oder fragt man nach der Wahrscheinlichkeit, dass unter 5 gezogenen Nummern eines Zahlenlotto's, das deren 90 enthält, 2 willkürlich gewählte (besetzte) seyn werden, so sind aus 90 Nummern $\frac{90 \,.\, 89}{2} =$ 4005 Verbindungen zu zweien, oder Amben, möglich, aus den 5 gezogenen aber nur $\frac{5 \,.\, 4}{2} = 10$. Diese nun stellen die Zahl der günstigen Fälle dar; daher ist der Wahrscheinlichkeitsgrad $= \frac{10}{4005} = \frac{2}{801}$, also sehr gering. Ebenso findet sich die Wahrscheinlichkeit, dass unter den gezogenen 5 Nummern 3 gewählte, oder eine besetzte Terne seyn wird. Die Anzahl der in 90 Nummern enthaltenen Ternen ist $\frac{90 \,.\, 89 \,.\, 88}{2 \,.\, 3}$, und dies die Zahl der möglichen Fälle; in den 5 gezogenen Nummern aber liegen nur $\frac{5 \,.\, 4 \,.\, 3}{2 \,.\, 3}$ Ternen; dies die Zahl der günstigen Fälle. Demnach ist die Wahrscheinlichkeit, dass

eine besetzte Terne gezogen werden wird, $= \frac{5 . 4 . 3}{90 . 89 . 88} = \frac{1}{11748}$, also kleiner als der 23ste Theil der Wahrscheinlichkeit einer Ambe.

Um die Aufgabe der mathematischen Wahrscheinlichkeit nicht zu eng zu fassen, darf nicht unbemerkt bleiben, dass aus einer und derselben Voraussetzung *A* auch mehr als zwei einander ausschliessende Folgen, *B*, *C*, *D*, hervorgehen können und auch dann für jede der Grad der Wahrscheinlichkeit sich bestimmen lässt. Mit 3 gewöhnlichen Würfeln z. B. kann man 3 gleiche oder 3 ungleiche oder 3 Augen werfen, von denen zwei gleich sind. Man findet leicht, dass die Wahrscheinlichkeitsgrade dieser drei Fälle der Reihe nach $^1/_{36}$, $^{15}/_{36}$, $^{20}/_{36}$ sind.

Es ist offenbar, dass bei der gleichen Möglichkeit der einzelnen Fälle, in denen entweder *B* oder *Non-B* die Folge von *A* ist, wenn dieses sich unendlichvielmal wiederholt, die Anzahl der Fälle, in denen *B* eintreffen wird, zu der Zahl der Fälle, in denen *Non-B* folgt, sich wirklich wie $m:n$ verhalten muss. Denn wenn auch die Ordnung, in denen *B* und *Non-B* mit einander wechseln werden, völlig unbestimmt bleibt, so würde doch, wenn eine von beiden Folgen durchschnittlich öfter einträte, als ihr nach dem Verhältniss $m:n$ der günstigen Fälle zu den ungünstigen zukommt, dadurch die Voraussetzung der gleichen Möglichkeit aller dieser Fälle aufgehoben. Annäherungsweise muss nun aber auch schon bei einer sehr grossen Anzahl von Wiederholungen der Voraussetzung *A* das Zahlenverhältniss der wirklich eintretenden Folgen *B* und *Non-B* dem Verhältniss $m:n$ nahe gleichkommen. Hierin liegt nun die Andeutung der objectiven Bedeutung der mathematischen Wahrscheinlichkeit, indem mit der ohne Ende zunehmenden Zahl der Wiederholungen von *A* die Wahrscheinlichkeit, dass die durchschnittlichen Zahlen der Folgen *B* und *Non-B* wirklich im Verhältniss $m:n$ stehen werden, sich ohne Ende der Gewissheit nähert. Aus diesem Grunde können z. B. die Unternehmer einer Lotterie oder einer Lebensversicherungsanstalt, wenn sie ihr Geschäft auf mathematische Wahrscheinlichkeit gründen, bei richtig gestellten Bedingungen des eventuellen Gewinns der einzelnen Spieler oder Theilnehmer, obgleich sie selbst bald gewinnen bald verlieren, doch mit Sicherheit auf einen durchschnittlich sich gleichbleibenden Ertrag rechnen.

Endlich ist hier noch die durch die mannigfaltigsten Anwendungen wichtige Verbindung der mathematischen Wahrscheinlichkeit mit der unvollständigen Induction und Deduction zu erwähnen, welche Wahrscheinlichkeit *a posteriori*, im Gegensatz zur vorher erklärten Wahrscheinlichkeit *a priori*, genannt wird. Sind nämlich die allgemeinen Bedingungen, unter denen zwei oder mehrere Ereignisse eintreten, nur unvollkommen oder nicht bekannt, es findet sich aber thatsächlich, dass, je häufiger sich diese Ereignisse wiederholen, um so mehr dieselben sich einem constanten Verhältniss nähern, oder allgemeiner in einer constanten Relation (in einem gesetzlichen Zusammenhange) stehen, so lässt sich aus der Zahl ihrer Wiederholung der Grad der

Wahrscheinlichkeit, mit der diese Relation gilt, bestimmen. Sind nun mehrere Hypothesen denkbar, als deren mögliche Folgen diese Ereignisse sich betrachten lassen, so kann auch der Wahrscheinlichkeitsgrad dieser Hypothesen bestimmt werden. So fand z. B. Laplace, dass die Wahrscheinlichkeit der Annahme, dass die Gemeinsamkeit des Sinnes der Bewegungen der Planeten um die Sonne, der Trabanten um ihre Planeten und der Axendrehungen der Sonne, Planeten und Trabanten, so weit sie damals bekannt waren, eine gemeinschaftliche Ursache habe, zu der Wahrscheinlichkeit der Annahme, dass dieselbe ein Werk des Zufalls sey, sich verhalte wie vier Billionen zur Einheit.

§ 156.

Obgleich weder philosophische noch mathematische Wahrscheinlichkeit ohne Beziehung auf das denkende Subject möglich ist (§ 145), so können doch die Gründe, welche dieses bewegen, einem an sich ungewissen Urtheil vor einem anderen den Vorzug zu geben, entweder allgemein- oder nur individuell-giltige seyn. Demgemäss ist zwischen wissenschaftlicher und unwissenschaftlicher Wahrscheinlichkeit zu unterscheiden. Die mathematische Wahrscheinlichkeit ist immer von der ersteren Art; denn die Gründe für und wider eine Annahme, die sie gegen einander abwägt, sind stets für alle denkende Subjecte giltig. Sie trägt überdies noch um so mehr den Charakter eines Wissens von dem Wahrscheinlichen, als sie den Grad der dadurch zu erlangenden Gewissheit zu bestimmen vermag. Die philosophische Wahrscheinlichkeit, wenn gleich dieses letzteren Vorzugs entbehrend, hat doch auch wissenschaftlichen Werth; denn die Grundsätze der Induction und Analogie haben Anspruch auf allgemeine Geltung. — Einer wissenschaftlichen Bestimmung unfähig ist dagegen diejenige Wahrscheinlichkeit, die in der Meinung ihren Ausdruck findet. Sie beruht zwar auf denselben Schlussformen, welche die philosophische und mathematische Wahrscheinlichkeit bedingen, aber es kommen hier noch Bestimmungsgründe hinzu, die nur für das Individuum Giltigkeit haben. Die Meinung lässt sich durch Gefühle bestimmen, auf oft sehr unvollständige Inductionen und schwache Analogien allgemeine Urtheile zu bauen; sie versucht es, nach dem Gefühl die Stärke der Gründe und Gegengründe abzuwägen, die für oder wider entgegengesetzte

Urtheile sprechen. Gefühle haben aber nur individuelle Geltung. Die Meinung aufklären heisst, die dunkeln Gefühle in klare Gründe auflösen und dadurch die Meinung berichtigen. — Vom Wissen und Meinen verschieden ist endlich der Glaube, der, allgemein gefasst, nicht einmal mit dem Wahrscheinlichen in nothwendigem Zusammenhange steht. Denn er ist ein Fürgewisshalten des an sich Ungewissen und nur höchstens Wahrscheinlichen. Er ist zwar kein Product der reinen Willkür, sondern hat Beweggründe (Motive); diesen aber kommt wieder entweder nur individuelle oder allgemeine Giltigkeit zu. Von der ersteren Art ist der Glaube an das Wunderbare und an das Wünschenswerthe, von der zweiten die moralische Ueberzeugung. Ein auf allgemein giltigen Beweggründen ruhender Glaube heisst vernünftig, ein solcher dagegen, der selbst den stärksten Gegengründen Trotz bietet, thörig oder Aberglaube. Immer aber geht der Glaube, welche Berechtigung er auch haben mag, aus einem subjectiven Bedürfniss hervor, das Ungewisse zur Entscheidung zu bringen, oder das, was dem Wahrscheinlichen noch an der Gewissheit fehlt, zu ergänzen.

Die sogenannte öffentliche Meinung, die in Sachen des Staats und der Kirche, des Rechts und der Sittlichkeit in jedem gebildeten Volke eine Macht ausübt, der sich selbst unbeschränkte Gewalthaber nie ganz entziehen können, ist der Ausdruck der allgemeinen Billigung oder Missbilligung über vollzogene oder erst beabsichtigte Handlungen, die sich auf das gemeine Wohl beziehen, und zwar bald hinsichtlich ihrer Rechtmässigkeit und Moralität, bald bezüglich ihrer Zweckmässigkeit. Sie geht, wo nicht vom ganzen Volke, doch von demjenigen Theil desselben aus, der an den gemeinsamen Angelegenheiten lebendigen Antheil nimmt. So respectabel nun auch ein solches Volksurtheil ist, so kann man es doch nicht wohl das „öffentliche Gewissen" nennen. Denn das häufige „Umschlagen" der öffentlichen Meinung verräth, dass sie nicht immer in unparteiischer Würdigung der Sachlage, richtigem Tact, gesundem moralischen Sinn, sondern eben so oft in leidenschaftlichen Sympathien und Antipathien, nationalen Vorurtheilen, einem epidemischen vagen Enthusiasmus u. dgl. m. wurzelt, dass sie nicht immer ein sicheres Erkennen dessen, was seyn und geschehen soll, dessen, was noth thut, sondern im allgemeinen eben nur Meinung ist.

Der Begriff des Glaubens findet zwar seine wichtigste Anwendung in der Religion, ist aber nicht auf diese beschränkt. Treu und Glauben im menschlichen Verkehr (*bona fides*) bedeutet das Vertrauen, die Ueberzeugung,

die subjective Gewissheit, dass wenigstens die grosse Mehrzahl der Menschen den redlichen Willen hat, ihre eingegangenen Verbindlichkeiten treu zu erfüllen. Diese Ueberzeugung stützt sich theils auf Erfahrung (Induction), theils auf die Reflexion, dass es im Interesse eines jeden, der in der Gesellschaft eine sichere Stellung behaupten will, liegt, Wort zu halten und seinen Verpflichtungen nachzukommen, theils auf der humanen Annahme, dass die Menschen in der Regel guten Willen haben (*quilibet praesumatur bonus, donec probetur contrarium*). — Ebenso gehört hierher der Glaube an die Wahrheit und Wahrhaftigkeit von Zeugenaussagen und der hierauf sich gründende historische Glaube, der erst dann berechtigt ist, nachdem die Kritik die zulängliche Wahrscheinlichkeit der Angaben dargethan, und damit ihre Glaubwürdigkeit nachgewiesen hat. — Der religiöse Glaube kann sehr verschiedene Motive haben. Seine allgemeine und natürliche Grundlage ist das Gefühl des Menschen von der Unzulänglichkeit seiner Kraft in physischer, intellectueller und moralischer Hinsicht, das Gefühl seiner Hilfsbedürftigkeit, das ihn, besonders nach der letzten Beziehung, auch wenn er sich auf eine höhere Culturstufe erhoben hat, nicht verlässt. Dieses Gefühl führt zur Sehnsucht nach einem Helfer aus der Noth, und diese zum Glauben an einen solchen. Für den Denkenden ist dies aber nur eine schwache Rechtfertigung des Glaubens. Er fordert objectiv giltige Motive und findet solche theils in den teleologischen Thatsachen der Natur, theils im sittlichen Bewusstseyn (vgl. des Verfs. Grundzüge der Religionsphilosophie). — Der Offenbarungsglaube findet in dem, was der blosse Vernunftglaube bieten kann, keine volle Befriedigung für das menschliche Bedürfniss. Er vertraut den geschichtlichen Ueberlieferungen unbedingt und ist am bereitesten, das für gewiss zu halten, was am stärksten das Gemüth beruhigt und die Sehnsucht stillt; er ist überwiegend Gefühlsglaube. Daher nimmt er auch keinen Anstoss an dem Wunderbaren, findet vielmehr oft sogar in dem Undenkbaren und deshalb für den Unbefangenen Unglaublichen das Kennzeichen eines höheren Ursprungs als aus blosser Vernunft; *credo, quia absürdum est*, sagte Tertullian. — In jeder Form ist der echte Glaube zwar nicht ein Wissen, aber ein subjectives Fürgewisshalten dessen, was objectiv (thatsächlich oder aus zureichenden Gründen) nicht gewiss ist. Er ergänzt die Ungewissheit oder blosse Wahrscheinlichkeit durch einen auf Motiven beruhenden Act des Wollens, er setzt fest, was ihm fortan für gewiss gelten soll, und schlägt jeden Zweifel nieder. Denn wo noch eine Spur des Zweifels, da ist noch kein eigentlicher Glaube vorhanden.

Die Unterscheidung einer *argumentatio ad hominem* (*καθ' ἄνθρωπον*) von der *argumentatio ad veritatem* (*καθ' ἀλήθειαν*) hängt mit der der Meinung vom Wissen zusammen und hat nur Werth für Streitigkeiten, bei denen es weniger darauf ankommt, die Wahrheit einer Behauptung allgemeingiltig zu erweisen, als, den Gegner zu überzeugen, dass aus dem von ihm Zugestandenen (was eine blosse Meinung zu seyn braucht) das Behauptete mit Nothwendigkeit folgt.

§ 157.

Die Summe des blos Wahrscheinlichen in unserer Erkenntniss ist ohne Vergleich grösser als die des Gewissen. Die letztere zu vermehren, die erstere zu vermindern, ist nun zwar das unausgesetzte und durch reiche Erfolge belohnte Streben der wissenschaftlichen Forschung. Sie darf sich jedoch nicht verhehlen, dass ihr sowohl nach der empirischen als nach der rationalen Richtung zuletzt gewisse unübersteigliche Grenzen gesetzt sind. Aber die Einsicht, dass und warum wir Manches nicht wissen können, ist auch ein Wissen, und dieses das letzte Ergebniss einer besonnenen Kritik unseres Erkennens. Doch selbst da, wo wir uns mitten im Gebiete des uns erreichbaren Wissens befinden, hängt die Sicherheit der Resultate nicht allein von der der Principien, sondern auch immer noch von der subjectiven Wahrscheinlichkeit ab, dass wir bei der Herleitung jener aus diesen keinen von den Fehlern begangen haben, welche uns die Logik zwar kennen lehrt, vor denen sie uns aber nicht gänzlich bewahren kann, da es dabei nicht allein auf sie, sondern zugleich auf den Gebrauch ankommt, den wir von ihren Belehrungen machen. Ein absolutes Schutzmittel gegen logische Fehler im Denken giebt es nicht, und es bleibt daher, streng genommen, bei dem evidentesten Beweis doch immer nur höchst wahrscheinlich, dass er vollkommen fehlerfrei sey. Nur unausgesetzte Aufmerksamkeit auf die Operationen unseres Denkens und wiederholte Prüfung seiner Bündigkeit kann uns zureichenden Schutz gegen Irrthümer gewähren. Von diesen subjectiven Bedingungen der Wahrheit unserer Erkenntniss kommen wir aber niemals los.

Welche Vervollkommnung unseren Mikroskopen, Teleskopen, Messinstrumenten und physikalischen Apparaten in der Zukunft noch bevorsteht, und welche Bereicherung an Thatsachen der Beobachtung dadurch erworben werden wird, kann Niemand zu bestimmen wagen, und immerhin mag man diese künftige Vermehrung unseres empirischen Wissens sich so gross wie möglich vorstellen. Aber der Beobachtungsort wird für uns Menschen immer die Erde bleiben, und nur neue Phänomene werden es seyn, die sich in reicherer Fülle offenbaren. Ueber diese hinaus kann nur das Denken führen, das Werkzeug der philosophischen Erkenntniss. Das höchste denkbare Ziel der Philosophie ist nun allerdings absolutes Wissen und Wissen vom Absoluten, sowohl von dem absolut Seyenden, als dem absolut Werthvollen,

das wir vereinigt in der Idee der Gottheit denken. Aber auch die Philosophie ist auf den anthropocentrischen Standpunkt gestellt und vermag sich nicht durch einen Sprung auf den theocentrischen zu schwingen. Ihre Aufgabe ist daher nicht, zu versuchen, sich auf diesen letzteren zu versetzen und von da aus der Dinge Wesen und Werden zu erschauen oder zu entfalten, sondern zu untersuchen, ob dieser Standpunkt dem Denken erreichbar ist, oder ob irgendwo unübersteigliche Hindernisse dem Wissen Grenzen setzen. Dies ist die Aufgabe, die sich zuerst Locke stellte, die Kant in ungleich umfassenderer und tieferer Weise behandelte, und die in einem neuen Geiste mit durchdringendem Scharfsinn Herbart bearbeitete. Kant und Herbart, wie verschieden auch in den Principien, Methoden und Resultaten ihrer Forschung, treffen doch in dem Endergebniss wieder zusammen, dass unser speculatives Wissen ein begrenztes ist, und in religiöser Beziehung der Glaube durch ein Wissen nicht ersetzt werden kann.

Die zweite Hälfte des Paragraphs kann und soll nicht einem Alles zersetzenden Skepticismus das Wort reden, sondern nur nachdrücklich darauf hinweisen, dass bei dem Denken, so gut wie bei dem Wollen und Handeln, Selbstüberwachung noth thut, ohne welche alle Vorschriften der Logik, wie der Moral, unfruchtbar bleiben, und zugleich bemerklich machen, welche Ueberzeugungskraft der blossen Wahrscheinlichkeit inwohnt. Der geschickteste Rechner ist vor Rechnungsfehlern nicht sicher; auch die Controle seiner Rechnung durch Andere oder nach anderen Methoden macht ihre Richtigkeit nur wahrscheinlich; und es ist zuletzt selbst nur unermesslich unwahrscheinlich, dass, nachdem Hunderttausende von scharf denkenden Köpfen Euklid's Beweis für den pythagoreischen Lehrsatz richtig befunden haben, noch ein Schlussfehler darin sich verbergen, oder gar der Satz selbst mit seinen vielen Beweisen falsch seyn sollte.

Logisch-mathematischer Anhang.

I. Zur Lehre von der Unterordnung der Begriffe.

1. Ein Begriff A, welcher m Merkmale habe, werde durch eine Reihe disjuncter Merkmale $a, b, c \ldots$ determinirt, deren Anzahl $= n$, sey, so entstehen ebensoviel Arten von A, nämlich

$$A\,a,\ A\,b,\ A\,c, \ldots,$$

welche Arten der ersten Ordnung, oder abgekürzt erste Arten von A heissen mögen. Eine solche erste Art von A werde allgemein durch A_1 bezeichnet.

Wird ferner jedes A_1, durch eine zweite Reihe disjuncter Merkmale $a', b', c', \ldots.$ determinirt, deren Anzahl $= n_2$ sey, so entstehen aus jedem A_1 neue Arten in der Zahl n_2, welche Arten der zweiten Ordnung oder zweite Arten von A heissen und im allgemeinen durch A_2 bezeichnet werden sollen, nämlich folgende:

$$A a a', A a b', A a c', \ldots;\ A b a', A b b', A b c', \ldots;\ A c a', A c b', A c c', \ldots;$$

u. s. w.

Die Anzahl sämmtlicher A_2 ist $= n_1\, n_2$.

Weiter werde jedes A_2 durch eine dritte Reihe disjuncter Merkmale $a'', b'', c'', \ldots$ in der Zahl n_3 determinirt, so entstehen dritte Arten von A, nämlich

$$A a a' a'', A a a' b'', \ldots;\ A a b' a'', A a b' b'', \ldots;\ A a c' a'', A a c' b'', \ldots;$$
$$A b a' a'', A b a' b'', \ldots;\ A b b' a'', A b b' b'', \ldots;\ A b c' a'', A b c' b'', \ldots;$$
$$A c a' a'', A c a' b'', \ldots;\ A c b' a'', A c b' b'', \ldots;\ A c c' a'', A c c' b'', \ldots;$$

u. s. w.

Die Anzahl dieser, durch A_3 zu bezeichnenden dritten Arten ist $= n_1\, n_2\, n_3$.

Fährt man so fort, und ist die letzte Reihe determinirender Merkmale die $p$te, die Anzahl dieser Merkmale aber $= n_p$, und werden die durch sie sich ergebenden $p$ten Arten von A durch A_p bezeichnet, so sind diese von der Form $A a a' a'' \ldots a^{(p-1)}$; ihre Anzahl ist $= n_1 n_2 n_3 \ldots n_p$.

2. Bezeichnen wir die Summe sämmtlicher A untergeordneten Arten der 1sten bis $p$ten Ordnung durch ΣA; die Summe der einer jeden ersten Art untergeordneten Arten der 2ten bis $p$ten Ordnung durch ΣA_1; ebenso die Summe der einer jeden 2ten Art untergeordneten Arten der 3ten bis $p$ten Ordnung durch ΣA_2 u. s. f., so ist offenbar

$$\Sigma A = n_1 + n_1 n_2 + n_1 n_2 n_3 + \ldots + n_1 n_2 \ldots n_p;$$
$$\Sigma A_1 = n_2 + n_2 n_3 + n_2 n_3 n_4 + \ldots + n_2 n_3 \ldots n_p;$$
$$\Sigma A_2 = n_3 + n_3 n_4 + n_3 n_4 n_5 + \ldots + n_3 n_4 \ldots n_p; \text{ u. s. f.}$$

allgemein:

$$\Sigma A_k = n_{k+1} + n_{k+1} n_{k+2} + \ldots + n_{k+1} n_{k+2} \ldots n_p;$$

wo $k \leqq p - 1$; daher

$$\Sigma A_{p-1} = n_p.$$

Sind die Merkmale in allen p Reihen in gleich grosser Anzahl vorhanden, so dass $n_1 = n_2 = n_3 \ldots = n_p$, wofür n gesetzt werde, so gehen vorstehende Ausdrücke in geometrische Reihen über, und wird

$$\Sigma A = \frac{n(n^p - 1)}{n - 1}; \quad \Sigma A_1 = \frac{n(n^{p-1} - 1)}{n - 1}; \quad \Sigma A_2 = \frac{n(n^{p-2} - 1)}{n - 1};$$

$$\text{allgemein: } \Sigma A_k = \frac{n(n^{p-k} - 1)}{n - 1}.$$

Ist $n_1 = n$; $n_2 = n + 1$; $n_3 = n + 2$ u. s. f., also $n_p = n + p - 1$, so wird

$$\Sigma A = n\,[1 + (n+1) + (n+1)(n+2) + \ldots\ldots + (n+1)(n+2)\ldots(n+p-1)];$$
$$\Sigma A_1 = (n+1)\,[1 + (n+2) + (n+2)(n+3) + \ldots\ldots + (n+2)(n+3)\ldots(n+p-1)];$$
$$\Sigma A_2 = (n+2)\,[1 + (n+3) + (n+3)(n+4) + \ldots\ldots + (n+3)(n+4)\ldots(n+p-1)]; \text{ u. s. f.}$$
$$\Sigma A_k = (n+k)\,[1 + (n+k+1) + (n+k+1)(n+k+2) + \ldots\ldots + (n+k+1)(n+k+2)\ldots(n+p-1)];$$

die Summen der untergeordneten Arten bilden also dann hypergeometrische Reihen.

3. Bezeichnen wir die Grösse des Inhalts (*complexus*) eines Begriffs A_k durch com A_k, die seines Umfangs (*ambitus*) durch amb A_k, so ist, da die erstere aus der Anzahl der Merkmale besteht, nach den Voraussetzungen in (1), offenbar

$$\text{com } A = m;\ \text{com } A_1 = m + 1;\ \text{com } A_2 = m + 2; \ldots.$$
$$\text{com } A_k = m + k; \ldots \text{com } A_{p-1} = m + p - 1;\ \text{com } A_p = m + p.$$

Was die Grösse des Umfangs betrifft, so kann dieselbe, wenn hinsichtlich ihrer mehrere einander untergeordnete Begriffe verglichen werden sollen, damit für alle dasselbe Maass gelte, nur durch die Anzahl derjenigen Arten einer und derselben Ordnung bestimmt werden, die unter einem gegebenen Begriffe stehen, wozu, wenn die Grösse des Umfangs aller einander subordinirten Begriffe zu bestimmen ist, nur die niedrigsten Arten, hier die der $p$ten Ordnung, taugen. Dann ist aber

$$\text{amb } A = n_1 n_2 n_3 \ldots n_p;\ \text{amb } A_1 = n_2 n_3 n_4 \ldots n_p;\ \text{amb } A_2 = n_3 n_4 n_5 \ldots n_p;$$
$$\ldots. \text{amb } A_k = n_{k+1}\, n_{k+2}\, n_{k+3} \ldots n_p;\ \text{amb } A_{p-1} = n_p.$$

endlich kann noch, sofern sich sagen lässt, dass jedes A_p in seinem eigenen Umfange liege, gesetzt werden

$$\text{amb } A_p = 1.$$

Hiernach ist nun auch

$$\text{com } A_1 = \text{com } A + 1;\ \text{com } A_2 = \text{com } A_1 + 1; \ldots.$$
$$\text{com } A_k = \text{com } A_{k-1} + 1; \ldots \text{com } A_p = \text{com } A_{p-1} + 1;$$
$$\text{amb } A_1 = \frac{\text{amb } A}{n_1};\ \text{amb } A_2 = \frac{\text{amb } A_1}{n_2}; \ldots\ldots$$
$$\text{amb } A_k = \frac{\text{amb } A_{k-1}}{n_k}; \ldots \text{amb } A_p = \frac{\text{amb } A_{p-1}}{n_p}.$$

Hieraus erhellt, dass die Grösse des Inhalts irgend einer $k$ten Art immer um eine Einheit die Grösse des Inhalts der nächst vorhergehenden (k—1)ten Art übertrifft, dagegen die Grösse des Umfangs irgend einer $k$ten Art sovielmal in der Grösse der nächst vorhergehenden (k—1)ten Art enthalten ist, als die Anzahl sämmtlicher Arten der $k$ten Ordnung Einheiten hat. Nach diesem Gesetz nimmt die Grösse des Umfangs ab, indess die des Inhalts zunimmt.

Zur Erläuterung kann das in der Anm. zu § 126 angeführte Beispiel dienen. Es bedeutet dann A den Begriff der Bevölkerung; A_1 dieselbe mit Hinsicht auf die Unterschiede des Geschlechts; bei A_2 kommen noch die der Kinder von den unverheiratheten und verheiratheten Erwachsenen hinzu; bei A_3 die der Land- und Städtebewohner; bei A_4 die vier Unterschiede der Religionsbekenntnisse; endlich bei A_5 die der Abstammung (denn man kann auch zwischen Juden, die aus germanischen, romanischen und slavischen Ländern abstammen, unterscheiden). Hier ist also

$$n_1 = 2,\ n_2 = 4,\ n_3 = 2,\ n_4 = 4,\ n_5 = 3;$$

daher

$$\text{amb } A = 192,\ \text{amb } A_1 = 96,\ \text{amb } A_2 = 24,\ \text{amb } A_3 = 12,\ \text{amb } A_4 = 3,\ \text{amb } A_5 = 1;$$

indess, wenn m die Anzahl der Merkmale von A,

$$\text{com } A = m,\ \text{com } A_1 = m + 1,\ \text{com } A_2 = m + 2,\ \text{com } A_3 = m + 3,\ \text{com } A_4 = m + 4,\ \text{com } A_5 = m + 5$$

ist, woraus erhellt, wie mit der Abnahme des Umfangs der Inhalt zunimmt.

4. Haben die Arten aller Ordnungen die gleiche Anzahl von eigenthümlichen Merkmalen $= n$, so dass $n_1 = n_2 \ldots = n_p = n$, so wird

$$\text{amb } A = n^p;\ \text{amb } A_1 = n^{p-1};\ \text{amb } A_2 = n^{p-2};\ \ldots\ \text{amb } A_k = n^{p-k};\ \text{amb } A_p = 1.$$

Dann also nimmt die Grösse des Umfangs nach einer geometrischen Reihe ab, indess die des Inhalts nach einer arithmetischen zunimmt.

Setzt man

$$\text{amb } A_k = n^{p-k} = \frac{n^{m+p}}{n^{m+k}},$$

so folgt, da $m + k = \text{com } A_k$,

$$\text{amb } A_k = \frac{n^{m+p}}{n^{\text{com} A_k}} = \frac{n^{\text{com} A_p}}{n^{\text{com} A_k}},$$

wo der Zähler dieses Ausdrucks unabhängig von k und daher constant ist. Demnach ist amb A_k nicht etwa umgekehrt proportional com A_k (der Umfang eines Begriffs nicht umgekehrt proportional seinem Inhalt), sondern umgekehrt proportional $n^{\text{com} A_k}$, d. i. derjenigen Potenz der Anzahl der eigenthümlichen Merkmale jeder Ordnung, deren Exponent die Grösse des Inhalts des Begriffes A_k ist.

Aus dem vorstehenden Ausdruck findet sich leicht auch

$$\text{com}\, A_k = m + p - \frac{\lg \text{amb}\, A_k}{\lg n};$$

$$= \text{com}\, A_p - \frac{\lg \text{amb}\, A_k}{\lg n};$$

oder $\text{com}\, A_p - \text{com}\, A_k = \frac{\lg \text{amb}\, A_k}{\lg n}$;

wo der Nenner constant ist.

Also ist die Differenz zwischen dem Inhalt einer Art der letzten und dem einer Art irgend welcher $k$ten Ordnung dem Logarithmus des Umfangs einer Art dieser $k$ten Ordnung direct proportional.

Ist $n_1 = n$; $n_2 = n + 1$; $n_3 = n + 2$; .... $n_p = n + p = 1$; so wird

$$\text{amb}\, A = n\,(n+1)\,(n+2) \ldots (n+p-1);$$
$$\text{amb}\, A_1 = (n+1)\,(n+2) \ldots (n+p-1);$$
$$\text{amb}\, A_2 = (n+2)\,(n+3) \ldots (n+p-1); \text{ u. s. w.}$$
$$\text{amb}\, A_k = (n+k)\,(n+k+1) \ldots (n+p-1); \text{ u. s. f.}$$

Die Umfänge nehmen dann also nach einer hypergeometrischen Reihe ab.

Determinirt man z. B. den Begriff des Urtheils zuerst durch die Artunterschiede der Bejahung und Verneinung, dann durch die des Allgemeinen und Besondern, ferner durch die des Kategorischen und Hypothetischen, endlich durch die des Problematischen und Apodiktischen (wodurch man also alle Hauptformen der problematischen und apodiktischen Urtheile erhält), so ist

$$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 2,$$

daher

$$\text{amb}\, A = 16,\ \text{amb}\, A_1 = 8,\ \text{amb}\, A_2 = 4,\ \text{amb}\, A_3 = 2,\ \text{amb}\, A_4 = 1;$$

dagegen, wenn $\text{com}\, A = m$,

$$\text{com}\, A_1 = m + 1,\ \text{com}\, A_2 = m + 2,\ \text{com}\, A_3 = m + 3,\ \text{com}\, A_4 = m + 4.$$

Die Grössen des Umfangs der Begriffe A Urtheil, A_1 qualitativ bestimmtes, A_2 qualitativ und quantitativ bestimmtes, A_3 qualitativ, quantitativ und relativ, endlich A_4 qualitativ, quantitativ, relativ und modal bestimmtes Urtheil bilden also eine fallende geometrische Reihe, indess die Grössen des Inhalts derselben Begriffe eine steigende arithmetische Reihe darstellen.

Unterscheiden wir in dem Beispiel zu Art. 3 zuerst die beiden Geschlechter, dann die drei nationalen Verschiedenheiten, ferner die vier auf Alter und Ehe sich beziehenden Bestimmungen und spalten endlich noch die Protestanten in Lutheraner und Reformirte, wodurch fünf Religionsunterschiede erhalten werden, so ist

$$n_1 = 2,\ n_2 = 3,\ n_3 = 4,\ n_4 = 5,$$

daher

$$\begin{aligned}\text{amb}\,A &= 2 \,.\, 3 \,.\, 4 \,.\, 5 = 120,\\ \text{amb}\,A_1 &= 3 \,.\, 4 \,.\, 5 = 60,\\ \text{amb}\,A_2 &= 4 \,.\, 5 = 20,\\ \text{amb}\,A_3 &= 5,\\ \text{amb}\,A_4 &= 1;\end{aligned}$$

so dass also hier die Grössen des Umfangs eine fallende hypergeometrische Reihe bilden, indess die des Inhalts, wie zuvor, in arithmetischer Reihe steigen.

Durch diese Beispiele wird am einfachsten der unbegründete Vorwurf Ueberweg's (System d. Log. S. 106) zurückgewiesen, der die vorstehenden Betrachtungen nur für eine mathematische Speculation ohne Anwendbarkeit will gelten lassen. Wo die Voraussetzungen gelten, da treffen auch die Folgen zu. Die Voraussetzung ist aber hier, dass die Arten jeder Ordnung sämmtlich durch die Artunterschiede der folgenden Ordnungen determinirt werden können. Diese Voraussetzung findet eben nicht statt, wenn man das ebene Dreieck erst durch die Artunterschiede des Spitz-, Recht- und Stumpfwinkligen determinirt und dann die daraus sich ergebenden drei Arten der Dreiecke noch durch die Artunterschiede des Gleichseitigen, Gleichschenkligen und Ungleichseitigen determiniren wollte; denn nur auf die spitzwinkligen Dreiecke sind alle drei Unterschiede anwendbar, auf die beiden andern nur die beiden letzteren. Die vorstehende Theorie lässt daher ganz und gar nicht erwarten, dass es 9 Arten von Dreiecken statt 7 geben sollte.

II. Zur Lehre von den Eintheilungen und Classificationen.

1. Ein einzutheilender Begriff N lasse m Nebeneintheilungen zu, von denen die erste n_1, die zweite n_2, die dritte n_3, ... die $m$te n_m Glieder haben mag. Verknüpft man diese nach § 126 in der angegebenen Ordnung mit einander, so erhält man von N successiv Arten der 1sten, 2ten, 3ten ...., $m$ten Ordnung, oder, wie wir hier zur Vermeidung von Verwechselungen lieber sagen wollen, Classe, deren Zahlen der Reihe nach seyn werden:

$$n_1,\ n_1 n_2,\ n_1 n_2 n_3, \ldots\ldots n_1 n_2 n_3 \ldots\ldots n_m.$$

Die m Eintheilungen lassen sich aber $m\,(m-1)\,(m-2)\ldots 2\,.\,1$ mal versetzen, so dass ihre Glieder successiv in folgenden Anordnungen erscheinen:

$$\begin{gathered} n_1\ n_2\ n_3\ \ldots\ldots\ n_m,\\ n_1\ n_3\ n_2\ \ldots\ldots\ n_m,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{gathered}$$

$$n_2\ n_1\ n_3\ \ldots\ldots\ n_m,$$
$$n_2\ n_3\ n_1\ \ldots\ldots\ n_m,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_3\ n_1\ n_2\ \ldots\ldots\ n_m,$$
$$n_3\ n_2\ n_1\ \ldots\ldots\ n_m,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_m\ n_1\ n_2\ \ldots\ldots\ n_{m-1},$$
$$n_m\ n_2\ n_1\ \ldots\ldots\ n_{m-1},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_m\ n_{m-1}\ n_{m-2}\ \ldots\ldots\ n_1.$$

Durch diese Versetzungen der Nebeneintheilungen werden nun aber auch sowohl die Zahlen als die Beschaffenheiten der 1sten, 2ten, 3ten, ... Arten von N Veränderungen erleiden, die wir näher untersuchen wollen.

2. Um ein bestimmtes Beispiel vor Augen zu haben, mögen drei Nebeneintheilungen gegeben seyn, von denen die erste durch $A+B$, die zweite durch $a+b+c$, die dritte durch $\alpha+\beta+\gamma+\delta$ dargestellt werde, so geben diese folgende 6 Anordnungen:

I. $(A+B)\,(a+b+c)\,(\alpha+\beta+\gamma+\delta)$;
II. $(A+B)\,(\alpha+\beta+\gamma+\delta)\,(a+b+c)$;
III. $(a+b+c)\,(A+B)\,(\alpha+\beta+\gamma+\delta)$;
IV. $(a+b+c)\,(\alpha+\beta+\gamma+\delta)\,(A+B)$;
V. $(\alpha+\beta+\gamma+\delta)\,(A+B)\,(a+b+c)$;
VI. $(\alpha+\beta+\gamma+\delta)\,(a+b+c)\,(A+B)$.

Hieraus entwickeln sich nun die 1sten, 2ten, 3ten Arten von N, wie folgt.

Aus I. 1) A, B;
2) Aa, Ab, Ac;
Ba, Bb, Bc;
3) $Aa\alpha$, $Aa\beta$, $Aa\gamma$, $Aa\delta$,
$Ab\alpha$, $Ab\beta$, $Ab\gamma$, $Ab\delta$,
$Ac\alpha$, $Ac\beta$, $Ac\gamma$, $Ac\delta$,

$Ba\alpha$, $Ba\beta$, $Ba\gamma$, $Ba\delta$,
$Bb\alpha$, $Bb\beta$, $Bb\gamma$, $Bb\delta$,
$Bc\alpha$, $Bc\beta$, $Bc\gamma$, $Bc\delta$.

Aus II. 1) A, B;
2) $A\alpha$, $A\beta$, $A\gamma$, $A\delta$,
$B\alpha$, $B\beta$, $B\gamma$, $B\delta$;
3) $A\alpha a$, $A\alpha b$, $A\alpha c$,
$A\beta a$, $A\beta b$, $A\beta c$,
$A\gamma a$, $A\gamma b$, $A\gamma c$,
$A\delta a$, $A\delta b$, $A\delta c$,
$B\alpha a$, $B\alpha b$, $B\alpha c$,
$B\beta a$, $B\beta b$, $B\beta c$,
$B\gamma a$, $B\gamma b$, $B\gamma c$,
$B\delta a$, $B\delta b$, $B\delta c$.

Aus III. 1) a, b, c;
2) aA, aB,
bA, bB,
cA, cB;
3) $aA\alpha$, $aA\beta$, $aA\gamma$, $aA\delta$,
$aB\alpha$, $aB\beta$, $aB\gamma$, $aB\delta$,
$bA\alpha$, $bA\beta$, $bA\gamma$, $bA\delta$,
$bB\alpha$, $bB\beta$, $bB\gamma$, $bB\delta$,
$cA\alpha$, $cA\beta$, $cA\gamma$, $cA\delta$,
$cB\alpha$, $cB\beta$, $cB\gamma$, $cB\delta$.

Aus IV. 1) a, b, c;
2) $a\alpha$, $a\beta$, $a\gamma$, $a\delta$,
$b\alpha$, $b\beta$, $b\gamma$, $b\delta$,
$c\alpha$, $c\beta$, $c\gamma$, $c\delta$;
3) $a\alpha A$, $a\alpha B$,
$a\beta A$, $a\beta B$,
$a\gamma A$, $a\gamma B$,
$a\delta A$, $a\delta B$,
$b\alpha A$, $b\alpha B$,
$b\beta A$, $b\beta B$,
$b\gamma A$, $b\gamma B$,
$b\delta A$, $b\delta B$,

$c\alpha A$, $c\alpha B$,
$c\beta A$, $c\beta B$,
$c\gamma A$, $c\gamma B$,
$c\delta A$, $c\delta B$.

Aus V. 1) α, β, γ, δ;
2) αA, αB,
βA, βB,
γA, γB,
δA, δB;
3) αAa, αAb, αAc,
αBa, αBb, αBc,
βAa, βAb, βAc,
βBa, βBb, βBc,
γAa, γAb, γAc,
γBa, γBb, γBc,
δAa, δAb, δAc,
δBa, δBb, δBc.

Aus VI. 1) α, β, γ, δ;
2) αa, αb, αc,
βa, βb, βc,
γa, γb, γc,
δa, δb, δc,
3) αaA, αaB,
αbA, αbB,
αcA, αcB,
βaA, βaB,
βbA, βbB,
βcA, βcB,
γaA, γaB,
γbA, γbB,
γcA, γcB,
δaA, δaB,
δbA, δbB,
δcA, δcB.

3. Was nun zuerst die Anzahl der Arten jeder Classe betrifft, so ist diese nur für die letzte bei allen Anordnungen der Ein-

theilungen allgemein die nämliche, im Beispiel = 2 . 3 . 4 = 24. Dagegen ist sie

in I, 1=2; II, 1=2; III, 1=3; IV, 1=3; V, 1=4; VI, 1=4;
in I, 2=2.3; II, 2=2.4; III, 2=3.2; IV, 2=3.4; V, 2=4.2; VI, 2=4.3;
=6; =8; =6; =12; =8; = 12.

Hieraus ergiebt sich nun, dass für den Zweck der Uebersichtlichkeit der Classification, welche erfordert, dass auf jeder Stufe der Unterordnung möglichst wenige Begriffe die Mannigfaltigkeit des ihnen Untergeordneten beherrschen, die erste Anordnung, in der die Eintheilungen nach der zunehmenden Zahl ihrer Glieder geordnet sind, die vortheilhafteste ist. Es lässt sich leicht übersehen, dass diese Bedingung allgemein dem genannten Zwecke am besten entspricht.

Denn wenn in (1)

$$n_1 < n_2 < n_3 \ldots\ldots < n_m,$$

so sind $n_1\, n_2$, $n_1\, n_2\, n_3$, $n_1\, n_2\, n_3\, n_4$ u. s. f., welche Producte für die Anordnung $n_1\, n_2\, n_3 \ldots n_m$ die Zahlen der Arten zweiter, dritter, vierter Classe u. s. w. bestimmen, offenbar die kleinsten Producte aus den m Zahlen n_1, n_2, n_3, ... n_m zu zweien, dreien, vieren u. s. f., die es giebt.

4. Man bemerke, dass in diesen verschiedenen Classificationen je zwei Begriffe, die sich nur durch die Ordnung ihrer Merkmale unterscheiden, nicht verschieden seyn können, weil diese Merkmale sämmtlich nur nähere Bestimmungen des einzutheilenden Begriffes selbst sind, nicht zum Theil blos Arten desselben weiter specificiren, was daraus folgt, dass sie Glieder von Nebeneintheilungen sind. Hieraus ergiebt sich nun, dass im Beispiel immer je zwei Classificationen in der zweiten Classe dieselben Arten haben; dasselbe gilt offenbar auch für die erste Classe. Es sind nämlich identisch

I, 1 und II, 1; III, 1 und IV, 1; V, 1 und VI, 1;
I, 2 und III, 2; II, 2 und V, 2; IV, 2 und VI, 2.

Diese Bemerkung lässt sich, wie folgt, generalisiren.

Da von m Nebeneintheilungen jede die erste seyn kann, so ist die Zahl der durch Arten der ersten Classe unterscheidbaren Classificationen ebenso gross, also = m; folglich, da die Zahl der

möglichen Classificationen $= m\ (m-1) \ldots 2 \, . \, 1$ ist, so sind $(m-1)\,(m-2) \ldots 2 \, . \, 1$ durch die erste Classe nicht unterschieden, sondern haben diese gemein.

Ferner ist die Zahl der durch Arten der zweiten Classe unterscheidbaren Classificationen $= \frac{m\ (m-1)}{1 \, . \, 2}$; denn wenn auf die Ordnung der Merkmale nichts ankommt, so sind aus den m Reihen von Merkmalen nur so viel Verbindungen zu zweien möglich. Demnach sind unter den $m\ (m-1) \ldots 2 \, . \, 1$ möglichen Classificationen $\frac{m\ (m-1) \ldots 2 \, . \, 1 \, . \, 1 \, . \, 2}{m\ (m-1)} = (m-2)\ (m-3) \ldots 2 \, . \, 1 \, . \, 1 \, . \, 2$ durch die zweite Classe von Arten nicht unterschieden, sondern haben diese gemein.

Ebenso ist die Zahl der durch Arten der dritten Classe unterscheidbaren Classificationen $= \frac{m\ (m-1)\ (m-2)}{1 \, . \, 2 \, . \, 3}$, mithin die Zahl der Classificationen, welche die dritte Classe gemein haben, $= \frac{m\ (m-1) \ldots \, 2 \, . \, 1 \, . \, 1 \, . \, 2 \, . \, 3}{m\ (m-1)\ (m-2)} = (m-3)\ (m-4) \ldots 2 \, . \, 1 \, . \, 1 \, . \, 2 \, . \, 3.$

Allgemein ist die Zahl der durch Arten der $k$ten Classe unterscheidbaren Classificationen $= \frac{m\ (m-1) \ldots \ (m-k+1)}{1 \, . \, 2 \ \ldots\ldots \ k}$, und daher die Zahl der Classificationen, welche die $k$te Classe gemein haben,

$$\frac{m\ (m-1) \ldots \, 2 \, . \, 1 \, . \, 1 \, . \, 2 \ldots k}{m\ (m-1) \ldots (m-k+1)} = (m-k)\,(m-k-1) \ldots 2 \, . \, 1 . 1 . 2 \ldots k.$$

Der letztere Ausdruck reicht nur bis zu $k = m - 1$, wo er $1 . 1 . 2 \ldots (m-1)$ giebt; der erstere ist aber auch noch für $k = m$ brauchbar und giebt dann richtig $1 \, . \, 2 \ldots m$.

5. Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{m\ (m-1) \ldots \ (m-k+1)}{1 \, . \, 2 \ \ldots\ldots \ k} = m_k,$$

so bemerkt man leicht (da dieser Ausdruck die Binomialcoëfficienten bezeichnet), dass

$$m_k = m_{m-k}.$$

Daher ist auch

$$\frac{m(m-1)\ldots.2.1}{m_k}=\frac{m(m-1)\ldots.2.1}{m_{m-k}};$$

d. i. die Zahl der Classificationen, welche die $k$te Classe von Arten gemein haben, ist ebenso gross als die Zahl der Classificationen, welche die $(m-k)$te Classe gemein haben. Schreibt man daher die Classenzahlen in eine Reihe

$$1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ k,\ \ldots\ m-1,\ m,$$

so kann man den vorstehenden Satz auch so ausdrücken: je zwei Classen, die gleich weit vom Anfang und Ende dieser Reihe abstehen, sind gleich vielen Classificationen gemeinsam.

In der That sind beispielsweise die successiven Werthe von $\frac{m(m-1)\ldots 2.1}{m_k}$, wenn $m=3$ und successive $k=1, 2, \ldots$ gesetzt wird,

$$\frac{3.2.1}{3}=2;\quad \frac{3.2.1}{3}=2;$$

für $m=4$

$$\frac{4.3.2.1}{4}=6;\quad \frac{4.3.2.1}{6}=4;\quad \frac{4.3.2.1}{4}=6;$$

für $m=5$

$$\frac{5.4.3.2.1}{5}=24;\ \frac{5.4.3.2.1}{10}=12;\ \frac{5.4.3.2.1}{10}=12;\ \frac{5.4.3.2.1}{5}=24;$$

u. s. f.

Da die Binomialcoëfficienten m_k, je nachdem m gerade oder ungerade ist, von $k=1$ bis $k=\frac{m}{2}$ oder $k=\frac{m-1}{2}$, oder ohne Unterscheidung des Geraden und Ungeraden von $k=1$ bis $k=\frac{m-\frac{1}{2}(1+(-1)^{m-1})}{2}$ zunehmen, von diesem Werthe aber bis zu $k=m$ abnehmen, so ist allgemein klar, dass die Werthe von $\frac{m(m-1)\ldots 2.1}{m_k}$, da in diesem Ausdruck der Zähler unabhängig von k ist, von $k=1$ bis $k=\frac{m-\frac{1}{2}(1+(-1)^{m-1})}{2}$ abnehmen, von da an aber bis zu $k=m$ zunehmen müssen; d. h. die Zahl der Classificationen, welche irgend eine Classe von

Arten gemein haben, ist um so kleiner, je näher die Stellenzahl der Classe der Mitte der Reihe aller Classenzahlen liegt, sie ist in der Mitte selbst am kleinsten, zu Anfang und Ende der Reihe am grössten.

6. Endlich können wir uns noch die Aufgabe setzen, die Anzahl der in allen $m\,(m-1)\ldots 2\,.\,1$ Classificationen zusammengenommen enthaltenen wesentlich verschiedenen Arten aller Classen zu bestimmen.

Bezeichnen wir, wie in (1), die Classificationen durch die Ordnung der die Anzahl der Glieder der Nebeneintheilungen angebenden Zahlen, $n_1, n_2, n_3, \ldots n_m$, so werden dieselben, wie dort, dargestellt durch

$$\begin{array}{l} n_1\, n_2\, n_3 \ldots\ldots\ldots n_m, \\ n_1\, n_3\, n_2 \ldots\ldots\ldots n_m, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ n_2\, n_1\, n_3 \ldots\ldots\ldots n_m, \\ n_2\, n_3\, n_1 \ldots\ldots\ldots n_m, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ n_m\, n_{m-1}\, n_{m-2} \ldots\ldots n_1. \end{array}$$

Hieraus ergeben sich nun für die verschiedenen Classen der Arten mit Beziehung auf die verschiedenen Classificationen folgende Zahlen dieser Arten:

$$\begin{array}{lllll} \text{1ste,} & \text{2te,} & \text{3te,} & & m\text{te Classe} \\ n_1, & n_1\, n_2, & n_1\, n_2\, n_3, & \ldots\ldots & n_1\, n_2\, n_3 \ldots n_m \\ n_1, & n_1\, n_3, & n_1\, n_3\, n_2, & \ldots\ldots & n_1\, n_3\, n_2 \ldots n_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ n_2, & n_2\, n_1, & n_2\, n_1\, n_3, & \ldots\ldots & n_2\, n_1\, n_3 \ldots n_m \\ n_2, & n_2\, n_3, & n_2\, n_3\, n_1, & \ldots\ldots & n_2\, n_3\, n_1 \ldots n_m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\ n_m, & n_m\, n_{m-1}, & n_m\, n_{m-1}\, n_{m-2}, & \ldots\ldots & n_m\, n_{m-1}\, n_{m-1} \ldots n_1. \end{array}$$

Da aber diejenigen unter diesen Producten, welche sich von einander nur durch die verschiedene Anordnung ihrer Factoren unterscheiden, Zahlen von Arten bezeichnen, die wesentlich dieselben sind, so sind alle diese Producte nur einmal zu nehmen, und ihre

Permutationen, als für die vorliegende Bestimmung bedeutungslos, wegzulassen. Dasselbe gilt von den Wiederholungen der Zahlen n_1, n_2 u. s. w. der ersten Classe. Hiernach ist nun die Summe der wesentlich verschiedenen Arten

für die erste Classe $= n_1 + n_2 + n_3 \ldots + n_m$;

„ „ zweite „ $= n_1 n_2 + n_1 n_3 + \ldots + n_2 n_3 + \ldots + n_{m-1} n_m$;

„ „ dritte „ $= n_1 n_2 n_3 + n_1 n_2 n_4 + \ldots + n_2 n_3 n_4 + \ldots + n_{m-2} n_{m-1} n_m$; u. s. f.

„ „ letzte „ $= n_1 n_2 n_3 \ldots n_m$.

Es ist also die Summe der Arten erster Classe gleich der Summe der einfachen Factoren $n_1, n_2, n_3, \ldots n_m$; die Summe der Arten zweiter Classe gleich der Summe aller Producte dieser Factoren zu zweien; die Summe der Arten dritter Classe gleich der Summe aller Producte derselben Factoren zu je dreien, u. s. f.; die Summe der Arten der letzten Classe gleich dem Product aus sämmtlichen Factoren. Bezeichnen wir diese Summen der Reihe nach durch $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$, so ist also die gesuchte Gesammtzahl aller Arten

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots . + a_m.$$

Dieser Ausdruck lässt sich aber in einen bequemeren umwandeln. Bekanntlich ist nämlich, wenn x eine beliebige Zahlgrösse ist, und $a_1, a_2, \ldots a_m$ in der eben festgesetzten Bedeutung genommen werden,

$$(x + n_1)(x + n_2)(x + n_3) \ldots . (x + n_m)$$
$$= x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + a_3 x^{m-3} + \ldots + a_m.$$

Setzt man nun $x = 1$, so ergiebt sich

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_m = (1 + n_1)(1 + n_2)(1 + n_3) \ldots (1 + n_m) - 1,$$

welcher Ausdruck für $n_1 = n_2 = n_4 = \ldots = n_m = n$ in

$$(1 + n)^m - 1$$

übergeht.

Im obigen Beispiel war $n_1 = 2$, $n_2 = 3$, $n_3 = 4$. Hieraus folgt $a_1 = 2 + 3 + 4 = 9$; $a_2 = 2.3 + 2.4 + 3.4 = 26$; $a_3 = 2.3.4 = 24$; daher $a_1 + a_2 + a_3 = 59 = (1+2)(1+3)(1+4) - 1$; wie dies die Ausführung in (2) thatsächlich bestätigt.

In der Classification der Urtheile (§ 63) kamen vier Nebeneintheilungen vor, und war für die Qualität $n_1 = 2$, für die Quantität $n_2 = 2$, für die Relation $n_3 = 2$, für die Modalität $n_3 = 3$. Hier-

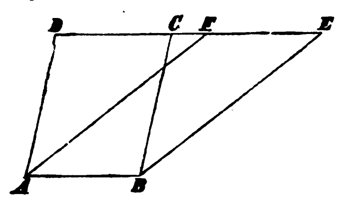
nach sind überhaupt 1.2.3.4 = 24 Classificationen der Urtheile, und für jede vier Classen von Arten möglich. Die Zahl der verschiedenen möglichen Arten ist

für die 1ste Classe $a_1 = 2 + 2 + 2 + 3 = 9$;
„ „ 2te „ $a_2 = 2.2 + 2.2 + 2.3 + 2.2 + 2.3 + 2.3 = 30$;
„ „ 3te „ $a_3 = 2.2.2 + 2.2.3 + 2.2.3 + 2.2.3 = 44$;
„ „ 4te „ $a_4 = 2.2.2.3 = 24$;

daher $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 107 = (1+2)(1+2)(1+2)(1+3) - 1$ mögliche und wesentlich verschiedene Arten von Urtheilen; was ebenfalls durch die Ausführung im Einzelnen bestätigt wird.

III. Zur Lehre von den Beweisen.

1. *Logische Zergliederung des Beweises für den Lehrsatz: Parallelogramme,* ABCD, ABEF, *auf einerlei Grundlinie und zwischen denselben Parallelen* AB, DE, *sind an Flächeninhalt einander gleich.*



I. Beweis des Lehrsatzes selbst.

1) Wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten sammt dem eingeschlossenen Winkel der Reihe nach gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.
2) In den △△ *ADF*, *BCE* ist *AD* = *BC*, *DF* = *CE*, ∠*D* = ∠*C*.

---

3) Also ist △ *ADF* ≅ △ *BCE*.
4) Gleiches von Gleichem hinweggenommen lässt Gleiches.
5) △ *BCE* = △ *ADF* (3); *ABED* = *ABED*.

---

6) Also ist Parallgr. *ABCD* = Parallgr. *ABEF*.

Hier ist 4 ein Grundsatz, ebenso in 5, dass *ABED* = *ABED*, unmittelbare Anwendung des Grundsatzes, dass jede Grösse sich selbst gleich ist. Dagegen sind 1 und 2 zu beweisen.

II. **Beweis von 1.**

7) Zwischen zwei gegebenen Punkten ist nicht mehr als eine Gerade möglich.

8) Wenn man zwei △△ abc, $\alpha\beta\gamma$, in denen $ab = \alpha\beta$, $ac = \alpha\gamma$ und $\angle a = \angle \alpha$, so auf einander legt, dass ab und $\alpha\beta$, $\angle a$ und $\angle \alpha$ sich decken, so decken sich auch ac und $\alpha\gamma$, und fallen daher die Punkte b und β, c und γ zusammen.

---

1) Also fallen auch die diese Punkte verbindenden geraden Linien in eine einzige Gerade zusammen, mithin congruiren die Dreiecke.

Hier ist 7 ein Grundsatz. Dagegen fordert 8 einen Beweis.

III. Beweis von 8.

9) Gleiche Gerade sowohl als Winkel decken einander, und Gerade und Winkel, die sich decken, sind gleich (Definitionen).

10) In den △△ abc, $\alpha\beta\gamma$ ist $ab = \alpha\beta$, $ac = \alpha\gamma$, $\angle a = \angle \alpha$, (Vorauss. in 8).

---

8) Daher decken sich diese Geraden und Winkel, und fallen b und β, c und γ (als Grenzen der ersteren) zusammen.

Es bleibt jetzt noch der Beweis von 2 übrig. Dieser Satz besteht aber aus drei Theilen, von denen keiner den anderen einschliesst, nämlich: 2. *a*) $AD = BC$; 2. *b*) $DF = CE$; 3. *c*) $\angle D = \angle C$.

IV. Beweis von 2. *a*.

11) Die gegenüberliegenden Seiten eines Parallelogramms sind gleich.

12) $ABCD$ und $ABEF$ sind Parallelogramme.

---

2. *a*) Also $AD = BC$; überdies

13) $AB = DC$ und $AB = FE$.

Hier ist 12 die Voraussetzung des Lehrsatzes, aber 11 zu beweisen.

V. Beweis von 11.

14) Die gleichnamigen Seiten congruenter Dreiecke sind gleich.

15) Die gegenüberliegenden Seiten eines Parallelogramms sind zugleich gleichnamige Seiten congruenter Dreiecke.

---

11) Die gegenüberliegenden Seiten eines Parallelogramms sind gleich.

VI. Beweis von 14.

9) Gerade, die sich decken, sind gleich (Definition).

16) Die gleichnamigen Seiten congruenter Dreiecke sind Gerade, die sich decken (Definition).

---

14) Die gleichnamigen Seiten congruenter Dreiecke sind gleich.

VII. Beweis von 15.

17) Wenn in zwei Dreiecken eine Seite und die beiden anliegenden Winkel der Reihe nach gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.

18) Wenn man das Parallelogramm durch die Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt, so sind *a*) die zu beiden Seiten der Diagonale ihren entgegengesetzten Enden anliegenden Winkel dieser Dreiecke beziehungsweise gleich, *b*) die Diagonale ist beiden Dreiecken gemein und stellt in sofern zwei gleiche Seiten dar.

---

15) Also sind die zwei Dreiecke, in welche die Diagonale das Parallelogramm zerlegt, congruent, und die gleichnamigen nicht zusammenfallenden Seiten derselben gegenüberliegende Seiten des Parallelogramms.

Hier ist sowohl 17 als 18. *a* zu beweisen; 18. *b* aber eine unmittelbare Folgerung aus dem Grundsatz: jede Grösse ist sich selbst gleich.

VIII. Beweis von 17.

1) Wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten sammt dem eingeschlossenen Winkel der Reihe nach gleich sind, so sind die Dreiecke congruent.

19) Wenn in zwei Dreiecken eine Seite und die beiden anliegenden Winkel der Reihe nach gleich sind, so sind auch die beiden anderen Seiten, welche mit der gegebenen die beiden gegebenen Winkel einschliessen, gleich.

---

17) Also sind dann die Dreiecke congruent.

Hier ist 1 schon bewiesen. Es erübrigt noch

IX. Beweis von 19.

20) Wenn sich zwei nicht zusammenfallende Gerade schneiden, so geschieht dies nur in einem Punkte.

21) Legt man die Dreiecke von der in 19 vorausgesetzten Beschaffenheit so auf einander, dass die als gleich gegebenen Stücke sich decken, so fallen die beiden anderen (nicht als gleich gegebenen) Seiten auf einander, bilden also nur ein Paar sich schneidender Geraden.

---

19) Also fallen ihre Durchschnittspunkte zusammen, mithin ihre beiden Endpunkte; daher decken sich die Geraden und sind also gleich (9).

Hier ist 20 eine Folgerung aus 7. Denn angenommen das Gegentheil: die Geraden schnitten sich in mehr als zwei Punkten, so gäbe es zwischen diesen mehr als eine Gerade, im Widerspruch mit 7.

Ebenso ist 21 eine unmittelbare Folge der Definition der Gleichheit in 7. Hiermit ist nun 17 vollständig bewiesen.

X. Beweis von 18. *a*.

22) Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden geschnitten werden, so sind die Wechselwinkel gleich.

23) Die Diagonale schneidet zwei Paare paralleler Geraden.

---

18. *a*) Also sind die an der Diagonale liegenden Wechselwinkel gleich.

Hier folgt 23 unmittelbar aus den Definitionen des Parallelogramms und seiner Diagonale, dagegen ist 22 zu beweisen.

XI. Beweis von 22.

24) Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden geschnitten werden, so ist der äussere Winkel dem gegenüberliegenden inneren gleich.

25) Ist bei solchen geschnittenen Parallelen der äussere Winkel dem gegenüberliegenden inneren gleich, so sind auch die Wechselwinkel gleich.

---

22) Wenn daher zwei Parallelen von einer dritten u. s. w. wie oben.

Der Kürze halber wollen wir 24 als unmittelbare Folgerung aus der Definition der Parallelen als gerader Linien von einerlei

Richtung betrachten, ohne gerade diese Definition unbedingt zu vertreten. Dann bleibt noch 25 zu beweisen übrig.

XII. Beweis von 25.

26) Zwei Grössen, die einer dritten gleich sind, sind einander selbst gleich.

27) In 25 ist dem äusseren Winkel sowohl *a*) der ihm gegenüberliegende, als *b*) der anliegende der beiden Wechselwinkel gleich.

---

25) Also sind, unter derselben Voraussetzung wie oben, die Wechselwinkel einander selbst gleich.

Hier ist 26 Grundsatz, 27. *a* folgt aus der Definition der Wechselwinkel und der Voraussetzung von 25; aber 27. *b* ist zu beweisen.

XIII. Beweis von 27. *b*.

28) Scheitelwinkel sind gleich.

29) Der äussere Winkel in 27. *b* ist der Scheitelwinkel des anliegenden Wechselwinkels.

---

27. *b*) Der äussere Winkel ist dem anliegenden Wechselwinkel gleich.

Es folgt hier 29 unmittelbar aus den Definitionen des äusseren sowie der Wechsel- und Scheitelwinkel. Der Beweis von 28 kann mit Zuziehung des Begriffs der Richtung so geführt werden.

XIV. Beweis von 28.

30) Winkel, deren Schenkel paarweise verglichen einerlei Richtung haben, sind gleich.

31) Von zwei Scheitelwinkeln (ABC, DBE), welche zwei (in B) sich schneidende Gerade (AD, CE) bilden, sind die Richtungen des einen Schenkelpaars (AB, BD) sowohl als des anderen (CB, BE) gleich.

---

28) Also sind diese Scheitelwinkel gleich.

Hier ist 31 Folge der Definitionen der Geraden als Linie von unveränderlicher Richtung; 30 Folge der angenommenen Definition; der Winkel ist der (qualitative) Unterschied der vom Scheitel aus divergirenden oder im Scheitel convergirenden Richtungen seiner Schenkel. Es liegt hierbei eigentlich der allgemeine Satz zum Grunde: sind zwei Qualitäten A, B einerlei, und zwei von diesen verschiedene Qualitäten C, D unter sich ebenfalls einerlei, so ist der Unterschied zwischen A und C identisch mit dem

Unterschied zwischen B und D. Im Uebrigen mag auch diese Beweisführung nur als eine zur Abkürzung gewählte angesehen werden.

Es ist nun 18. *a* und damit 2. *a* vollständig bewiesen. Es folgt

XV. Beweis von 2. *b*.

32) Gleiches zu Gleichem addirt giebt Gleiches.

33) In den Parallelogrammen $ABCD$, $ABEF$ ist *a*) $DC = EF$, *b*) $CF = CF$.

---

2. *b*) Also ist $DF = CE$.

Es ist aber 32 ein Grundsatz und 33. *b* Folge des Grundsatzes, dass jede Grösse sich selbst gleich ist; also nur, dass $DC = EF$, zu beweisen.

XVI. Beweis von 33. *a*.

26) Zwei Grössen, die einer dritten gleich sind, sind selbst gleich.

13) $AB = DC$, $AB = FE$.

---

33. *a*) $DC = FE$.

Hiermit ist 2. *b* bewiesen, da 26 ein Grundsatz und 13 unter IV abgeleitet ist.

XVII. Beweis von 2. *c*.

24) Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden geschnitten werden, so ist der äussere Winkel dem gegenüberliegenden inneren gleich.

34) In der obigen Figur ist $\angle C$ der äussere, $\angle D$ der gegenüberliegende innere Winkel solcher geschnittenen Parallelen.

---

2. *c*) Also ist $\angle C = \angle D$ oder $\angle D = \angle C$, wie oben.

Da 24 unter X als Folgerung aus einer Definition angenommen ist, und 34 aus der Definition des Parallelogramms folgt, so ist hiermit der Beweis zu Ende und ganz auf Definitionen und Grundsätze zurückgeführt. Die Begründung der Definitionen durch Deductionen konnte für den vorliegenden Zweck übergangen werden.

Die Zusammenstellung aller dieser Schlüsse giebt das folgende Schema, in welchem, wie man leicht sieht, die Doppellinien Sätze trennen, die keinen Zusammenhang haben, die einfachen aber, wie gewöhnlich, den Schlusssatz von seinen Vordersätzen sondern. Es giebt ein Bild von den Verzweigungen der Schlüsse, die schon beim Beweis eines so einfachen Satzes wie der vorliegende stattfinden, wenn dieser auf seine letzten Beweisgründe zurückgeführt wird.

30) Folg. aus Erkl.
31) Folg. aus Erkl.

9) Erklär.
10) Vorauss.
28) Schluss
7) Grunds. 26) Grunds. 29) Folg. aus Erkl.

8) . . . . 8) Schluss 20) Folg. aus 7 24) Folg. aus Erkl. 27. *a*) Folg. aus Erkl. und 27. *b*) Schluss

1) Schluss . . . . 1) Schluss 21) Folg. aus 9 25) . . . . 25) Schluss

9) Erkl. 19) . . . . 19) Schluss 22) Schluss
16) Erkl. 17) Schluss 23) Folg. aus Erkl.

14) Schluss 18. *b*) Folg. aus Grds. und . . . 18. *a*) Schluss

15) . . . . . . 15) Schluss

11) Schluss
12) Vorauss. 26) Grunds.

2. *a*) Schluss und 13) (Schluss) 32) Grunds.
33. *a*) Schluss und 33. *b*) Folg. aus Grds. . . . 33) (Schluss)

4) Grunds. 2) . . . . . 2. *b*) . . . . 2. *b*) Schluss

5) Grunds. und 3) Schluss 24) Folg. aus Erkl.
6) Schluss = Lehrsatz 34) Folg. aus Erkl.
2. *c*) . . . . 2. *c*) Schluss

2. *Von der reinen Umkehrbarkeit allgemein bejahender Sätze.*

1. Häufig wird, insbesondere in der Geometrie, die reine Umkehrbarkeit eines Lehrsatzes apagogisch erwiesen. Der folgende von F. C. Hauber* gefundene allgemeine, selbst aber apagogisch zu erweisende Satz, zeigt, unter welchen Bedingungen die reine Umkehrbarkeit eines allgemein bejahenden hypothetischen Urtheils keines besonderen Beweises bedarf, sondern die nothwendige Folge von allgemeinen logischen Gründen ist.

Wenn einem Subject S entweder a oder b oder c, desgleichen einem Subject Σ entweder α oder β oder γ als Prädicat zukommt, und es überdies bekannt ist, dass

1) wenn $S \, . \, . \, a$, immer auch $\Sigma \, . \, . \, \alpha$,
2) wenn $S \, . \, . \, b$, immer auch $\Sigma \, . \, . \, \beta$,
3) wenn $S \, . \, . \, c$, immer auch $\Sigma \, . \, . \, \gamma$,

so ist auch umgekehrt

4) wenn $\Sigma \, . \, . \, \alpha$, immer $S \, . \, . \, a$,
5) wenn $\Sigma \, . \, . \, \beta$, immer $S \, . \, . \, b$,
6) wenn $\Sigma \, . \, . \, \gamma$, immer $S \, . \, . \, c$.

Beweis. Angenommen: wenn $\Sigma \, . \, . \, a$, sey nicht $S \, . \, . \, a$, so ist, da die Vollständigkeit der Disjunction vorausgesetzt wird, entweder $S \, . \, . \, b$, oder $S \, . \, . \, c$.

Wenn aber $S \, . \, . \, b$ wäre, so müsste (Vorauss. 2) $\Sigma \, . \, . \, \beta$ seyn, also könnte dann, da a und β disjuncte Begriffe sind, Σ nicht α seyn. Ebenso wenn $S \, . \, . \, c$ wäre, so müsste (3) $\Sigma \, . \, . \, \gamma$ seyn, also könnte, aus demselben Grunde wie zuvor, Σ nicht α seyn, beides gegen die Voraussetzung, dass $\Sigma \, . \, . \, \alpha$ ist. Also ist, wenn $\Sigma \, . \, . \, \alpha$, weder $S \, . \, . \, b$ noch $S \, . \, . \, c$, folglich, wegen der Volltsändigkeit der Disjunction, $S \, . \, . \, a$, wie in 4) behauptet wurde.

Ganz auf gleiche Weise wird die Giltigkeit von 5 und 6 erwiesen.

Offenbar ist übrigens der Beweis von der Zahl der disjunctiven Glieder ganz unabhängig. Auch kann Σ dasselbe Subject wie S seyn.

2. Ist also z. B. (wie in Euklid I, 5 und 18) direct erwiesen, dass, wenn das Dreieck (S) gleichschenklig (a) ist, demselben (Σ)

* S. dessen *Scholae logico-mathematicae.* Stuttg. 1829. Cap. VII. § 287.

auch Gleichheit der den gleichen Schenkeln gegenüberstehenden Winkel (α) zukommt; desgleichen, dass, wenn das Dreieck (S) ungleichschenklig (b), also eine seiner Seiten grösser ist als eine der anderen, in demselben Sinne ihm auch Ungleichheit der den ungleichen Seiten gegenüberstehenden Winkel (β) zukommt, nämlich der grösseren Seite auch der grössere Winkel gegenübersteht: so folgt nach Hauber's Satz, dass sowohl, wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich sind (α), auch die gegenüberliegenden Seiten gleich sind (a), als auch, dass, wenn einer der Winkel grösser ist als der andere (β), dem grösseren Winkel die grössere Seite gegenüberliegt (b); welche Sätze Euklid (I, 6 und 19) durch besondere apagogische Beweise begründet.

Es versteht sich übrigens von selbst, dass keiner der direct zu erweisenden Sätze, wie: wenn $S \,..\, a$, so ist $\Sigma \,..\, \alpha$; wenn $S \,..\, b$, so ist $\Sigma \,..\, \beta$, unter ihren näheren oder entfernteren Beweisgründen etwa die Umkehrung des anderen enthalten (also im Beispiel nicht der Beweis von I, 18 sich auf I, 6 stützen) darf, da sonst ein Kreisbeweis entstände.

Ebenso folgt aus Euklid I, 47, II, 12 und 13, sowohl die Umkehrbarkeit dieser beiden letzten Sätze als I, 48. Fügt man ferner zu I, 37 und 38 noch die analogen Sätze für verschiedene Parallelen hinzu, so bedarf es für I, 39 und 40 nicht der besonderen Beweise. Ebenso wenig bedürfen solcher I, 27 und 28, wenn sich unabhängig von ihnen und dem 11ten Grundsatz I, 29 und 16 erweisen lassen.*

3. Alle diese Beispiele lassen sich als besondere Anwendung folgendes sehr allgemeinen Satzes ansehen, der in der gesammten Mathematik vom häufigsten Gebrauch ist, durch Hauber's Satz aber erst seine wahre Begründung erhält:

Stehen zwei veränderliche Grössen x, y in einem solchen wechselseitigen Zusammenhange, dass, wenn für irgend einen Werth von $x = x'$, $y = y'$ wird, und entweder 1) für jeden beliebigen anderen Werth $x \gtrless x'$, $y \gtrless y'$, oder 2) für $x \gtrless x'$, $y \lessgtr y'$, so ist auch im **ersten**

* **Matzka hat in Grunert's Archiv für Math. VI, 653 diesen Gegenstand weiter ausgeführt.**



Falle, wenn $y \gtrless y'$, $x \gtrless x'$, und im **zweiten**, wenn $y' \gtrless y$, $x \lesseqgtr x'$.

Dieser Satz lässt sich auch in Bezug auf stetige Grössen so ausdrücken: Nimmt eine stetige Grösse y stets ab oder zu, wenn eine andere mit ihr im Zusammenhange stehende stetige Grösse x beziehungsweise ab- oder zunimmt, so muss auch umgekehrt, wenn y ab- oder zunimmt, x ab- oder zunehmen; nimmt aber y stets ab oder zu, wenn x beziehungsweise zu- oder abnimmt, so muss auch umgekehrt, wenn y ab- oder zunimmt, x beziehungsweise zu- oder abnehmen.

Die directe und umgekehrte Regeldetri, die gleichzeitige Ab- und Zunahme von Winkeln und Bogen, von Abscissen und Ordinaten der Curven, sind bekannte Anwendungen dieses Satzes.

4. Es ist in logischer Beziehung nicht unwichtig (vgl. oben § 139), zu zeigen, dass von den bekannten zur Transformation der Gleichungen erforderlichen Hilfssätzen: Gleiches zu Gleichem addirt, von Gleichem subtrahirt u. s. w. giebt Gleiches, diejenigen, welche sich auf die indirecten Operationen der Subtraction, Division u. s. w. beziehen, als die reinen Umkehrungen der auf die entsprechenden directen Operationen sich beziehenden Sätze zu betrachten sind. Dies geschieht durch Anwendung des Hauber'schen Satzes.

Sind nämlich A, B, C, D positive Grössen, so ist als Grundsatz anzunehmen, dass nicht nur, wenn $A = B$ und $C = D$, $A + C = B + D$, sondern auch, dass, wenn $A \gtrless B$ und $C = D$, $A + C \gtrless B + D$ ist.

Hier entspricht nun A dem S im obigen Satze (1), $A + C$ dem Σ, $= B$ dem a, $> B$ dem b, $< B$ dem c; $= B + D$ dem α, $> B + D$ dem β, $< B + D$ dem γ. Die Voraussetzung $C = D$ gilt für alle drei Fälle gleichmässig und ist als eine nähere Bestimmung der Hypothesis anzusehen, die auch auf die Umkehrung übergeht. Der Hauber'sche Satz giebt nun zunächst die Umkehrung: wenn $A + C \gtreqless B + D$ und $C = D$, so ist $A \gtreqless B$. Setzt man nun $A + C = A'$, $B + D = B'$, woraus (nach der blossen Definition der Subtraction) folgt $A = A' - C$, $B = B' - D$, so nimmt der

eben erhaltene Satz die Form an: wenn $A' \gtreqless B'$ und $C = D$, so ist $A' - C \gtreqless B' - D$.

Hiernach ist also nicht nur der Satz: Gleiches von Gleichem subtrahirt lässt Gleiches, die reine Umkehrung des Satzes: Gleiches zu Gleichem addirt giebt Gleiches, sondern auch der Satz: Gleiches von Grösserem (Kleinerem) subtrahirt lässt Grösseres (Kleineres) die reine Umkehrung des Satzes: Gleiches zu Grösserem (Kleinerem) addirt giebt Grösseres (Kleineres).

In gleicher Weise folgt nach (1) aus dem Satze: wenn $A \gtreqless B$ und $C = D$, so ist $AC \gtreqless BD$, der umgekehrte: wenn $AC \gtreqless BD$ und $C = D$, so ist $A \gtreqless B$. Setzt man aber $AC = A'$, $BD = B'$, so folgt (nach der Definition der Division), dass $A = \frac{A'}{C}$, $B = \frac{B'}{D}$, und der Satz erhält die Form: wenn $A' \gtreqless B'$ und $C = D$, so ist $\frac{A'}{C} \gtreqless \frac{B'}{D}$.

Auf dieselbe Weise ergiebt sich die Richtigkeit der obigen Behauptung für die Sätze, die sich auf die Potenzirung und Wurzelausziehung beziehen.

5. Noch einfacher kommt man zu denselben Resultaten durch Anwendung des in (3) enthaltenen Satzes, indem man ihn so ausdrückt: wenn für $x' \gtreqless x$, $f(x') \gtreqless f(x)$ ist, so ist auch umgekehrt, wenn $f(x') \gtreqless f(x)$, $x' \gtreqless x$; und wenn für $x' \gtreqless x$, $f(x') \lesseqgtr f(x)$ ist, so ist auch umgekehrt, wenn $f(x') \lesseqgtr f(x)$, $x' \gtreqless x$.

Sey nämlich 1) $f(x) = x + c$, wo $c > 0$, so ist $f(x') = x' + c$, und dann, wenn $x' \gtreqless x$, auch $x' + c \gtreqless x + c$. Daher folgt nach dem obigen Satze, dass auch umgekehrt, wenn $x' + c \gtreqless x + c$, $x' \gtreqless x$ ist. Setzt man nun $x + c = y$ und $x' + c = y'$, woraus $x = y - c$, $x' = y' - c$ folgt, so lautet der durch die Umkehrung erhaltene Satz: wenn $y' \gtreqless y$, so ist auch $y' - c \gtreqless y - c$.

2) Sey $f(x) = cx$, also $f(x') = cx'$. Wenn nun für $x' \gtreqless x$, $cx' \gtreqless cx$, so folgt auch umgekehrt, dass, wenn $cx' \gtreqless cx$, $x' \gtreqless x$; folglich, wenn man $cx = y$, $cx' = y'$, mithin $x = \frac{y}{c}$, $x' = \frac{y'}{c}$ setzt' dass, wenn $y' \gtreqless y$, auch $\frac{y'}{c} \gtreqless \frac{y}{c}$.

3) Sey $f(x) = x^c$, also $f(x') = x'^c$. Wenn nun für $x' \gtreqless x$, $x'^c \gtreqless x^c$ ist, so folgt umgekehrt, dass, wenn $x'^c \gtreqless x^c$, auch $x' \gtreqless x$; daher, wenn man $x^c = y$, $x'^c = y'$, mithin $x = y^{\frac{1}{c}}$, $x' = y'^{\frac{1}{c}}$ setzt, dass, wenn $y' \gtreqless y$, auch $y'^{\frac{1}{c}} \gtreqless y^{\frac{1}{c}}$.

4) Sey $f(x) = c^x$, also $f(x') = c^{x'}$. Wenn nun für $x' \gtreqless x$, $c^{x'} \gtreqless c^x$, so ist auch umgekehrt für $c^{x'} \gtreqless c^x$, $x' \gtreqless x$; daher, wenn man $c^x = y$, $c^{x'} = y'$ setzt, was $x = \frac{\log y}{\log c}$, $x' = \frac{\log y'}{\log c}$, oder, wenn man die Logarithmen der Basis c nimmt und durch $\log_c y$, $\log_c y'$ bezeichnet, $x = \log_c y$, $x' = \log_c y'$ giebt, so folgt der Satz: wenn $y' \gtreqless y$, so ist $\log_c y' \gtreqless \log_c y$.

Es versteht sich, dass alle diese Umkehrungen nur für dieselben Beschaffenheiten der darin enthaltenen Grössen gelten, welche die ihnen zum Grunde liegenden directen Sätze fordern.

6. Der vierte Satz der vorigen Nummer führt bereits zu der transcendenten Operation des Logarithmennehmens einer Grösse und zeigt, inwiefern diese im logischen Sinne die Umkehrung der Erhebung auf variable Potenzen ist. Dies lässt sich leicht auf die anderen bekannten transcendenten Operationen ausdehnen.

1) Sey $f(x) = \sin x$, also $f(x') = \sin x'$, wo x und x' kleiner als $1/_2 \pi$. Wenn nun für $x' \gtreqless x$, $\sin x' \gtreqless \sin x$, so folgt umgekehrt, dass, wenn $\sin x' \gtreqless \sin x$, $x' \gtreqless x$. Setzt man nun $\sin x = y$, $\sin x' = y'$, folglich $x = \operatorname{arc} \sin y$, $x' = \operatorname{arc} \sin y'$, so lässt sich der umgekehrte Satz so ausdrücken: wenn $y' \gtreqless y$, so ist $\operatorname{arc} \sin y' \gtreqless \operatorname{arc} \sin y$. Hieraus erhellt, dass die Operation, die durch *arc sin* bezeichnet wird, die logische Umkehrung der Operation ist, die *sin* anzeigt. Ganz Aehnliches gilt von *tang* und *arc tang*.

2) Sey $f(x) = \cos x$, also $f(x') = \cos x'$. Wenn nun für $x' \gtreqless x$, $\cos x' \lesseqgtr \cos x$, so folgt jetzt nach dem zweiten Satze zu Anfang von No. 5, dass auch umgekehrt, wenn $\cos x' \lesseqgtr \cos x$, $x' \gtreqless x$, oder wenn $y' \lesseqgtr y$, $\operatorname{arc} \cos y' \gtreqless \operatorname{arc} \cos y$. Aehnliches gilt von der Cotangente und den übrigen goniometrischen Functionen.

3) Nach Hauber's Satz folgt ferner, dass, wenn für $f(x') \gtreqless f(x)$ auch für die derivirten Functionen oder Differentialquotienten $f'(x') \gtreqless f'(x)$ ist, ebenso umgekehrt, wenn $f'(x') \gtreqless f'(x)$,

auch $f(x') \gtreqless f(x)$ ist. Setzt man nun $f'(x) = y$, $f(x') = y'$, woraus folgt $f(x) = \int y\,dx$, $f(x') = \int y'\,dx$, so lässt sich der umgekehrte Satz ausdrücken: wenn $y' \gtreqless y$, so ist auch $\int y'\,dx \gtreqless \int y dx$. Aehnliches folgt, wenn für $f(x') \gtreqless f(x)$, $f'(x') \lesseqgtr f'(x)$. Hieraus erhellt, inwiefern im logischen Sinne die Integration die umgekehrte Differentiation ist.

4) Es lässt sich eben so leicht zeigen, dass der analytischen Umkehrung der Functionen, bei welcher die Variable zur Function und die Function zur Variablen gemacht wird, eine logische Umkehrung zu Grunde liegt. Denn setzt man $f(x) = y$, $f(x') = y'$ und bezeichnet die Abhängigkeit des x von y durch $x = \varphi\,(y)$, woraus $x' = \varphi\,(y')$, so nehmen die Sätze zu Anfange von Nr. 5 folgende Form an: wenn für $x' \gtreqless x$, $f(x') \gtreqless f(x)$, so ist auch, wenn $y' \gtreqless y$, $\varphi(y') \gtreqless \varphi(y)$; und wenn für $x' \gtreqless x$, $f(x') \lesseqgtr f(x)$, so ist auch, wenn $y' \gtreqless y$, $\varphi(y') \lesseqgtr \varphi(y)$. Die Transformation, durch welche aus $y = f(x)$ wird $x = \varphi(y)$, beruht also auf der logischen Umkehrung, daher kann φ mit Recht die umgekehrte Function f genannt werden.

3. *Ueber die Anwendung der Induction in der Analysis.*

1. Bekanntlich wird in der Mathematik, insbesondere der Analysis, wie in der Naturforschung, die Induction häufig gebraucht, um ein verborgenes Gesetz des Grössenzusammenhangs zu entdecken. Diese Induction ist bald vollständig, bald unvollständig. Ein Beispiel der ersteren ist der binomische Lehrsatz, der zuerst von Stifel, Briggs und Pascal nur für ganze positive Exponenten gefunden, dann von Newton auf gebrochene und negative Exponenten ausgedehnt, endlich später nicht nur für diese, sondern auch für irrationale und transcendente Exponenten, sofern diese sich in beliebig enge Grenzen einschliessen lassen, streng erwiesen wurde. Die Art, wie Newton die Geltung desselben erweiterte, ist aber selbst ein Beispiel für den Gebrauch der unvollständigen Induction, die im allgemeinen nicht gewisse, sondern nur wahrscheinliche Resultate giebt und daher kein streng mathematisches Beweismittel, sondern nur als heuristische Methode zulässig ist. Als solche ist sie nun in der Analysis äusserst häufig

benutzt, oft aber auch übereilt (selbst von einem Euler) einer Beweisart gleich gestellt worden, was sie in der That erst dann wird, wenn die Induction nach einem zuerst von Jakob Bernoulli (*Acta Erudit.* 1686. *p.* 360) angegebenen Verfahren, dem sogenannten Schluss von n auf $n+1$, eine Ergänzung erhält. Sowohl dieses Verfahren als der Gebrauch der unvollständigen Induction in der Analysis überhaupt ist einer näheren logischen Betrachtung nicht unwerth.

2. Die Induction wird in der Analysis hauptsächlich angewendet, um das Gesetz zu entdecken, nach welchem eine Reihe von Grössen, die nach ihren Stellenzahlen geordnet sind, fortschreitet, d. i. jedes Glied der Reihe von seiner Stellenzahl abhängt; das sogenannte allgemeine oder $n$te Glied ist der Ausdruck dieses Gesetzes oder der gemeinsamen Form der Abhängigkeit aller Glieder von ihren Stellenzahlen. Hierbei sind aber zwei Fälle zu unterscheiden. Entweder nämlich ist 1) die Form einiger Anfangsglieder der Reihe gegeben, und soll daraus die Form des $n$ten Gliedes gefunden werden; oder 2) das Gesetz der Erzeugung der Reihe ist gegeben und daraus das $n$te Glied zu bestimmen.

Bleiben wir zunächst bei dem ersten Falle stehen, so seyen u_1, u_2, u_3, u_4 die Anfangsglieder der Reihe. Zeigt nun die Vergleichung dieser Glieder eine gemeinsame Form der Abhängigkeit derselben von ihren Stellenzahlen, so dass

$$u_1 = f(1), \quad u_2 = f(2), \quad u_3 = f(3), \quad u_4 = f(4),$$

so folgt nach vollständiger Induction, dass ihr gemeinsames Gesetz durch

$$u_n = f(n)$$

ausgedrückt wird, wo aber n nur die Werthe 1, 2, 3, 4 zukommen. Folgert man aber hieraus weiter, dass diese Formel auch für alle folgenden Glieder gelte, so liegt dabei die Voraussetzung zu Grunde, dass zwischen allen Gliedern der Reihe strenge Analogie stattfinde. Auf diese Weise leitet man z. B. aus den gegebenen Anfangsgliedern der Reihen

$$1,\ 2^2,\ 3^2,\ 4^2,\ \ldots$$

$$1,\ 1.2,\ 1.2.3,\ 1.2.3.4,\ \ldots$$

$$a,\ ax,\ ax^2,\ ax^2,\ \ldots$$

ab, dass ihre allgemeinen Glieder resp.

$$n^2,\ 1.2.3\ldots n,\ ax^n$$

sind. Unter dieser Voraussetzung der strengen Analogie zwischen allen Gliedern ist daher der Schluss von der Form einiger auf die aller kein blosser Wahrscheinlichkeitsschluss, sondern das Ergebniss hat volle Gewissheit.

3. Wo nun aber diese Voraussetzung einer vollständigen Analogie nicht gegeben ist, wo es unbestimmt bleibt, ob das für die gegebenen Anfangsglieder giltige Gesetz für die ganze Reihe gilt, da hört die Sicherheit dieses inductiven Verfahrens in der Bestimmung des allgemeinen Gliedes auf. Das allgemeine Glied der Reihe 1, 2, 3, 4, 5 .... ist z. B. gewiss $= n$, wenn die Voraussetzung gegeben ist, dass die Form der fünf Anfangsglieder für die ganze Reihe maassgebend seyn soll; wenn aber diese ausdrückliche Bestimmung fehlt, so kann dieselbe Reihe auch der Anfang einer Reihe seyn, deren $n$tes Glied angiebt, auf wievielmal die Zahl n sich aus den Zahlen 1, 2, 3 und ihren Wiederholungen durch Addition zusammensetzen lässt. In der That nämlich ist

$$1=1,$$
$$2=1+1,\ \text{oder}=2,$$
$$3=1+1+1=1+2,\ \text{oder}=3,$$
$$4=1+1+1+1=1+1+2=1+3=2+2,$$
$$5=1+1+1+1+1=1+1+1+2=1+1+3=1+2+2=2+3.$$

Es lässt sich also 1 aus 1, 2 und 3 nur auf eine Weise, 2 dagegen auf zweierlei, 3 auf dreierlei, 4 auf viererlei, 5 auf fünferlei Weise setzen oder zusammensetzen. Dagegen ist

$$6=1+1+1+1+1+1=1+1+1+1+2=1+1+1+3$$
$$=1+1+2+2=1+2+3=2+2+2=3+3,$$
$$7=1+1+1+1+1+1+1=1+1+1+1+1+2$$
$$=1+1+1+1+3=1+1+1+2+2$$
$$=1+1+2+3=1+2+2+2=1+3+3=2+2+3.$$

Es lässt sich also 6 auf siebenerlei, 7 auf achterlei Weise aus 1, 2, 3 zusammensetzen, und können demnach die Anfangsglieder 1, 2, 3, 4, 5 ebensowohl der natürlichen Zahlenreihe als einer Reihe angehören, deren nächst folgende Glieder 7 und 8 sind, und welche angiebt,

auf wievielfache Art sich die natürlichen Zahlen in die Summanden 1, 2, 3 zerlegen lassen.

Fermat bemerkte, dass $2^2 + 1 = 5$, $2^{2^2} + 1 = 17$, $2^{2^3} + 1 = 257$, $2^{2^4} + 1 = 65536$ u. s. f. Primzahlen sind, und dass dies auch noch von $2^{2^8} + 1$ und $2^{2^{16}} + 1$ gelte. Er schloss hieraus durch Induction und nach Analogie, dass allgemein $2^{2^n} + 1$, wenn n eine ganze positive Zahl, eine Primzahl sey, indem er voraussetzte, dass aus diesen 16 Gliedern der Reihe sich das allgemeine Glied bestimmen lasse. Euler aber zeigte, dass dieses Gesetz nur bis zur 31sten Potenz von 2 gilt, indem $2^{2^{32}} + 1 = 4294967297$ durch 641 theilbar ist.

4. Diese Ungewissheit über die Form des allgemeinen Gliedes tritt im allgemeinen immer in dem zweiten der zuvor (2) unterschiedenen Fälle ein, wo die Reihe erst nach einem gegebenen Bildungsgesetz zu erzeugen ist. Es bedarf dann eines besonderen Beweises, dass die durch vollständige Induction aus den Anfangsgliedern abgeleitete Form der Abhängigkeit derselben von ihren Stellenzahlen nach Analogie auch auf alle folgende Glieder übergetragen werden darf, oder, was dasselbe, dass zwischen allen Gliedern der Reihe strenge Analogie stattfindet. Dies leistet nun die Bernoulli'sche Ergänzungsmethode der unvollständigen Induction. Sie findet ihre Anwendung überall da, wo eine Reihe in der Weise erzeugt wird, dass durch Ausführung derselben Rechnungsoperationen aus dem gegebenen ersten Glied das zweite, aus diesem das dritte, aus dem dritten das vierte u. s. f., allgemein aus dem $n$ten Glied das $(n+1)$te entsteht. Bezeichnet man symbolisch die vorzunehmende Rechnungsoperation durch den Buchstaben D (Derivation im weitesten Sinne), und bezeichnen, wie zuvor,

$$u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4,\ \ldots .\ u_n,\ u_{n+1},\ \ldots .$$

die Glieder der Reihe, so ist also

$$u_2 = Du_1,\ u_3 = Du_2,\ u_4 = Du_3,\ \ldots .\ u_{n+1} = Du_n\ \ldots .$$

Findet sich nun durch Ausführung der durch D angedeuteten Rechnungsoperation, dass die Anfangsglieder sich darstellen lassen in den Formen

$$u_1 = f(1),\ u_2 = f(2),\ u_3 = f(3),\ u_4 = f(4),$$

dass sie also in gleicher Weise von ihren Stellenzahlen abhängen, so kann hypothetisch nach Analogie angenommen werden, dass allgemein
$$u_n = f(n).$$
Um aber die Giltigkeit dieser Annahme zu prüfen, ist zu untersuchen, welche Form unter dieser Voraussetzung
$$u_{n+1} = D u_n = D f(n)$$
hat. Giebt nun die Ausführung der Rechnung, dass
$$u_{n+1} = f(n+1),$$
so ist bewiesen, dass zwischen allen Gliedern der Reihe strenge Analogie stattfindet, dass alle von ihren Stellenzahlen in der gleichen Form abhängen, und dass weil die Form $f(n)$ bis zu $n=4$ direct als giltig nachgewiesen ist, sie auch für alle folgenden Werthe von n gilt.

5. Zur Erläuterung mögen einige Beispiele beigefügt werden.

1) Sey gegeben
$$u_1 = x + a_1,$$
und daraus die Reihe $u_1, u_2, u_3, u_4, \ldots u_n, u_{n+1}$ in solcher Weise zu bilden, dass
$$u_2 = (x+a_2) u_1, u_3 = (x+a_3) u_2, u_4 = (x+a_4) u_3, \ldots u_{n+1} = (x+a_{n+1}) u_n,$$
also auch
$$u_n = (x+a_1)(x+a_2)(x+a_3) \ldots (x+a_n),$$
so hat hier D die Bedeutung der Multiplication jedes Gliedes durch einen hinzukommenden binomischen Factor, wodurch das nächstfolgende Glied erzeugt wird. Nun giebt aber die Ausführung dieser Multiplication
$$u_2 = x^2 + (a_1 + a_2)\dot{u} + a_1 a_2;$$
$$u_3 = x^3 + (a_1 + a_2 + a_3) x^2 + (a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3) x + a_1 a_2 a_3;$$
$$u_4 = x^4 + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) x^3$$
$$+ (a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_1 a_4 + a_2 a_3 + a_2 a_4 + a_3 a_4) x^2$$
$$+ (a_1 a_2 a_3 + a_1 a_2 a_4 + a_1 a_3 a_4 + a_2 a_3 a_4) x + a_1 a_2 a_3 a_4.$$
Die Vergleichung dieser Ergebnisse zeigt, dass sie eine gemeinsame Form haben, in gleicher Weise von ihren Stellenzahlen abhängen. Denn alle sind erstens nach den absteigenden Potenzen von x geordnete Aggregate, und der Exponent der höchsten Potenz die Stellenzahl. Ferner ist der Coëfficient der höchsten Potenz in allen 1. Drittens ist der Coëfficient der nächst niedrigeren Potenz die Summe

der in u_2, u_3, u_4 resp. aufgenommenen Constanten a_1 und a_2; a_1, a_2 und a_3; a_1, a_2, a_3 und a_4. Viertens ist der nächst folgende Coëfficient die Summe der binären Producte dieser Grössen; fünftens für u_3 und u_4 der vierte Coëfficient die Summe der ternären Producte derselben Grössen; endlich kann ebenso der letzte Coëfficient von u_4 als die Summe der quaternären Producte angesehen werden. Vermöge dieses durch Induction gefundenen Bildungsgesetzes kann nun nach Analogie, aber nur hypothetisch, angenommen werden, dass allgemein für jeden ganzen positiven Werth von n

$$u_n = x^n + \overset{n}{C}_1 x^{n-1} + \overset{n}{C}_2 x^{n-2} + \ldots + \overset{n}{C}_{k-1} x^{n-k+1} + \overset{n}{C}_k x^{n-k} + \ldots + \overset{n}{C}_n,$$

wo $\overset{n}{C}_k$ die Summe der sämmtlichen Producte zu k Factoren (der Combinationen ohne Wiederholung der $k$ten Classe) aus den Grössen a_1, a_2, a_3 . . . a_k bezeichnet, und hierdurch die Bedeutung von $\overset{n}{C}_1$, $\overset{n}{C}_2$, . . . $\overset{n}{C}_n$ gegeben ist. Dieses Aggregat ist nun hier das $f(n)$ in der allgemeinen Darstellung der Methode (4), und diese Form ist bis zu $n = 4$ bewiesen.

Nach der Voraussetzung ist aber $u_{n+1} = (x + a_{n+1})\, u_n$. Setzt man nun hier für u_n seinen hypothetisch angenommenen Ausdruck und entwickelt das Product, so erhält man

$$u_{n+1} = x^{n+1} + (\overset{n}{C}_1 + a_{n+1})\, x^n + (\overset{n}{C}_2 + a_{n+1} \overset{n}{C}_1)\, x^{n-1} + \ldots$$
$$\ldots + (\overset{n}{C}_k + a_{n+1} \overset{n}{C}_{k-1})\, x^{n-k+1} + \ldots + a_{n+1} \overset{n}{C}_n.$$

Es erhellt aber sehr leicht, dass, wenn $\overset{n+1}{C}_n$ die Summe aller Producte zu k Factoren aus den Grössen a_1, a_2, . . . a_n, a_{n+1} (die Summe ihrer Combinationen ohne Wiederholung der $k$ten Classe) bedeutet, dass

$$\overset{n}{C}_k + a_{n+1} \overset{n}{C}_{k-1} = \overset{n+1}{C}_k.$$

Folglich ist auch

$$u_{n+1} = x^{n+1} + \overset{n+1}{C}_1 x^n + \overset{n+1}{C}_2 x^{n-1} + \ldots + \overset{n+1}{C}_k x^{n-k} + \ldots + \overset{n+1}{C}_{n+1}.$$

Da nun dieser Ausdruck sich auch aus dem für u_n, durch blosse Vertauschung von n mit $n+1$, ergiebt, also, wenn $u_n = f(n)$, mit Gewissheit folgt, dass $u_{n+1} = f(n+1)$, so ist die strenge Analogie zwischen u_n und u_{n+1} und damit die hypothetisch angenommene

Form für u_n hierdurch erwiesen. Denn da sie bis zu $n=4$ gilt, so gilt sie auch für $n=5$, folglich auch für $n=6$ u. s. f.

2) Sey gegeben

$$u_1 = uv,$$

wo u und v Functionen von x bedeuten, und daraus die Reihe $u_1, u_2, \ldots u_n$ durch successive Differentiation zu bilden, so dass $u_2 = du_1 = d.uv,\ u_3 = du_2 = d^2.uv,\ u_4 = du_3 = d^3.uv, \ldots u_{n+1} = du_n = d^n.uv$ seyn soll, also hier d dem obigen D entspricht. Die successive Differentiation ergiebt unmittelbar

$$d.uv = udv + vdu,$$
$$d^2.uv = ud^2v + 2\,dudv + vd^2u,$$
$$d^3.uv = ud^3v + 3\,dud^2v + 3\,d^2udv + vd^3u,$$
$$d^4.uv = ud^4v + 4du\,d^3v + 6\,d^2u\,d^2v + 4\,du\,d^3v + vd^4u.$$

Da hier die Coëfficienten offenbar die Binomialcoëfficienten resp. der 1sten, 2ten, 3ten und 4ten Potenz sind, so kann nach Analogie und hypothetisch angenommen werden, dass allgemein

$$d^n.uv = ud^nv + n_1\,du\,d^{n-1}v + n_2\,d^2u\,d^{n-2}v + \ldots$$
$$+ n_k\,d^ku\,d^{n-k}v + \ldots + vd^nu,$$

wo $n_1, n_2, \ldots n_k, \ldots$ die Binomialcoëfficienten der $n$ten Potenz bezeichnen. Durch nochmalige Differentiation folgt aber hieraus weiter

$$d^{n+1}.uv = du_{n+1} = ud^{n+1}v + (n_1+1)\,dud^nv + (n_2+n_1)\,d^2ud^{n-1}v + \ldots$$
$$+ (n_k+n_{k-1})\,d^ku\,d^{n-k+1}v + \ldots + vd^{n+1}u.$$

Da nun allgemein

$$n_k + n_{k-1} = \frac{n\,(n-1)\ldots(n-k+1)}{1\,.\,2\,\ldots\ldots k} + \frac{n\,(n-1)\ldots(n-k+2)}{1\,.\,2\,\ldots\ldots(k-1)}$$
$$= \frac{(n+1)\,n\,(n-1)\ldots(n-k+2)}{1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\ldots\ldots k} = (n+1)_k,$$

also der $n$te Binomialcoëfficient der $(n+1)$ten Potenz ist, so ist auch

$$d^{n+1}.uv = ud^{n+1}v + (n+1)_1\,du\,d^nv + (n+1)_2\,d^2u\,d^{n-1}v + \ldots$$
$$+ (n+1)_k\,d^ku\,d^{n-k+1}v + \ldots + vd^{n+1}u.$$

Da nun dieser Ausdruck auch aus dem für $d^n.uv$ hypothetisch angenommenen durch Vertauschung von n mit $n+1$ folgt, so ist letzterer hierdurch als allgemeingiltig erwiesen.

3) Sey

$$u_1 = \int X dx,\ u_2 = \int u_1\,dx,\ u_3 = \int u_2\,dx, \ldots u_n = \int u_{n-1}\,dx,$$

wo X eine Function von x bedeutet, und die Integration die Rech-

nungsoperation ist, die zuvor allgemein mit D bezeichnet wurde, so ist auch

$$u_2 = \int\int X dx^2,\ u_3 = \int\int\int X dx^3,\ u_4 = \overset{4}{\int} X dx^4, \ldots\ u_n = \overset{n}{\int} X dx^n.$$

Durch theilweise Integration ergiebt sich nun

$$u_2 = \int dx \int X dx = x \int X dx - \int X x dx.$$

Hieraus folgt unmittelbar

$$u_3 = \int x dx \int X dx - \int dx \int X x dx;$$

und durch theilweise Integration beider Glieder dieses Ausdrucks

$$u_3 = \frac{1}{2} x^2 \int X dx - \frac{1}{2} \int X x^2 dx - \left[x \int X x dx - \int X x^2 dx\right]$$

$$= \frac{1}{1.2} \left\{x^2 \int X dx - 2x \int X x dx + \int X x^2 dx\right\}.$$

Hieraus folgt weiter unmittelbar

$$u_4 = \int u_3 dx$$

$$= \frac{1}{1.2} \left\{\int x^2 dx \int X dx - 2 \int x dx \int X x dx + \int dx \int X x^2 dx\right\},$$

und durch theilweise Integration aller drei Glieder

$$u_4 = \frac{1}{1.2} \left\{\frac{1}{3} x^3 \int X dx - \frac{1}{3} \int X x^3 dx - 2 \left[\frac{1}{2} x^2 \int X x dx - \frac{1}{2} \int X x^3 dx\right] + x \int X x^2 dx - \int X x^3 dx\right\}$$

$$= \frac{1}{1.2.3} \left\{x^3 \int X dx - 3x^2 \int X x dx + 3x \int X x^2 dx - \int X x^3 dx\right\}.$$

Nach Analogie kann nun hypothetisch angenommen werden, dass allgemein

$$u_n = \frac{1}{1.2\ldots(n-1)} \left\{x^{n-1} \int X dx - (n-1)_1 x^{n-2} \int X x dx + (n-1)_2 x^{n-3} \int X x^2 dx - \ldots + (-1)^k (n-1)_k x^{n-k-1} \int X x^k dx \ldots + (-1)^{n-1} \int X x^{n-1} dx\right\},$$

wo $(n-1)_k$ den $k$ten Binomialcoëfficienten der $(n-1)$ten Potenz bezeichnet. Hieraus folgt unmittelbar

$$u_{n+1} = \int u_n dx$$

$$= \frac{1}{1.2\ldots(n-1)} \left\{\int x^{n-1} dx \int X dx - (n-1)_1 \int x^{n-2} dx \int X x dx + (n-1)_2 \int x^{n-3} dx \int X x^2 dx - \ldots + (-1)^k (n-1)_k \int x^{n-k-1} dx \int X x^k dx \ldots + (-1)^{n-1} \int dx \int X x^{n-1} dx\right\},$$

und durch theilweise Integration

$$\int x^{n-k-1} dx \int X x^k dx = \frac{x^{n-k}}{n-k} \int X x^k dx - \frac{1}{n-k} \int X x^n dx.$$

Setzt man nun hier successiv $k=0, 1, 2, \ldots n-1$, und substituirt die sich ergebenden Ausdrücke in der vorhergehenden Formel, so folgt

$$u_{n+1} = \frac{1}{1.2\ldots n}\Big\{x^n\int X dx - n_1 x^{n-1}\int X x dx + n_2 x^{n-2}\int X x^2 dx - \ldots + (-1)^k n_k x^{n-k}\int X x^k dx \ldots + (-1)^{n-1} x\int X x^{n-1} dx - [1-n_1+n_2-\ldots+(-1)^k n_k \ldots + (-1)^{n-1} n_{n-1}]\int X x^n dx\Big\}.$$

Es ist aber

$$1-n_1+n_2-\ldots+(-1)^k n_k \ldots + (-1)^{n-1} n_{n-1} + (-1)^n n_n = (1-1)^n = 0;$$

daher wird endlich

$$u_{n+1} = \frac{1}{1.2\ldots n}\Big\{x^n\int X dx - n_1 x^{n-1}\int X x\, dx + n_2 x^{n-2}\int X x^2 dx - \ldots + (-1)^k n_k x^{n-k}\int X x^k dx \ldots + (-1)^n n_n \int X x^n dx\Big\}.$$

Da nun dieser Ausdruck auch aus dem für u_n hypothetisch angenommenen durch Vertauschung von n mit $n+1$ folgt, so ist die Giltigkeit dieser Annahme erwiesen, und damit das n-fache Integral $u_n = \int^n X dx^n$ auf n einfache Integrale zurückgeführt.

LEIPZIG, DRUCK VON GIESECKE & DEVRIENT.

DIE

MORALISCHE STATISTIK

UND DIE

MENSCHLICHE WILLENSFREIHEIT.

EINE UNTERSUCHUNG

VON

MORITZ WILHELM DROBISCH.

LEIPZIG
LEOPOLD VOSS.
1867.

Vorwort.

In einer vor siebzehn Jahren veröffentlichten Anzeige* von Quetelet's damals eben erschienener Abhandlung: *sur la statistique morale et les principes qui doivent en former la base,* habe ich das Verhältniss zwischen den Ergebnissen der moralischen Statistik und der menschlichen Willensfreiheit besprochen und zu zeigen gesucht, dass aus den ersteren keine die moralischen Interessen gefährdenden Folgerungen gezogen werden können. Es scheint, dass diese, wenn auch nur kurzen Bemerkungen sich einer nicht blos vorübergehenden Aufmerksamkeit der Statistiker zu erfreuen gehabt haben. Ich darf dies theils aus Privatäusserungen mehrer ausgezeichneter Männer vom Fach schliessen, theils mich auf öffentliche Zeugnisse beziehen, von denen es gnügen mag, zwei anzuführen. Wappäus hat in seiner 1859—61 erschienenen Bevölkerungsstatistik sich mit den von mir dargelegten Ansichten vollkommen einverstanden erklärt und sie an mehreren Stellen seines classischen Werks fast wörtlich aufgenommen, und noch in der jüngsten Zeit hat Adolph Wagner in seiner Schrift: die Gesetzmässigkeit in den scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen vom Standpunkte der Statistik (Hamburg 1864), mehrfach auf jene Recension verwiesen. Dieser Letztere bekennt jedoch, dass er durch die in derselben enthaltene Auseinandersetzung ebenso wenig als durch Quetelet's, Dufau's und van Meenen's frühere Versuche, die von der moralischen Statistik nachgewiesene Gesetzmässigkeit in den willkürlichen Handlungen der Menschen mit ihrer

* Gersdorf's Repertorium, Jahrg. 1849, Bd. I. S. 128 ff.

Willensfreiheit in Einklang zu bringen, völlig befriedigt worden sey. Er ist zwar keineswegs gemeint, mit Dankwardt, J. C. Fischer und Löwenhardt die Willensfreiheit aufzugeben, aber er sieht in ihrem Widerstreit mit jener Gesetzmässigkeit ein noch ungelöstes und vielleicht nie zu lösendes Räthsel. Zugleich beklagt er „die geringe Beachtung der so bedeutungsvollen Untersuchungen Quetelet's und seiner Schule" von Seiten der Philosophen, Theologen und Naturforscher, erklärt sich dieselbe hauptsächlich aus der Abneigung vieler wissenschaftlicher Männer gegen Zahlen und Tabellen und beabsichtigt, durch seine Arbeit solchen Zahlenscheuen das statistische Material zugänglicher und annehmbarer zu machen. Durch alles dieses fand ich mich angeregt, die hochwichtige Frage, ob die Willensfreiheit der moralischen Statistik gegenüber noch haltbar sey, aufs neue und zwar ausführlicher und eingehender, als es in jener Recension geschehen konnte, in Untersuchung zu ziehen. Ich durfte mich wol auch insofern dazu berufen fühlen, als ich nicht zu denen gehöre, die sich mit Zahlen und Tabellen nur ungern befassen, vielmehr mich zu den Freunden der Zahlenstatistik rechnen kann.* So entstand die nachfolgende Abhandlung, die aus einem statistischen und einem philosophischen Theil besteht, gleichwohl aber nicht vorzugsweise für Statistiker und Philosophen geschrieben ist. Denn jenen ist das betreffende Material in viel reicherem Maasse bekannt, als es hier geboten wurde; von Seiten der Philosophen aber wird der zweite Theil, der auf wenigen Bogen ein Problem behandelt, über das ganze Bücher geschrieben worden sind, wie immer in philosophischen Dingen, nur auf eine sehr getheilte Zustimmung rechnen dürfen. Sollte indess diese Arbeit dazu beitragen, unbefangene Leser zu überzeugen, dass die moralische

* Die Beilage wird davon einen kleinen Beleg geben. Ausserdem sey es mir erlaubt, als Proben meiner statistischen Liebhaberei anzuführen die „Beiträge zur Statistik der Universität Leipzig innerhalb der ersten 140 Jahre ihres Bestehens" in den Berichten der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften von den JJ. 1848 und 1849, und den kürzlich erschienenen „statistischen Versuch über die Formen des lateinischen Hexameters", ebendas. 1865.



Statistik allerdings zwar auf einen Determinismus führt, aber nicht auf jenen äussern, der den Menschen zu einem blossen Maschinentheil des Naturmechanismus macht, sondern auf einen innern psychologischen, der, ohne die Einwirkung der Aussenwelt auf unsern Geist gering anzuschlagen, doch diesem eine genügende und stetig zunehmende Unabhängigkeit von der Natur sichert, und der mit dem sittlichen Interesse nicht nur in keinem Widerstreit steht, vielmehr von diesem geradezu gefordert wird; — sollte dazu diese kleine Schrift beitragen, so würde sie ihren Zweck erfüllt haben.

Leipzig, im October 1866.

Der Verfasser.

Inhalt.

Einleitendes.

Dass in der Natur nichts zufällig geschieht, sondern alles Entstehen und Vergehen, alle Veränderungen nothwendige Folgen von wirksamen Ursachen sind, ist heutzutage ein allgemein anerkannter Grundsatz, der durch die exacte Erklärung einer grossen Menge von Naturerscheinungen sich längst als eine berechtigte Voraussetzung erwiesen hat und an den stetigen Fortschritten der Naturerkenntniss sich immer wieder aufs neue bewährt. Gleichwohl geht man viel zu weit, wenn man ohne Einschränkung die Naturgesetze selbst als nothwendige Gesetze bezeichnet. Zunächst nämlich ist zu beachten, dass alle blos durch Beobachtung und Induction aufgefundenen empirischen Naturgesetze zwar allgemeine und ausnahmslose Regeln sind, welche nachweisen, dass eine Gruppe mannigfaltiger oder veränderlicher Erscheinungen durch das Band eines constanten Zusammenhangs verknüpft ist; aber dieser Zusammenhang wird nur als ein thatsächlicher, nicht aber schon als ein nothwendiger erkannt, und dem Gesetz kommt daher an und für sich gleichfalls keine andere als eine blos thatsächliche, factische Geltung zu. Eine nothwendige Geltung erlangt es erst dann, wenn es gelingt, zu zeigen, dass der in ihm ausgesprochene Zusammenhang der Erscheinungen die nothwendige Folge einer Combination von angebbaren zusammenwirkenden Ursachen ist. So waren z. B. die Kepler'schen Gesetze solange nur thatsächlich giltige allgemeine Regeln der Planetenbewegungen bis Newton bewies, dass sie die nothwendigen Folgen des Zusammenwirkens der anziehenden Kraft der Sonne mit einer von der Richtung und Stärke dieser Anziehung

unabhängigen, den Planeten ursprünglich ertheilten geradlinigen und gleichförmigen Bewegung sind. Hierdurch erhielten nun zwar die Kepler'schen Gesetze nothwendige Giltigkeit, aber das Newton'sche Gesetz der Gravitation, nach dem, wie bekannt, die Himmelskörper sich im directen Verhältniss ihrer Massen und im umgekehrten quadratischen Verhältniss ihrer Entfernungen anziehen, hat bis auf diesen Tag nicht nothwendige, sondern nur thatsächliche Geltung. Denn noch Niemand hat erklärt, unter welchen Bedingungen überhaupt sich Massentheile anziehen, unter welchen andern sie sich abstossen müssen, und dass, wenn Anziehung statt findet, sie nicht nach andern Verhältnissen als den thatsächlich gegebenen wirken kann. In vielen Theilen der Naturwissenschaft ist aber eine solche Deduction der Nothwendigkeit der empirischen Gesetze noch nicht einmal gelungen, und überall wo sie gelungen ist, haben die höheren Gesetze, aus denen die empirischen mit Nothwendigkeit folgen, nicht nothwendige, sondern nur diejenige factische Geltung, die durch die Uebereinstimmung ihrer Consequenzen mit den Erscheinungen verbürgt wird. Zwar kann man sie in einem andern Sinne wol nothwendig nennen. Sie sind nämlich allerdings nothwendige Voraussetzungen, ohne welche die Frage, warum die Erscheinungen gerade unter diesen empirischen Gesetzen stehen, unbeantwortet bleiben würde. Aber diese Nothwendigkeit ist nur eine subjective und relative, keine objective und absolute: sie gilt nur für uns, sie macht unserm Denken die wunderbare Regelmässigkeit, die das empirische Gesetz an den Erscheinungen nachweist, begreiflich, giebt uns aber nicht die mindeste Einsicht darüber, dass jene Ursachen und Kräfte, durch deren Annahme wir die Forderungen unsers nach dem Warum fragenden Denkens befriedigen, nicht anders wirken können, als es geschieht, also das Gesetz ihrer Wirksamkeit ein innerlich nothwendiges ist. Die mathematische Dynamik, auf welche, als die letzte und höchste Instanz, alle naturwissenschaftlichen Theorien zurückgeführt werden müssen, weiss mit gleicher Genauigkeit und Gewissheit die Bewegungen anzugeben, die mit Nothwendigkeit erfolgen müssten, wenn Kräfte nach Gesetzen wirkten, die in der Natur gar nicht angezeigt sind, wie sie die wirklich gegebenen,

beobachteten Bewegungen aus Kräften zu deduciren vermag, deren Gesetze durch die Erscheinungen dictirt sind; sie weiss nicht nur die Bahnen, welche die Planeten wirklich beschreiben, aus dem Newton'schen Gravitationsgesetz als nothwendige Folgen abzuleiten, sondern auch die Bahnen zu bestimmen, welche die Planeten beschreiben müssten, wenn sie von der Sonne etwa im directen einfachen, oder im umgekehrten cubischen Verhältniss der Entfernungen angezogen würden. Das Gravitationsgesetz ist also für die allgemeine mathematische Dynamik nur ein einzelner Fall unter unendlich vielen andern gleich denkbaren Voraussetzungen, und es liegt dieser Dynamik daher fern, die Nachweisung innerer Nothwendigkeit des Gravitationsgesetzes auch nur zu versuchen. Für den naturwissenschaftlichen Standpunkt dagegen kann das Gravitationsgesetz immerhin wieder als ein höheres Problem betrachtet werden, an dessen Lösung sich zu versuchen jedoch bisher meistens nur den Metaphysikern überlassen worden ist.*

Hiernach ziemt es nun der Naturwissenschaft, selbst in ihren entwickeltesten Zweigen, nur, zu sagen: der Wechsel der Erscheinungen erfolgt so, wie es geschehen muss, wenn wir annehmen, dass es Kräfte giebt, die, je nach Maassgabe der Eigenthümlichkeit der Erscheinungen, nach diesem oder nach jenem Gesetze wirken; woher diese Kräfte aber stammen, und warum ihre Wirksamkeit an diese und keine andern Gesetze gebunden ist — wissen wir nicht. Die Naturwissenschaft kennt also, um dies noch einmal zu sagen, keine absolut und an sich nothwendigen Gesetze, sondern nur theils empirische, die das Gegebene unter eine allgemeine Regel bringen, theils solche, die, um diese empirischen Gesetze aus höheren Gründen ableiten zu können, hypothetisch vorausgesetzt werden.**

Dürfen wir also von dem Standpunkte des Naturforschers aus, der sich aller metaphysischen Erörterungen enthält und sich nur

* Doch beschäftigte dieses Problem schon Newton (optices lib. III, quaest. 21) und Euler (theoria motus corporum solidorum, introd. cap. 4, §. 184).

** Mehreres über Naturgesetze und ihre Ursachen findet man in des Verf. Programm *de philosophia scientiae naturali insita*, Leipzig, 1864, Pernitzsch.

des formal logischen und mathematischen Denkens bedient, allein von einem relativ nothwendigen Zusammenhang im Naturlauf sprechen, so ist andrerseits von diesem letzteren in einem gewissen Sinne auch die Zufälligkeit nicht unbedingt auszuschliessen. Wir meinen damit diejenige Zufälligkeit, die sich häufig im Zusammentreffen von Ereignissen kundgiebt. Jedes Ereigniss hat zwar seine näheren und entfernteren Ursachen, aber die Ursachen gleichzeitiger Ereignisse stehen oft ausser allem Zusammenhang, oder sie haben mindestens einen in so weiter Vergangenheit liegenden gemeinsamen Ausgangspunkt, dass die Ketten, deren Schlussglieder sie sind, von uns als ausser aller Verbindung stehend angesehen werden. So nennen wir z. B. das Zusammentreffen des Todes oder der Geburt eines grossen Mannes mit einem selteneren Himmelsereigniss (wie etwa des Todestags Kant's, des 12. Februar 1804, mit einer Sonnenfinsterniss, oder des Geburtsjahrs Napoleon's und Wellington's, Cüvier's und A.'s von Humboldt mit dem Jahre des Durchgangs der Venus durch die Sonne, 1769) ein zufälliges. Oder wir nennen es einen unglücklichen Zufall, dass, als das Strohdach einer am äussersten Ende eines Dorfes liegenden Scheune durch Spielen von Kindern mit Zündhölzchen in Brand gesteckt wurde, gerade ein heftiger Wind nach dem Dorfe hin wehte, und dieses daher gänzlich eingeäschert wurde. Diese Zufälligkeit macht sich nun auch bei einer gewissen Art von empirischen Naturgesetzen geltend, die von der zuvor besprochenen Art wesentlich verschieden ist. Die Gesetze, von denen bisher die Rede war, sind nämlich allgemeine Regeln, die auf alle ihnen untergeordneten Fälle Anwendung finden, jeden einzelnen in seiner Individualität gemäss der Regel bestimmen. Denn nach welcher Richtung z. B. ein Lichtstrahl in ein brechendes Medium eindringen möge, so steht doch immer der Sinus seines Einfallswinkels zum Sinus seines Brechungswinkels in demselben constanten Verhältniss; und jeder Theil einer Wassermasse, sey er gross oder klein, ist doch immer aus acht Gewichtstheilen Sauerstoffgas und einem Gewichtstheil Wasserstoffgas gemengt, deren Volumina sich wie 2 zu 1 verhalten. Es giebt dagegen auch empirische Gesetze, die gar nicht für den einzelnen Fall, sondern nur für das Mittel aus einer grossen Anzahl

von Fällen Geltung haben. Hierher gehört z. B. das Drehungsgesetz der Winde, wonach in der gemässigten Zone der nördlichen Halbkugel der Erde der Wind im Mittel die Himmelsgegenden in der Ordnung S. W. N. O. S., auf der südlichen Halbkugel in der umgekehrten Ordnung durchläuft. Ebenso bestimmt das Sterblichkeitsgesetz die noch zu erwartende Lebensdauer für jedes Alter, aber nur für den mittleren Menschen dieses Alters. Streng genommen gehören selbst die Kepler'schen Gesetze hierher; denn sie gelten nur für die Bewegungen der Planeten in ihren mittleren Bahnen, von denen diese unaufhörlich, bald mehr bald weniger, abweichen. In diesem letzteren Falle erklärt nun allerdings das höhere Gesetz der Gravitation diese Abweichungen vom Mittel daraus, dass nicht nur Sonne und Planeten, sondern auch diese unter einander sich wechselseitig anziehen. Abstrahirt man aber von diesen gegenseitigen Anziehungen und zieht in Betracht, dass die Massen der Planeten im Vergleich mit der Masse der Sonne nur sehr klein sind, so resultirt die reine elliptische Bewegung in unveränderlichen Bahnen. Es ist also hier zu unterscheiden zwischen der constanten Ursache der Gesetzlichkeit der Planetenbewegungen im Grossen und Ganzen, die in der weit überwiegenden Anziehung der Sonne ihren Sitz hat, und den variablen oder accidentellen Ursachen der Abweichungen von den mittleren Bahnen, die auf den veränderlichen Stellungen der Planeten zu einander und der grossen Ungleichheit ihrer Massen beruhen. Aber hier stehen auch diese accidentellen Ursachen unter demselben höheren Gesetz wie die constante Ursache (denn auch die sogenannten Störungen erklären sich aus dem Gravitationsgesetz); darum erscheint hier nichts als zufällig, und lässt sich für jeden gegebenen Zeitpunkt die Abweichung eines Planeten von seiner mittleren Bahn vorausberechnen. Nicht so aber die Richtung der Winde, obgleich ihre Aenderung im allgemeinen unter dem Drehungsgesetz steht. Die allgemeine Ursache der Winde ist die Störung des Gleichgewichts der Atmosphäre. Diese wird bewirkt theils durch die Anziehungen von Sonne und Mond, welche Ebbe und Fluth in der Atmosphäre erzeugen, theils durch die ungleiche Erwärmung der Erdoberfläche durch die Sonne, die einem täglichen

und jährlichen periodischen Wechsel unterliegt und wieder durch die ungleiche Erwärmbarkeit und Abkühlbarkeit von Land und Meer, die Verschiedenheit der Bodenverhältnisse, die Gestaltung, Erhebung oder Senkung des Landes u. dgl. m. mannigfaltig modificirt wird. In Bezug auf die Richtung der Winde kommt noch als ein höchst wichtiges Moment hinzu die Rotation der Erde um ihre Axe, zufolge welcher die westöstliche Drehungsgeschwindigkeit der Theile der Atmosphäre mit den wachsenden geographischen Breiten abnimmt. Durch diese, theils constanten, theils periodisch wiederkehrenden Ursachen ist alle Regelmässigkeit, welche an der Richtung der Winde und ihrem Wechsel beobachtet wird, bedingt. Sie tritt aber als eine ausnahmslose nur da auf, wo eine dieser Ursachen die andern entschieden überwiegt, wie bei den Passatwinden, den Moussons und dem täglichen Wechsel von Land- und Seewinden an den Meeresküsten. Wo dagegen zwar ein permanentes Ueberwiegen einer der Ursachen nicht statt findet, eine solche doch aber in längeren Zeiträumen vor den übrigen Ursachen sich geltend macht, da leuchtet zwar im Grossen und Ganzen oder durchschnittlich noch immer eine Regel durch, die aber im Einzelnen vielfache Ausnahmen erleidet. Diese rühren aber auch noch von anderen Ursachen her, die weder constant noch periodisch sind und sich jeder gesetzlichen Bestimmung, daher auch jeder Vorausberechnung entziehen. Solche accidentelle Ursachen sind z. B. bei den Winden die ab- und zunehmende Ausdehnung der Eisfelder in den Polarregionen, die Ablösung von Eisbergen, welche unter südlicheren Breiten schmelzen und verdunsten, vulcanische Eruptionen, Erdbeben u. dgl. m. Auch der Mensch greift hier in sehr merklicher Weise in den Naturlauf ein. Die Ausrottung von Wäldern, die Austrocknung von Sümpfen und Seen verändert das Klima, die Wärme- und Feuchtigkeitsverhältnisse eines Landes und mit diesen die Luftbewegungen; jede Stadt, ja jedes Dorf bringt Aenderungen in der Erwärmung der Atmosphäre hervor, jede Feuersbrunst erzeugt locale Luftströmungen u. s. f. Das Zusammentreffen solcher accidenteller Ursachen mit den constanten und periodischen, von denen ihr Auftreten unabhängig ist, kann nun in dem obigen Sinne ein zufälliges genannt werden, ohne

dass damit dem Satze, dass nichts in der Natur zufällig geschieht, das mindeste vergeben wird.

Viel einfacher jedoch als an so verwickelten Naturerscheinungen, und daher klarer und übersichtlicher, lässt sich das Ineinandergreifen constanter und accidenteller Ursachen an folgendem bekannten Beispiel erläutern, wo alle bedingenden Umstände offen vorliegen. Nehmen wir an, ein cylindrisches Gefäss enthalte eine unbekannte Anzahl (a) weisser und eine gleichfalls unbekannte andre Anzahl (b) schwarzer, im Uebrigen aber jenen weissen völlig gleicher Kugeln wohl durcheinander gemischt, also in keiner durch irgend welche Regel bestimmbaren Ordnung und Lage. Man nehme nun blindlings aus dem Gefäss eine Kugel heraus, merke ihre Farbe an, werfe sie dann wieder in das Gefäss, mische die Kugeln von neuem, nehme dann wieder eine Kugel heraus, merke ihre Farbe an, werfe sie wieder in das Gefäss, mische aufs neue und wiederhole dieses Verfahren eine grosse Anzahl von Malen. Der Wechsel in der Farbe der gezogenen Kugeln wird nun zwar völlig regellos seyn: es werden weisse und schwarze Kugeln bald einzeln wechseln, bald hinter einander mehrere weisse, dann wieder mehr oder weniger schwarze gezogen u. s. f. Aber je öfter sich die Ziehungen wiederholen, um so mehr wird das Verhältniss zwischen der Zahl der gezogenen weissen und der Zahl der gezogenen schwarzen Kugeln sich dem Verhältniss der Zahlen a und b nähern, in welchen bezüglich die weissen und die schwarzen Kugeln in dem Gefäss wirklich vorhanden sind, und man wird daher aus dem sich ergebenden Verhältniss zwischen den gezogenen weissen und schwarzen Kugeln schliessen können, dass die Mengen der in dem Gefäss enthaltenen Kugeln beider Farben nahe in demselben Verhältniss stehen, indess selbstverständlich die absoluten Zahlen dieser Kugeln unbekannt bleiben. Wenn also z. B. unter 100 successiv gezogenen Kugeln 71 weisse und 29 schwarze sind, so ist das Verhältniss dieser zu jenen

$$29 : 71 = 1 : 2{,}448$$

Wenn ferner etwa nach 300 Ziehungen sich ergeben hätte, dass 231 Kugeln weiss und 69 schwarz waren, das Verhältniss dieser zu jenen also

$$69 : 231 = 1 : 3{,}347$$

ist; wenn unter 500 gezogenen Kugeln sich 373 weisse und 127 schwarze gefunden hätten, die das Verhältniss

$$127 : 373 = 1 : 2{,}937$$

geben; endlich wenn bei 700 Ziehungen 524 Kugeln weiss, und 176 schwarz waren, also die schwarzen zu den weissen in dem Verhältniss

$$176 : 524 = 1 : 2{,}977$$

stehen, — so kann man mit Wahrscheinlichkeit schliessen, dass in dem Gefäss dreimal soviel weisse als schwarze Kugeln enthalten seyn werden. Denn der Quotient des ersten Verhältnisses ist um 0,552 kleiner als 3, der des zweiten um 0,347 grösser, der des dritten um 0,063 kleiner, endlich der des vierten nur noch um 0,023 kleiner als 3. Das Verhältniss der Zahl der gezogenen schwarzen Kugeln zu der Zahl der gezogenen weissen nähert sich also immer mehr dem Verhältniss 1 : 3.

Diese allmählich hervortretende Beständigkeit des Verhältnisses zwischen den Zahlen der doppelfarbigen Kugeln ist nun ebenso erklärlich wie die völlige Regellosigkeit in dem Wechsel der Farben. Die Farbe, welche jede einzelne gezogene Kugel hat, ist nämlich bedingt 1) durch die Anordnung, nach welcher vor jeder Ziehung die schwarzen und die weissen Kugeln im Gefäss neben einander gelagert sind, und 2) durch die Richtung der Hand, welche jedesmal eine derselben ergreift. Es ist daher nicht zufällig, welche Farbe jede gezogene Kugel hat, sondern dies ist durch die beiden angegebenen Bedingungen mit Nothwendigkeit bestimmt. Die Farbe lässt sich aber nicht voraussagen, weil weder zwischen den verschiedenen successiven Lagen und Anordnungen der doppelfarbigen Kugeln im Gefäss, noch zwischen den successiven Richtungen der ergreifenden Hand ein gesetzlicher Zusammenhang besteht, sondern das eine wie das andre völlig regellos ist, noch weniger endlich zwischen den einzelnen Lagen der Kugeln und den einzelnen Richtungen der aus einer solchen Lage eine Kugel herausgreifenden Hand irgend eine Beziehung statt findet. Das Resultat jeder Ziehung würde daher selbst dann noch nicht vorauszusagen sein, wenn die Hand absichtlich entweder immer constant

dieselbe Richtung innehielte, oder nach einer festen Regel successiv ihre Richtung änderte; denn die Unregelmässigkeit in den successiven Lagerungen der Kugeln bliebe doch immer übrig. Man wird daher, unbeschadet der zuvor anerkannten nothwendigen Bedingtheit der Farbe der gezogenen Kugel, doch in jenem anderen Sinne sagen können, dass es zufällig sey, ob die Hand eine schwarze oder eine weisse Kugel ergreifen werde. — Man könnte vielleicht einen Augenblick sich dem Gedanken hingeben, dass diese übrig bleibende Zufälligkeit auf Rechnung der Willkür zu schreiben sey, die, auch wenn das Ergreifen eine feste Regel beobachtet, bei der Mischung der Kugeln statt zu finden scheint. Allein der ganze Ziehungsprocess lässt sich leicht so abändern, dass alle menschliche Willkür dabei ganz aus dem Spiele bleibt. Denn man substituire dem Gefäss eine cylindrische Trommel, die sich um eine horizontale Axe drehen lässt und an ihrer cylindrischen Oberfläche eine durch einen Schieber verschliessbare kreisrunde Oeffnung hat, weit genug, um gerade einer Kugel den Durchgang zu verstatten. Man bestimme, dass die Mischung der Kugeln jedesmal durch die gleiche Anzahl von Umdrehungen der Trommel, z. B. 10, bewirkt werden, und am Ende jeder Umdrehung, also auch bei der letzten, die verschlossene Oeffnung die tiefste Stelle einnehmen soll. Man ziehe nun den Schieber so zurück, dass eine, aber auch nicht mehr als eine Kugel herausfällt, schliesse die Oeffnung wieder, bringe sie in die oberste Lage und lasse die gezogene Kugel, nachdem ihre Farbe notirt worden, wieder hineinfallen, schliesse die Oeffnung und drehe die Trommel nun noch $9^1/_2$mal um, worauf in der vorigen Weise eine neue Kugel gezogen wird. Hier ist alle Willkür beseitigt, aber das Resultat der Ziehungen muss und wird ganz dasselbe seyn, wie wenn die freie Hand zöge und mischte. — Bei aller Unregelmässigkeit in den successiven Anordnungen der Kugeln enthalten diese aber doch ein constantes Element, nämlich die sich gleichbleibenden Zahlen derselben in jeder von beiden Farben. Da nun die Kugeln nach allen übrigen Beziehungen, wie Grösse, Gewicht, Glätte u. s. w. als völlig gleich vorausgesetzt werden, so muss bei einer grossen Anzahl von Ziehungen dieses constante Element sich durch eine constante Wirkung bemerklich

machen. Denn es ist kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass bei vielmaliger Wiederholung des Verfahrens an dem Ort, wo die Kugeln von der Hand ergriffen werden, oder, nach dem zweiten Verfahren, an dem Orte, wo sich die Oeffnung in der Trommel befindet, sich in einer grösseren Anzahl von Malen Kugeln von der einen oder von der andern Farbe vorfinden sollten, als in der Anzahl, welche durch das Verhältniss der absoluten Zahlen bestimmt wird, in denen die Kugeln beider Farben wirklich vorhanden sind. Wenn es anders wäre, so müsste noch eine andre Nebenursache mitwirken, durch welche die Kugeln der einen Farbe vor denen der andern begünstigt würden, was gegen die Voraussetzung ist. — Die Farbe jeder einzelnen gezogenen Kugel ist also bedingt 1) durch eine constante Ursache, nämlich durch die sich gleichbleibenden Zahlen der weissen und der schwarzen Kugeln, und 2) durch eine regellos variirende accidentelle Ursache, das zufällige Zusammentreffen einer weissen oder einer schwarzen Kugel entweder mit der in das Gefäss greifenden Hand oder mit der Oeffnung der Trommel. Die weisse und die schwarze Farbe ist nun zwar in jedem einzelnen Falle gleich möglich, aber in einer grössern Anzahl von Fällen muss, wenn die Zahlen der doppelfarbigen Kugeln ungleich sind, diese Ungleichheit an dem Zahlenverhältniss der gezogenen weissen und schwarzen Kugeln zur Erscheinung kommen. Man kann aber nicht sagen, dass hierbei die Wirkungen der accidentellen Ursachen gegen die der constanten verschwinden, oder dass sich die Wirkungen der ersteren untereinander aufheben. Sie sind vielmehr an dem völlig unregelmässigen Wechsel in der Aufeinanderfolge der beiden Farben deutlich zu erkennen; sie sind nur gänzlich unfähig, in einen gesetzlichen Zusammenhang gebracht, irgend einer Regel untergeordnet zu werden. Abstrahirt man aber von diesem regellosen Wechsel der beiden Farben und beachtet einzig und allein die Zahlen, in denen sie bei vielmaliger Wiederholung der Ziehung vorkommen, so tritt allmählich ein constantes Verhältniss dieser Zahlen hervor, die Wirkung der constanten Ursache.

In diesem und in allen ähnlichen Fällen, wo constante Ursachen mit irregulär variirenden accidentellen zusammenwirken,

macht sich nun also die Gesetzlichkeit der Erscheinungen durchaus erst an einer grossen Zahl derselben bemerklich und gilt eben auch nur für diese. Sie ist unerkennbar an kleinen Zahlen. Die constante Ursache, von der sie herrührt, wirkt zwar in jeder auch noch so kleinen Anzahl von Fällen, ja in jedem einzelnen Falle mit; aber erst in einer grossen Anzahl von Fällen schlägt sie durch, gewinnt das Uebergewicht über die irregulären accidentellen Ursachen und kommt als eine Regel zur Erscheinung. Es bezieht sich also die erkannte Regel oder Gesetzmässigkeit durchaus nicht auf jeden einzelnen Fall, sondern nur auf eine grosse Anzahl von Fällen. Je grösser diese Anzahl, um so bestimmter tritt die Gesetzlichkeit hervor. Das constante Verhältniss, in dem sie besteht, ist daher ein Grenzverhältniss, das erst bei einer unendlichen Anzahl von Fällen genau erreicht wird, und von welchem jedes einer blos endlichen Anzahl entsprechende Verhältniss bald im positiven, bald im negativen Sinne abweicht, doch so, dass die absolute Grösse dieser Abweichungen mit der wachsenden Zahl der Fälle abnimmt, daher die bei endlichen Zahlen derselben sich herausstellenden Verhältnisse sich jenem Grenzverhältniss immer mehr nähern. Sofern nun in diesem die entgegengesetzten Abweichungen sich aufheben, daher dasselbe zwischen sämmtlichen von ihm abweichenden Verhältnissen die Mitte hält, kann man es auch das mittlere oder durchschnittliche Verhältniss nennen.* Bleibt nun auch für jeden einzelnen Fall es ganz unbestimmt, welcher von den beiden entgegengesetzten möglichen Erfolgen (im Beispiel die weisse oder die schwarze Farbe der gezogenen Kugeln) eintreten wird, so kann man doch einen mittleren oder durchschnittlichen Fall fingiren und für diesen die Wahrscheinlichkeitsgrade bestimmen, mit denen jeder von

* Das arithmetische Mittel x aus n Grössen $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n$ wird erhalten, wenn man x so bestimmt, dass die Differenzen desselben von diesen Grössen zusammengenommen sich aufheben, also

$$(a_1 - x) + (a_2 - x) + (a_3 - x) \ldots + (a_n - x) = 0,$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt, die Summe der Quadrate dieser Differenzen ein Minimum wird, wovon die vorstehende Gleichung die Bedingungsgleichung ist.

beiden Erfolgen erwartet werden kann. Ist das empirisch gefundene Verhältniss, nach dem im Mittel die entgegengesetzten Erfolge eintreten, $a:b$, so sind diese Wahrscheinlichkeitsgrade $\frac{a}{a+b}$ und $\frac{b}{a+b}$, die zusammengenommen die Summe 1 geben, welche die Gewissheit anzeigt, dass einer von beiden Erfolgen eintreten wird, indess jene Bruchwerthe angeben, in welchem Maasse jeder von beiden Erfolgen an der Gewissheit Antheil hat. In unserm Beispiel ist also die Wahrscheinlichkeit, dass eine Ziehung eine weisse Kugel geben wird, $\frac{3}{4}$, und die für eine schwarze Kugel $\frac{1}{4}$.

Wir können nun als das allgemeine Ergebniss der vorstehenden Erörterungen folgenden Satz aufstellen: Ueberall wo constante Ursachen mit regellos variirenden accidentellen Ursachen wiederholt zusammentreffen, hierdurch aber nur alternativ zweierlei einander ausschliessende (entgegengesetzte) Arten von Ereignissen bewirkt werden können, müssen bei einer hinlänglich grossen Zahl der Wiederholung dieses Zusammentreffens die Zahlen, in welchen die Ereignisse beider Arten eintreten, sich allmählich einem constanten Verhältniss nähern.

Diesen Satz wird man aber auch umkehren und schliessen dürfen, dass überall, wo in einer langen Reihe regellos wechselnder Ereignisse von zweierlei Art allmählich zwischen den Zahlen der Ereignisse jeder von beiden Arten ein constantes Verhältniss hervortritt, mit regellos variirenden accidentellen Ursachen constante Ursachen zusammenwirken müssen; denn ohne die Voraussetzung von constanten Ursachen würde die constante Folge ganz unerklärlich seyn. Derselbe Schluss wird aber auch noch gelten, wenn solche Ereignisse nicht successiv eintreten, sondern unter einer Menge gleichzeitiger Ereignisse entgegengesetzter Art, je grösser ihre Anzahl, um so mehr ein constantes Verhältniss zwischen den Zahlen, in welchen beide Arten vorkommen, sich bemerklich macht. Es wird endlich dieser Schluss verdoppelt zur Anwendnng kommen, wenn das constante Verhältniss, das bei einer grossen Anzahl gleichzeitiger Ereignisse hervortritt, sich successiv innerhalb gleicher Zeiträume wiederholt.

Dies ist nun der Fall, der in der moralischen Statistik thatsächlich vorliegt. Diese nämlich, eine werthvolle wissenschaftliche Erwerbung der Neuzeit, hat die überraschende Entdeckung gemacht, dass in den willkürlichen Handlungen der Menschen, von denen man denken sollte, dass sie sich jeder Regel entziehen, und die in der That auch im Einzelnen einer solchen nicht unterworfen sind und niemals werden vorausbestimmt werden können, doch, wenn man sie im Grossen und Ganzen betrachtet, eine Gesetzmässigkeit waltet, die sich zunächst in folgendem allgemeinen Satze aussprechen lässt:

Unter einer hinlänglich grossen Anzahl von Personen, die zu einer gewissen Gattung von willkürlichen Handlungen befähigt sind, steht die Zahl derjenigen, welche diese Handlungen innerhalb eines bestimmten Zeitraums (z. B. eines Jahres) vollziehen, zu der Gesammtzahl der dazu Befähigten in einem **constanten Verhältniss**, so dass sich diese Verhältnisszahl in der nächstfolgenden gleichen Zeiträumen (mit geringen Abweichungen) gleichbleibt.

Es folgt hieraus von selbst,
dass auch die Zahl derer, welche solche Handlungen vollziehen, zu der Zahl derer, welche sie unterlassen, in einem constanten Verhältniss steht.

Die moralische Statistik hat diese Gesetzmässigkeit namentlich nachgewiesen an den Heirathen, den Verbrechen und den Selbstmorden. Sie offenbart sich immer erst an einer zahlreichen und hinsichtlich gewisser natürlicher und socialer Bedingungen gleichartigen Bevölkerung und giebt sich durch ihre Beständigkeit in aufeinander folgenden gleichen Zeiträumen (Jahren) zu erkennen. Denn diese Beständigkeit der moralstatistischen Verhältnisszahlen ist zum Theil sogar grösser als die Beständigkeit der Quote, welche nach dem Gesetz der Sterblichkeit in jedem Lebensalter alljährlich dem Tode verfällt. Hiernach ist also die Regelmässigkeit in der Wiederkehr gewisser willkürlicher menschlicher Handlungen sogar grösser als die, mit welcher die Naturnothwendigkeit des Todes sich alljährlich geltend macht.

Indess sind diese constanten Verhältnisszahlen, ebensowenig wie die Sterblichkeitsverhältnisse, weder in allen Ländern, Völkern und Staaten dieselben, noch auch innerhalb einer und derselben Bevölkerungsgruppe für immer von gleichem Werthe. Denn abgesehen von den in manchen Jahren auffallend grossen Abweichungen, die als Anomalien erscheinen, ändern sich in längeren Perioden allmählich ihre Werthe, so dass in späteren Jahrzehnten die Quote der Bevölkerung, die gewisse willkürliche Handlungen begeht, bald grösser bald kleiner ist als in einem früheren Jahrzehnt. Dies beweist, dass die thatsächlich vorhandene Gesetzmässigkeit nicht blos von constanten allgemein menschlichen, sondern auch von besonderen, theils physischen theils moralischen Ursachen, vorzüglich von socialen Verhältnissen und Zuständen der Bevölkerungsgruppen abhängt, die denselben wiederum theils bleibend eigenthümlich sind, theils mit der Zeit sich ändern.

Die moralische Statistik bleibt ferner innerhalb jeder Bevölkerungsgruppe nicht bei den allgemeinsten Kategorien von Personen und willkürlichen Handlungen stehen; sie untersucht vielmehr weiter, in welchem Maasse sich die beiden Geschlechter, und diese wieder je nach ihren verschiedenen Lebensaltern an Heirathen, Verbrechen und Selbstmorden betheiligen. Sie unterscheidet z. B. Heirathen zwischen ledigen Personen von solchen, bei denen ein Theil oder beide Theile zuvor verwittwet waren; sie classificirt die Verbrecher und Selbstmörder nach ihren Berufsarten, Lebensverhältnissen, ihrer Religion und Confession u. s. w.; sie scheidet die Verbrechen gegen das Eigenthum von denen gegen Personen, Verbrechen aus Eigennutz von denen aus Bosheit, sie specificirt weiter die Verbrechen gegen Personen, als Todtschlag, Mord, Unzucht, Vergiftung u. s. w.; sie untersucht, in welchen Jahres- und Tageszeiten Verbrechen und Selbstmord am häufigsten, und mit welchen Mitteln sie begangen werden; sie registrirt, in welchem Verhältniss die Selbstmorde Folge von geistiger oder körperlicher Krankheit, oder von Lastern, Leidenschaften, unglücklichen Lebensverhältnissen sind. Wie weit sie aber auch in diesen immermehr sich verfeinernden Eintheilungen gehen mag, immer findet sie, wofern ihr nur hinlänglich grosse Zahlen vergleichbarer Fälle zu Gebote stehen,

Verhältnisszahlen, die wenigstens innerhalb nicht allzu ausgedehnter Zeiträume nahebei constant bleiben.

Die moralische Statistik enthüllt auf diese Weise jedenfalls einen Theil der die willkürlichen menschlichen Handlungen bedingenden, oder mindestens bei ihrer Ausführung mitwirkenden Ursachen derselben. Hieraus entwickeln sich nun zwei Ansichten über die Natur dieser Handlungen. Die eine hält sich überzeugt, dass alle Willkür sich zuletzt in einen blossen Schein auflösen muss, dass alle willkürlichen Handlungen der Menschen, und auch ihre psychischen Motive, durch den gesetzlichen Naturlauf, dem der Mensch als geistiges wie als körperliches Wesen eingereiht sey, mit Nothwendigkeit bestimmt werden, und alle Willensfreiheit auf einer blossen Täuschung beruhe. Die andre Ansicht gesteht zwar der individuellen Willkür einen gewissen Spielraum zu, glaubt ihn aber, zufolge der Ergebnisse der moralischen Statistik, in so enge Grenzen einschliessen zu müssen, dass er in dem grossen Ganzen der menschlichen Handlungen verschwinde, und dass hier nur die mächtigen Wirkungen allgemeiner und constanter, über der individuellen Willkür stehender Ursachen zur Erscheinung kommen. Adolf Wagner hat mit lebhaften Farben ein Bild von dem Eindruck entworfen, den die Resultate der moralischen Statistik durch ihre überraschende Gesetzmässigkeit auf einen poetisch gestimmten Geist wol machen könnten. Er sagt*: „Denken wir uns, in jener guten alten Zeit, in welcher man fabelhaften Reisebeschreibungen, wie denen Swift's in seinen Erzählungen von Gulliver, mehr Geschmack abgewann wie gegenwärtig, hätte ein Schriftsteller, um seinem Publicum etwas Neues zu bieten, etwa folgende Schilderung eines fremden Volks und Staats entworfen. In diesem Lande wird für ein jedes Jahr im voraus durch das Staatsgesetz bestimmt, wie viele Paare heirathen dürfen, welche Altersclassen unter einander heirathen, wie viele junge Mädchen alte Männer, junge Männer alte Frauen bekommen, bei wie viel Paaren die Altersdifferenz so gross, bei wie vielen sie so gross seyn, wie viel Wittwen und Wittwer

* Statistisch-anthropologische Untersuchung der Gesetzmässigkeit der scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen. Hamburg, 1864. S. 44 ff.



wieder heirathen, wie viel Ehen durch die Gerichte geschieden werden sollen u. s. w. Alsdann bestimmt das Loos unter den einzelnen Geschlechtern, Alters-, Civilstands-, Berufsclassen die Einzelnen in der gesetzlichen Zahl, welche sich heirathen sollen. Ein andres Gesetz der Staatsgewalt normirt im voraus die Zahl derjenigen Personen, welche ihrem Leben im nächsten Jahre durch Selbstmord ein Ende zu machen haben, und vertheilt diese Zahl nach einem vorausbestimmten Verhältniss auf die Geschlechter, die Alters- und Berufsarten u. s. w., verordnet endlich auch gleichzeitig, wie viele dieser, den verschiedenen Classen angehörenden Personen das Wasser, den Strick, die Pistole, das Messer, das Gift u. s. f. als Mittel zum Selbstmorde benutzen sollen. Wiederum bezeichnet dann das Loos auf Grund dieser Vorschrift die Individuen, welche sich das Leben zu nehmen haben. Ein drittes Gesetz des Staats setzt in ähnlicher Weise fest, wie viele und welche Verbrechen im nächsten Jahre begangen werden sollen, welche einzelnen Classen der Bevölkerung diese Verbrechen auszuführen haben, wie viele Verurtheilungen und Freisprechungen dafür erlassen werden, wie viele und welche Strafen eintreten, und auch hier entscheidet dann das Loos wieder über den Einzelnen aus dieser und jener Classe, welcher das Verbrechen zu begehen und dafür zu leiden hat. Ebenso bestimmen viele andre Gesetze im voraus die Vornahme andrer böser und guter Handlungen nach Zahl und Art und Vertheilung auf die einzelnen Bevölkerungsclassen in der geschilderten Weise. Kurz alle die Handlungen, welche wir frei und nach eigner Bestimmung und eignem Gutdünken vorzunehmen pflegen, diese werden nach der Beschreibung unseres Reisenden in jenem Staate von Oben aus geboten und angeordnet und ihr Zahlenverhältniss fortgesetzt. Und das Volk dieses Staats fügt sich vollkommen darein und führt Jahr aus Jahr ein die Gesetze treu aus. — Aber — so fährt unser Verfasser fort — was auf solche Weise niemals künstlich durch Menschenwillen und Menschengewalt durchgeführt werden könnte, das vollzieht sich wunderbarer Weise von selbst in Folge der natürlichen Organisation der menschlichen Gesellschaft. Denn jenes fremdartige Bild des abentheuerlichsten Volks und Staats, ist es nicht genau dasjenige; welches uns unsre

Völker und Staaten bieten, nur dass hier ein dem Einzelnen unfühlbares Gesetz der Natur zur Ausführung gelangt?" Der Schluss dieser Betrachtung lautet: „das Merkwürdigste dabei aber bleibt, dass wir in dieser Weise als dienende Glieder eines grossen Mechanismus fungiren, dennoch aber eine ganz unbeschränkte freie Bewegung besitzen, welche diesen Mechanismus nicht in seinem vorgezeichneten Gange stört. Ja, glauben wir doch darüber hinaus sogar noch vollkommen frei und uns selbstbestimmend zu handeln, während wir im Grossen und Ganzen nur bestimmt werden, während unsere Handlungen, in der Masse betrachtet, von festen allgemeinen Ursachen beherrscht werden und wie die Processe der physischen Weltordnung vor sich gehen."

In dieser Schilderung laufen nun, wie es uns scheint, die zuvor erwähnten zwei Ansichten über die Natur der willkürlichen Handlungen einigermaassen durcheinander. Die Schilderung lautet entschieden fatalistisch, wenn sie von einem Gesetz spricht, das gebieterisch Unterwerfung fordere und sich mit eiserner Nothwendigkeit vollziehe, von einem grossen Mechanismus, in dem die Menschen nur als dienende Glieder fungiren. Sie erklärt nun zwar andrerseits dieses Gesetz für eine Folge der natürlichen Organisation der menschlichen Gesellschaft, übergeht aber mit Stillschweigen, dass diese Organisation nicht das reine Product eines Naturmechanismus, sondern ein sehr wesentlicher Factor derselben ein überlegtes Wollen ist, das sich in Sitten, Gewohnheiten, Gesetzgebung, in den Einrichtungen und der Verwaltung des Staats u. s. f. bei verschiedenen Bevölkerungsgruppen in sehr verschiedener Weise kund giebt, ein Wollen, an welchem die einzelnen Glieder der Gesellschaft zwar in höchst ungleichem Maasse Theil haben, das aber doch die letzte Resultante aller Einzelwillen ist. So lange also noch nicht der Nachweis vorliegt, dass nicht blos Heirathen, Verbrechen und Selbstmorde, sondern auch alle vernünftigen und zweckmässigen Einrichtungen im Staat, in der Kirche und Schule, im Gemeinde- und Familienverbande, alle Bestrebungen, den Zustand der Gesellschaft zu verbessern, Sittlichkeit und Religiosität zu fördern, den Veranlassungen zu gesetzwidrigen und unmoralischen Handlungen entgegenzuarbeiten, gleichfalls nur das Werk einer

Naturnothwendigkeit sind, der auch die Weisesten und Besten, die Wohlthäter der Menschheit blos als blinde Werkzeuge dienen, kann jene fatalistische Ansicht von den Triebfedern der willkürlichen menschlichen Handlungen für nichts mehr als für eine übereilte Behauptung gelten, der es an einer soliden Begründung gänzlich fehlt. Ganz unrichtig ist es aber, wenn die vorstehende Schilderung so spricht, als ob die Individuen, die durch ihre Handlungen das Gesetz vollziehen, durch das Loos, also nach blindem Zufall, aus der Gesammtbevölkerung gezogen würden; vielmehr lehrt die moralische Statistik gerade das Gegentheil. Denn sie bestrebt sich, die natürlichen und erworbenen Eigenschaften und äusseren Verhältnisse derjenigen Individuen, die gewisse willkürliche Handlungen ausführen, mit möglichster Vollständigkeit anzugeben. Damit aber weist sie nach, dass bei jenen Handlungen und jeder Classe derselben nicht die Gesammtbevölkerung, auch nicht die Gesammtheit der Personen eines bestimmten Lebensalters und Geschlechts, sondern nur eine näher bezeichnete bestimmte Gruppe von Individuen betheiligt ist. Nur durch ein grobes Missverständniss kann die mathematische Fiction des mittleren Menschen überhaupt oder desjenigen eines bestimmten Alters und Geschlechts so ausgelegt werden, als ob an dem, was von dieser mittleren Person gilt, alle Individuen dieser Kategorie einen reellen Antheil hätten. Gerade in der Individualität der Person, ihrer Stellung innerhalb der Gesellschaft, in besonderen Veranlassungen und sich darbietenden günstigen Gelegenheiten liegen die Ursachen, die den Einen zu dieser, den Andern zu jener Handlung antreiben, indess für einen Dritten und Vierten diese Antriebe gar nicht vorhanden sind. Ob nun dabei der Mensch durch seine Individualität und den Drang der Umstände genöthigt ist, den sich ihm darbietenden Antrieben zu folgen, oder ob er einen Willen besitzt, der ebenso die Gelegenheit ergreifen als auch der stärksten Verlockung mit Erfolg Widerstand leisten kann, ist allerdings eine hochwichtige Frage, die weiterer Untersuchung vorbehalten bleiben muss und die wir später zu erörtern versuchen werden. An dieser Stelle kommt es aber zunächst nur darauf an, ohne alles Schwanken die Einsicht zu gewinnen, dass die constante Regelmässig-

keit in gewissen willkürlichen Handlungen nicht auf einem Gesetz beruht, das den Handlungen vorausgeht und gebieterisch Vollzug verlangt, sondern dass umgekehrt alle Gesetzlichkeit, welche die moralische Statistik nachweist, das **Product** von relativ constanten, daher auch nicht schlechthin unveränderlichen Verhältnissen und zusammenwirkenden Ursachen ist, neben welchen aber noch unzählig andre variable Ursachen bestehen, die sich jeder Subsumtion unter eine Regel entziehen.

Um diesen Satz auf eine breitere Basis zu stellen, wollen wir jetzt die wichtigsten Thatsachen der moralischen Statistik etwas eingehender durchmustern.

Die wichtigsten Ergebnisse der moralischen Statistik.

Derjenige Theil der Statistik, welcher der moralischen am nächsten verwandt ist und zu manchen Vergleichungen Stoff bietet, ist die Statistik der Sterblichkeit. Sie scheint uns sachlich wie historisch als Vorstufe der moralischen Statistik betrachtet werden zu können. Wir schicken daher einige Bemerkungen über sie voraus.

Das Gesetz der Sterblichkeit lehrt, dass unter einer gegebenen Anzahl von a von Personen, die ihr $n$tes Lebensjahr vollendet haben, regelmässig im nächstfolgenden Jahr eine bestimmte Anzahl b stirbt, so dass sich also am Ende des $(n + 1)$ten Lebensjahres der noch Lebenden die Zahl derselben zu der Zahl der in diesem Jahre Gestorbenen verhält wie $a - b : b$. Nach den bei der k. preussischen allgemeinen Wittwenverpflegungsanstalt in den Jahren 1776 bis 1852 gemachten Erfahrungen* ist z. B. für Ehemänner, die das 40ste Lebensjahr vollendet haben, die Wahrscheinlichkeit, noch ein Jahr zu leben, 0,9885, woraus von selbst die Wahrscheinlichkeit, im 41sten Jahre zu sterben, sich gleich 0,0115 ergiebt. Dies bedeutet, dass unter 10000 Ehemännern, die an der Grenze des 40sten Jahres stehen, 115 das Ende des 41sten Lebensjahres nicht erreichen werden, und dass sich also die Zahl der dieses Jahr Ueberlebenden zu der Zahl der innerhalb desselben Gestorbenen verhält wie 9885 : 115. — Vertheilt man jene 10000

* Ph. Fischer, Grundzüge des auf menschliche Sterblichkeit gegründeten Versicherungswesens. Oppenheim a/Rh. 1860. S. 186.

Männer möglichst gleichmässig in 115 Gruppen, wo also auf 110 Gruppen 87, auf 5 Gruppen nur 86 Personen kommen, so wird zwar nicht in jeder Gruppe im nächsten Jahre ein Individuum sterben, sondern in einigen keins, dafür in andern zwei, oder drei, oder noch mehr; die Summe aller Gestorbenen wird aber 115 betragen, und daher durchschnittlich oder im Mittel auf jede Gruppe ein Todter kommen. Aus diesen 10000 Männern werden nun aber nicht, wie etwa bei einer Recrutenaushebung zum Kriegsdienst, 115 durchs Loos zum Tode bestimmt, sondern ihr Tod ist eine nothwendige Folge natürlicher Ursachen, die sich aber wieder in constante und accidentelle spalten. Die allgemeinste Ursache des Todes liegt in der Natur eines Organismus überhaupt, der immer nur eine begrenzte Lebensdauer haben kann, über welche hinaus er sich nicht mehr zu regeneriren vermag. Mag man diese nun beim Menschen zu 150 oder auch nur zu 100 Jahren annehmen, so ist dies ein Ziel, dessen Erreichung, abgesehen von anderen Bedingungen, eine ungewöhnlich seltene normale Constitution voraussetzt. Bei den meisten Menschen dagegen liegt in der Constitution ihres Organismus die Disposition zu einem weit früheren Lebensende, zu dieser oder jener Krankheit, die einen tödtlichen Ausgang haben kann. Die Wenigsten sterben an Altersschwäche, wogegen Lungenschwindsucht, Schlagfluss, chronische Herzentzündung u. dgl. m. alljährlich sehr ansehnliche Contingente zur Gesammtzahl der Gestorbenen stellen. Ueberhaupt aber wird, wie insbesondere die grosse Anzahl der im ersten Lebensjahr sterbenden Kinder beweist, ein beträchtlicher Theil der Menschen mit nur geringer Lebensfähigkeit geboren. Neben diesen theils allgemeinen theils individuellen, constant sich wiederholenden Ursachen des Todes spielen nun aber auch die accidentellen Ursachen eine wichtige Rolle. Nahrung, Wohnung, klimatische Verhältnisse, Berufsart, Lebensweise u. s. f. können, je nachdem sie der Constitution des Organismus angemessen sind oder nicht, das Leben verlängern oder verkürzen; Ereignisse, die sich jeder Voraussicht entziehen, und die wir deshalb zufällige nennen, kommen hinzu, z. B. Epidemien, Gemüthserschütterungen durch schwere Verluste an Vermögen oder theuren Angehörigen, unverdiente Kränkungen u. s. w., der eigent-

lichen Unglücksfälle, die einen gewaltsamen Tod herbeiführen, zu geschweigen. Auch diese Ursachen des Todes wiederholen sich, wenigstens zum Theil, alljährlich und wahrscheinlich mit ziemlicher Regelmässigkeit. So weit dies der Fall, wird man sie daher, genau genommen, in ihrer Gesammtheit noch zu den constanten Ursachen rechnen und nur in Bezug auf die Individuen, an denen sie sich wirksam erweisen, accidentelle nennen können. Für das Individuum ist aber die Zeit seines Todes nicht eine blosse Folge des Naturlaufs, nicht eine reine Naturnothwendigkeit; vielmehr greift hier der menschliche Wille — wenn er nicht anders selbst zuletzt eine leere Täuschung ist — bald beschleunigend, bald hemmend und verzögernd ein, wofern ihm nur zugleich auch die Mittel zur Ausführung des Gewollten zu Gebote stehen. Schwächlich geborene Kinder der Armen gehen meistens frühzeitig zu Grunde, indess die der Wohlhabenden und Reichen, denen weder ärztliche Hilfe noch sorgsame Pflege fehlt, oft viele Jahre lang am Leben erhalten werden. Die Tuberculose eines Bemittelten lässt sich in den früheren Stadien ihrer Entwickelung durch Uebersiedelung in ein milderes Klima aufhalten, zuweilen sogar ausheilen, indess der Mittellose der Krankheit nach wenigen Monaten unterliegt. Ueberhaupt kann der, welcher in der Lage ist, seine Lebensweise nach den Vorschriften einzurichten, die der einsichtsvolle Arzt seiner Krankheitsdisposition entsprechend findet, sein Leben verlängern. Und in der That wächst die mittlere Lebensdauer mit der Zunahme des allgemeinen Wohlstandes.* Dass nun hierbei auch allgemeine Maassregeln von grosser Wirkung seyn können, hat die Erfahrung genugsam gelehrt. Die gesetzliche Einführung der Pockenimpfung hat die Sterblichkeit ungemein vermindert, die Lüftung der Städte, die Versorgung derselben mit reinem Quellwasser, die Verbesserung der Nahrung und der Wohnungen der ärmeren Volksclassen, die Förderung einer vernünftigen Pflege der Neugebornen und einer, die Gesundheit berücksichtigenden Erziehung der Kinder begünstigt überall die Zunahme der Bevölkerung. durch Verminderung der

* In Frankreich z. B. giebt die Vergleichung der Jahre 1771—80 mit den Jahren 1844—53 eine Verlängerung der mittleren Lebensdauer um 12½ Jahre. Nach W. Roscher (im Lit. Centralblatt, 1865, Nr. 26 Sp. 684).

Sterblichkeit. Alle diese Einflüsse auf die Erhaltung des Lebens und Aenderung der Ordnung des Absterbens gehen aber von willkürlichen Handlungen aus, die zum Theil in dem Willen des Einzelnen stehen, zum Theil in den Händen der Gesetzgebung, der Staats- und Gemeindeverwaltung liegen. Und so zeigt sich schon an der Statistik des Todes, dass ihre constanten Verhältnisszahlen nicht schlechthin unabänderlich sind, sondern nur theilweise von feststehenden natürlichen Bedingungen, anderntheils aber von socialen Zuständen abhängen, für deren Verbesserung der Einzelne wie der Gesammtwille der Gesellschaft Vieles thun kann, und endlich, dass das Gesetz der Sterblichkeit nicht für das Individuum, sondern nur für den mittleren durchschnittlichen Menschen gilt, von dem die Natur und Eigenthümlichkeit des Individuums in einer, die Verlängerung der Lebensdauer bald günstigen bald ungünstigen Richtung abweicht, aber auch die Wirksamkeit der ungünstigen da, wo Einsicht und Wille vorhanden ist und dem Wollen das materielle Können nicht fehlt, noch abgeschwächt werden kann.

Gehen wir nun zu der Betrachtung der freiwilligen Handlungen über, die der Gegenstand der moralischen Statistik sind, so nehmen unter ihnen die Heirathen die erste Stelle ein. Hier steht zuerst fest, dass in den meisten Ländern die Gesammtzahl der jährlichen Trauungen nicht so starken Schwankungen unterliegt, wie die Zahl der Todesfälle; ebenso dass 8 bis 9 Zehntel der eingegangenen Ehen vor dem 40sten Lebensjahre geschlossen werden. Die folgende Uebersicht, welche sich auf die von Wappäus* mitgetheilten Tabellen gründet, zeigt jedoch, dass in den verschiedenen Ländern diese Mehrzahl der Heirathen sich in sehr ungleicher Weise auf die verschiedenen Altersclassen vertheilt. Es bedeuten hier die Zahlen Procente der eingegangenen Ehen, und sind dieselben sowohl für das männliche Geschlecht (M) als für das weibliche (W) in Ansatz gebracht. Die Summen der letzten Columne weisen nach, dass die Gesammtzahl aller vor dem 40sten Jahre geschlossenen Ehen bei dem männlichen Geschlecht 82 bis 91, bei dem weiblichen 90 bis 95 Procent beträgt.

---

* **Allgemeine Bevölkerungsstatistik, Leipzig 1859—61, II, S. 353 ff.**

		Unter 20 Jahren,	20—25 J.,	25—30 J.,	30—35 J.,	35—40 J.,	Summen.
England	M.	2	46	26	11	5	90
	W.	12	50	20	8	4	94
Frankreich	M.	2	27	33	18	9	89
	W.	19	38	22	10	5	94
Norwegen	M.	1	23	39	20	8	91
	W.	5	35	33	14	6	93
Sardinien	M.	4	34	30	13	7	88
	W.	25	41	18	7	4	95
Baiern	M.	0	12	32	38		82
	W.	4	25	32	29		90
		Unter 21 Jahren,	21—25 J.,	25—30 J.,	30—35 J.,	35—40 J.	
Niederlande	M.	2	19	36	21	10	88
	W.	7	27	33	17	8	92
Belgien	M.	2	17	34	21	12	86
	W.	9	27	30	16	9	91

Die letzte Columne weist auch nach, dass auf die Lebensjahre über das 40ste hinaus vergleichungsweise noch die meisten Heirathen auf Baiern kommen, und zwar in beiden Geschlechtern, nämlich 18 Procent für das männliche, 10 Procent für das weibliche Geschlecht. Im männlichen Geschlecht folgen dann in absteigender Ordnung Belgien mit 14, die Niederlande und Sardinien mit 12, Frankreich mit 11, England mit 10, Norwegen mit 9 Procent. Im weiblichen Geschlecht folgen auf Baiern: Belgien mit 9, Niederland mit 8, Norwegen mit 7, England und Frankreich mit 6, Sardinien mit 5 Procent. Die verhältnissmässig grösste Zahl von Frühheirathen (unter 20 bis 21 Jahren) in beiden Geschlechtern liefert Sardinien; ihm folgen zunächst Frankreich und England, dann Belgien und Niederland, zuletzt Norwegen und Baiern. Die stärkste Anhäufung von Heirathen findet zwischen 20 und 25 Jahren, und zwar für beide Geschlechter, statt zuerst in England, dann in Sardinien und Frankreich. Dagegen fällt diese Anhäufung auf das 25ste bis 30ste Lebensjahr für beide Geschlechter in Baiern, Niederland und Belgien. In Norwegen endlich fällt das Maximum bei dem männlichen Geschlecht auf das 25 bis 30ste, bei dem weiblichen auf das 20 bis 25ste Lebensjahr. — Die frühzeitigere Geschlechtsreife und der

leichtere Sinn der südlicheren Völker Europa's, der wieder zum Theil durch ein milderes Klima und eine freigebigere Natur bedingt ist, andrerseits auch in zwar weniger von der Natur begünstigten, aber in rasch zunehmender volkswirthschaftlicher Entwickelung begriffenen Ländern die Leichtigkeit, durch Arbeit zureichenden Erwerb zu gewinnen, dagegen wieder die den nördlicheren Völkerschaften eigenthümliche kühlere Bedächtigkeit und Berechnung, — dies und Andres, wodurch die nationalen Sitten und Gewohnheiten bestimmt werden, sind ohne Zweifel die in mehrfachen Combinationen zusammen- oder einander entgegenwirkenden Ursachen der bemerkten Verschiedenheiten in der Vertheilung der Heirathen auf die beiden Geschlechter.

Sehen wir nun von diesen nationalen Unterschieden in den Zahlenverhältnissen der eingegangenen Ehen ab und bleiben bei einem Lande, z. B. Belgien stehen, so scheinen die auffallenden Ungleichheiten in den Procentsätzen, welche auf die verschiedenen Altersclassen kommen, auf ebenso ungleiche Grade der Stärke hinzuweisen, in welcher sich das Bedürfniss zu heirathen, das wir kurz den Heirathstrieb (*tendence au mariage*) nennen wollen, kundgiebt. Indess sind diese Data jedenfalls zur Bestimmung dieses Grades noch unzureichend. Es genügt noch nicht, zu wissen, wie viel von 10000 Heirathen unter 20 oder zwischen 20 und 25 Jahren u. s. f. statt finden, sondern es ist erforderlich, ausser der absoluten Zahl b der Männer oder Frauen, die sich in einem gewissen Lebensalter verheirathen, auch noch die absolute Zahl a des Theils der Gesammtbevölkerung nach beiden Geschlechtern zu kennen, der in diesem Lebensalter steht. Dann drückt, in ganz ähnlicher Weise wie bei der Sterblichkeit, der Bruch $\frac{b}{a}$ den Grad der Wahrscheinlichkeit aus, sich in diesem Alter zu verheirathen. Ein paar Beispiele werden zur Erläuterung genügen. Quetelet fand*, dass in den Städten Belgiens während der Jahre 1840 bis 1845 sich im Mittel mit äusserst geringen Abweichungen 2652 Männer von 25 bis 30 Jahren verheirathet hatten. Er schätzt ferner

* *Sur la statistique morale* etc. in den *Mémoires de l'académie r. de Belgique T. XXI, p. 8.*

die männliche Bevölkerung dieses Alters auf 30000 Köpfe und schliesst hieraus folgerichtig, dass in den belgischen Städten und in dem nächstfolgenden Jahre 1846 für einen Mann von 25 bis 30 Jahren die Wahrscheinlichkeit sich zu verheirathen $\frac{2652}{30000} = 0,0884$ gewesen sey. Auf ganz ähnliche Weise findet er diese Wahrscheinlichkeit für einen Mann von 30 bis 35 Jahren gleich $\frac{1554}{16708} = 0,0930$. Die erstere Wahrscheinlichkeit verhält sich also zu der zweiten nahe wie 19 : 20. Wenn nun aber Quetelet weiter daraus folgert, dass die Stärke des Heirathstriebs in diesen Lebensaltern sich wie diese Zahlen verhalte, so können wir diesem Schlusse nicht unbedingt beistimmen. Denn wenn diese Wahrscheinlichkeitsgrade die Maasse eines so starken natürlichen Triebes seyn sollen, so muss schon ihre Kleinheit auffallen. Dass nicht einmal der zehnte Theil der ledigen jungen Männer von 25 bis 35 Jahren ein lebhaftes Verlangen tragen sollte, sich zu verehelichen, ist doch nicht anzunehmen. Zwar fällt der Geschlechtstrieb, der übrigens ohne Zweifel in noch jüngeren Jahren am heftigsten ist, mit dem Trieb zu heirathen nicht zusammen; er hat nur einen Antheil daran. Dasselbe gilt von der Liebe als schwärmerische Leidenschaft, die wol nur in verhältnissmässig selteneren Fällen das ist, was zur Ehe treibt. Auch lässt sich nicht verkennen, dass ein grosser Theil der jungen Männer, in denen der Geschlechtstrieb stark, und der Sinn für die Reize des weiblichen Geschlechts und die eigenthümlichen Vorzüge seines Gemüths lebendig, doch nicht geneigt seyn mag, sich schon für das Leben zu binden. Dagegen pflegen gleichwohl, zumal in der zweiten Hälfte des besprochenen Alters, Lebensbedürfnisse einzutreten, die dem Wunsche, eine treue Gefährtin, eine vertraute Freundin und Helferin zu gewinnen, die das Leben gemüthvoller macht, einen behaglichen Hausstand begründet und dem Manne nach der Arbeit den Genuss des Familienlebens verschafft, eine grosse Stärke geben. Nennt man das hierauf gerichtete Verlangen den Heirathstrieb, so sollte man erwarten, dass doch mindestens die Hälfte der Männer von 25 bis 35 Jahren von ihm erfüllt wäre, und somit der Grad desselben nicht geringer als 0,5 seyn könnte,

indess er nach vorstehender Berechnung noch nicht einmal 0,1 seyn soll. Nun unterscheidet zwar Quetelet zwischen dem wirklichen und dem blos scheinbaren Trieb zu heirathen (*tendence au mariage réelle et apparente*) und nimmt für jene Wahrscheinlichkeitsgrade nur die zweite Bedeutung in Anspruch, übersieht auch nicht, dass zahlreiche Umstände die Befriedigung des wirklichen Heirathstriebs bald begünstigen bald verhindern, glaubt aber*, dass, wenn man mit grossen Zahlen operire und dann constante Verhältnisse sich ergeben, dies anzeige, dass jene Umstände nur zu den accidentellen Ursachen gehören, deren Wirkungen sich gegenseitig aufheben und daher ohne Einfluss bleiben, und dass deshalb jene Wahrscheinlichkeitsgrade jedenfalls die relative Stärke des wirklichen, reellen Heirathstriebs ausdrücken, der also dann mit dem scheinbaren zusammenfalle, oder, genauer zu reden, ihm proportional sey. — Wir können aber diese Ansicht nicht theilen. Der wirkliche Heirathstrieb bleibt wirkungslos, wenn entweder die begünstigenden Umstände ganz fehlen (z. B. der Mann noch nicht die erforderlichen Mittel besitzt, um sich einen eignen Herd gründen zu können, oder er in seiner Bekanntschaft keine, seinen Ansprüchen an eine Gattin genügende weibliche Person findet), oder wenn sie zwar nicht fehlen, aber positive Hemmungen ihnen die Wage halten (etwa die Erkorene die Neigung nicht erwiedert, oder die Eltern die Einwilligung zur Ehe versagen). In beiden Fällen hat der Heirathstrieb mit Hindernissen zu kämpfen. Erst wenn der Mann, dem der Trieb inwohnt, diese Hindernisse entweder aus eigner Kraft überwindet (etwa durch Fleiss und Sparsamkeit die nöthigen Mittel erwirbt, oder es ihm gelingt, die Bedenken der Eltern seiner Geliebten zu heben), oder wenn ein günstiges Zusammentreffen von Umständen ihm die eigne Anstrengung erspart (z. B. das Glück ihm eine reiche Braut in die Arme führt), gelangt sein Heirathstrieb zur Wirksamkeit. Bis dahin ist er aber nur ein gehemmtes Streben zu heirathen. Wenn also unter 10000 Männern von 25 bis 30 Jahren 884, und unter ebenso vielen Männern von 30 bis 35 Jahren 930 im nächsten Jahre heirathen, so zeigen diese Zahlen

* A. a. O. S. 9.

und die daraus entspringenden Wahrscheinlichkeitsgrade weder die absolute noch die relative Stärke des Heirathstriebes an, vielmehr allein dies, in wie vielen Fällen er nicht nur vorhanden ist, sondern auch, nach Beseitigung der sein Streben hemmenden Umstände, zur Wirksamkeit gelangt. In wie vielen von den übrigen (resp. 9116 und 9070) Fällen er entweder gänzlich fehlt, oder zwar vorhanden ist, aber an seiner Wirksamkeit verhindert wird, bleibt dabei völlig unbestimmt. — Sonach können, unsers Bedünkens, die statistischen Wahrscheinlichkeitsgrade zu heirathen nur die Bedeutung von Graden der freiwerdenden Wirksamkeit des Heirathstriebs beanspruchen. — Die dem Heirathen theils günstigen theils ungünstigen Umstände haben sich auch in den vollzogenen Heirathen nicht aufgehoben, vielmehr müssen hier die günstigen ebenso überwiegend seyn, wie bei den unterbliebenen Heirathen, wo gleichwohl der Trieb dazu nicht fehlte, die ungünstigen. Die einen wie die andern sind endlich nur in Bezug auf die Individuen als accidentelle Ursachen zu betrachten; in der grossen Zahl der Gesammtbevölkerung gehören sie, so gut wie der Heirathstrieb selbst, zu den constanten, theils fördernden theils hindernden Ursachen der Verheirathung. Denn die, wenigstens im Mittel, sich bewährende Beständigkeit der statistischen Zahlen, welche sich auf die Heirathen beziehen, bezeugt nur, dass neben der Beständigkeit des natürlichen Triebes auch die socialen Verhältnisse, die seine Befriedigung — in dem einen Lebensalter mehr, in dem andern weniger — theils hemmen theils begünstigen, im grossen Ganzen lange Zeit sich ziemlich gleichbleiben. Die Abweichungen der Heirathszahlen in den einzelnen Jahren von dem Mittel aus einem längeren Zeitraum sind theils positiv theils negativ, und man kann daher in Bezug auf das mittlere Jahr die Jahre mit positiven Abweichungen dem Heirathen günstige, die mit negativen ungünstige nennen. Absolut genommen stellen jedoch die ersteren nur schwächere, die letzteren stärkere Hemmungen des Heirathstriebes dar. Wenn in einem Hungerjahr die Zahl der Heirathen plötzlich auffallend sinkt, nach einer reichlichen Ernte aber ebenso plötzlich und merklich wieder steigt, so beweist dies nur, dass die Theuerung der Lebens-

mittel einen grossen Theil der Heirathslustigen von der Schliessung der Ehe abgeschreckt hat, mit der wiedereintretenden grösseren Wohlfeilheit aber dieses Hinderniss wich. Nicht die Neigung zu heirathen ward dadurch verstärkt, sondern nur der Muth, ihr Folge zu geben, oder noch richtiger, da dieser Muth im vorhergehenden Jahre eben gänzlich gesunken war, die Muthlosigkeit ward wieder beseitigt.

Auch die übrigen constanten Zahlen, welche die Heirathen betreffen, lassen sich theils auf natürliche, grösserentheils aber auf sociale Verhältnisse, die längere Zeit sich gleichbleiben, zurückführen. Dass der Mann, der später reift als das Weib, welches dafür wieder früher verblüht, und der überdies noch viel später, als er zur Reife gedeiht, eine bürgerliche Selbständigkeit zu erringen pflegt, sich in der Regel eine jüngere Gattin erwählt, erscheint vollkommen begreiflich und normal. Doch ist die durchschnittliche Altersdifferenz der Ehegatten viel geringer, als man nach den natürlichen Verhältnissen der Geschlechter erwarten sollte. Denn sie beträgt im Mittel*

	bei erster Ehe,	bei Ehen zwischen Verwittweten,	bei Ehen überhaupt
in Frankreich	3,09 Jahre	3,75 Jahre	4,10 Jahre
in England	1,75 „	3,01 „	2,05 „
in Belgien	1,75 „	2,15 „	2,60 „
in Norwegen	1,53 „	3,83 „	2,33 „
i. d. Niederlanden	1,37 „	2,63 „	2,37 „
in Sardinien	—	—	4,69 „

Auch das mittlere Heirathsalter des weiblichen Geschlechts (aus dem sich das des männlichen durch Addition der vorstehenden entsprechenden Altersdifferenzen von selbst ergiebt) entspricht wol kaum der Erwartung; denn es ist höher als man voraussetzen sollte. Es beträgt nämlich

	für die Mädchen,	für die Wittwen,	für die Frauen überhaupt
in Frankreich	25,32 Jahre	38,22 Jahre	26,07 Jahre
in England	24,69 „	38,69 „	25,96 „
in Belgien	28,19 „	40,55 „	29,14 „

* Wappäus, Bevölkerungsstatistik, II, S. 285 ff.

	für die Mädchen,	für die Wittwen,	für die Frauen überhaupt
in Norwegen	26,98 Jahre	40,93 Jahre	28,05 Jahre
in d. Niederlanden	27,78 „	39,57 „	28,88 „
in Sardinien	—	—	24,42 „

Lassen sich in diesen Zahlen zum Theil wol Unterschiede erkennen, die man auf Süden und Norden, romanische und germanische Stammeseigenthümlichkeiten beziehen kann, so bezeugen sie doch noch viel deutlicher, dass bei den Heirathen in civilisirten Staaten nicht die natürlichen Verhältnisse der beiden Geschlechter vorzugsweise das Maassgebende sind, sondern dass bei den Männern durchschnittlich andre Rücksichten als die auf die Jugendblüthe der Gattin die Wahl bestimmen, dass aber auch dabei wieder volksthümliche Unterschiede sich bemerkbar machen.

Aehnliche Verschiedenheiten zeigen sich auch in den Zahlen der ehelichen Verbindung zwischen Personen, von denen beide Theile, oder nur der eine, oder keiner von beiden zuvor ledig war. Von 1000 Ehen wurden durchschnittlich geschlossen* zwischen

	Junggesellen und Mädchen,	Junggesellen und Wittwen,	Wittwern und Mädchen,	Wittwern und Wittwen
in Schweden	847	47	85	21
in Frankreich	836	37	93	34
in Norwegen	834	51	90	25
in England	818	43	91	48
in Belgien	809	50	114	27
in Sardinien	793	34	125	48*
in den Niederlanden	789	50	118	43
in Dänemark	781	75	119	25
in Baiern	774	66	142	18

Hieraus ergiebt sich nun 1) als das mittlere Verhältniss der

* Wappäus, II, S. 253

** Diese Zahlen scheinen sehr nahe für ganz Italien zu gelten. Nach einer den Berichten der *Direzione della statistica generale d'Italia* entnommenen Notiz, die wir in der Augsburger Allgem. Zeitung (1865, Nr. 341. Ausserord. Beilage) finden, wurden im Königreich Italien i. J. 1863 von 179136 Heirathen

141887 zwischen Junggesellen und Mädchen,
8147 zwischen Junggesellen und Wittwen,
20144 zwischen Wittwern und Mädchen:
8958 zwischen Wittwern und Wittwen

Heirathen zwischen Ledigen zu den Heirathen, bei denen ein Theil oder beide nicht ledig sind, 4,24 : 1, welches in Belgien statt findet, und wovon Schweden einerseits mit dem Verhältniss 5,54 : 1, Baiern andererseits mit dem Verhältniss 3,42 : 1 am stärksten abweichen. 2) Die Heirathen der Männer (Junggesellen und Wittwer zusammengenommen) mit Mädchen übertreffen die Heirathen derselben mit Wittwen durchschnittlich 11,12mal; wie dies fast genau in Sardinien vorkommt. Die grössten Abweichungen von diesem Mittel finden sich in Schweden, wo die Heirathen mit Mädchen 13,7mal, und in Dänemark, wo dieselben nur 9mal die Heirathen mit Wittwen übersteigen. Hier haben also die Wittwen die meiste, in Schweden die wenigste Aussicht, sich wieder zu verheirathen. Solch ein Gegensatz in zwei stammverwandten Nachbarländern! 3) Die Heirathen von Junggesellen mit Mädchen verhalten sich zu den Heirathen von Junggesellen mit Wittwen durchschnittlich wie 16,07 : 1, was sehr nahe in Belgien zutrifft; am stärksten weichen ab Sardinien, wo die Verhältnisszahl 23,32 und Dänemark, wo sie nur 10,04 ist. 4) Die Wittwer ziehen Heirathen mit Mädchen denen mit Wittwen durchschnittlich 3,38mal vor; so am nächsten in Norwegen. Am meisten bevorzugen diese Heirathen die Wittwer in Baiern, nämlich 7,9mal, am wenigsten in England, nämlich nur 1,9mal.

Was die Heirathsfrequenz betrifft, so zeigt auch diese in den verschiedenen Ländern grosse Ungleichheiten. Auf 10000 Einwohner kamen in runden Zahlen* durchschnittlich alljährlich

in Preussen	(von 1844 bis 1853)	87	Trauungen,
„ England	(1845 — 1854)	85	„
„ Oesterreich	(1842 — 1851)	84	„
„ Dänemark	(1845 — 1854)	83	„
„ Sachsen	(1847 — 1856)	82	„
„ Hannover	(1846 — 1854)	80	„
„ Frankreich	(1845 — 1853)	79	„

geschlossen. Hiernach kommen von 1000 Heirathen 793 auf die erste, 45 auf die zweite, 112 auf die dritte, und 50 auf die vierte Classe.

* Nach Wappäus II, S. 241 berechnet.

in Norwegen	(1846—1855)	77	Trauungen
„ d. Niederlanden	(1845—1854)	77	„
„ Sardinien	(1828—1837)	76	„
„ Schweden	(1841—1850)	72	„
„ Belgien	(1847—1856)	69	„
„ Baiern	(1842—1851)	66	„

Zwei deutsche Länder stehen an den äussersten Enden dieser Reihe und verhalten sich hinsichtlich der Heirathsfrequenz in ziemlich gleichzeitigen Mitteljahren nahe wie 4 : 3! Auch dieses zeigt, welche starke Modificationen der Befriedigung des natürlichen Triebes in die Ehe zu treten durch Culturverhältnisse, Volkssitte, staatliche Einrichtungen u. dgl. m. selbst bei einer und derselben Nation und im lebendigsten Verkehr mit einander stehenden Bevölkerungsgruppen auferlegt werden, und wie unpassend es hier seyn würde, blos von einem „Haushalte der Natur“ und einem allgemeinen Gesetz zu reden, das sich allenthalben gleichmässig Gehorsam erzwänge.

Wir wenden uns jetzt zu der Statistik der Verbrechen und gehen dabei von den Angaben für Frankreich aus, die Quetelet in der angeführten Abhandlung tabellarisch zusammengestellt und in mustergiltiger Weise bearbeitet hat.* Hiernach kamen in Frankreich in den Jahren 1826 bis 1844 durchschnittlich auf jedes Jahr 7434 eines Verbrechens Angeklagte, von denen 4644 verurtheilt wurden. Nimmt man nun (mit Quetelet) die Bevölkerung Frankreichs innerhalb dieses Zeitraums im Mittel zu 34 Millionen an, so kommen auf eine Million Einwohner in einem mittleren Jahr 218,6 Angeklagte und 136,6 Verurtheilte. Hieraus folgt, dass innerhalb des angegebenen Zeitraums für den mittleren Menschen der Bevölkerung Frankreichs, die Wahrscheinlichkeit, eines begangenen Verbrechens angeklagt zu werden,

0,0002186

war, die Wahrscheinlichkeit aber, wegen eines solchen verurtheilt zu werden, 0,0001366.

* Ausführlicher als es hier, wo es uns nur um eine allgemeine Uebersicht zu thun ist, zweckmässig scheint, handelt von der Verbrecherstatistik Frankreichs die Beilage.

Von jenen 7434 Angeklagten kamen ferner 6122 auf das männliche, 1312 auf das weibliche Geschlecht, von den 4644 Verurtheilten waren 3877 Männer und 767 Weiber. Da nun in Frankreich die männliche Bevölkerung zu der weiblichen in dem Verhältniss 100: 101,12 steht*, folglich unter 34 Millionen 16.905330 dem männlichen und 17.094670 dem weiblichen Geschlecht angehören, so ergiebt sich daraus die Wahrscheinlichkeit, angeklagt zu werden,

für einen Mann 0,0003621,
für ein Weib 0,0000767,

und die Wahrscheinlichkeit, verurtheilt zu werden,

für einen Mann 0,0002293,
für ein Weib 0,0000449.

Wir knüpfen an diese Bestimmungen zunächst die einfache, aber, wie es scheint, nicht genugsam beachtete Bemerkung, dass, wo es sich um die Beurtheilung der Unsittlichkeit, oder richtiger der Gesetzwidrigkeit einer Bevölkerung handelt, nicht die Wahrscheinlichkeit, eines angeschuldigten Verbrechens angeklagt, sondern nur die, wegen eines begangenen Verbrechens verurtheilt zu werden, maassgebend seyn kann. Die Verhältnisszahlen der Angeklagten können daher bei dieser Beurtheilung durchaus keinen Anhalt geben. Denn die Anklage gründet sich nur auf den Verdacht, ein Verbrechen begangen zu haben, und erst die Verurtheilung constatirt, dass der Verdacht begründet war, und das Verbrechen von dem Angeklagten wirklich begangen worden ist. Wir glauben nun diese Wahrscheinlichkeit, wegen eines begangenen Verbrechens verurtheilt zu werden, ohne jede vorgefasste Meinung, als den Grad der Gesetzwidrigkeit der Bevölkerung, resp. des männlichen und weiblichen Theils derselben, bezeichnen zu können.

Eine zweite, freilich ebenso nahe liegende Bemerkung ist die, dass diese Wahrscheinlichkeitsgrade so klein sind, dass sie nach der Beurtheilungsweise des gemeinen Lebens nur grosse Unwahrscheinlichkeiten anzeigen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Mann

* Wappäus II, S. 172.

von 60 Jahren im nächsten Jahre sterben werde, beträgt 0,0357, ist also sehr klein, weil weit unter 0,5, wo Leben und Sterben gleich wahrscheinlich sind. Gleichwohl ist diese geringe Wahrscheinlichkeit mehr als 98mal so gross als die, dass ein Glied der männlichen Bevölkerung Frankreichs in einem mittleren Jahre eines Verbrechens angeklagt, und fast 156mal so gross als die, dass ein solches Glied wegen eines begangenen Verbrechens werde verurtheilt werden. Für eine Frau von 60 Jahren beträgt die Wahrscheinlichkeit, im nächsten Jahre zu sterben 0,0291. Sie übertrifft also die Wahrscheinlichkeit, dass ein Glied der weiblichen Bevölkerung Frankreichs in einem mittleren Jahre angeklagt werde, 379mal, und die, dass ein solches verurtheilt werde, 648mal. Wenn daher in einem despotischen Staat ein Gesetz erlassen würde, welches bestimmte, dass alljährlich von jeder Million des männlichen Geschlechts 229, und von jeder Million des weiblichen Geschlechts 45 durchs Loos verurtheilt würden, bei Todesstrafe, ohne Unterschied des Alters, Vermögens, Erwerbs, Person für Person, eine gleiche Summe an die Staatscasse zu entrichten, zugleich aber, um diese Zahlung zu ermöglichen, eine Versicherungsanstalt errichtet würde, an welcher sich zu betheiligen alle Staatsangehörige, Arm und Reich, Alt und Jung, verbunden wären, so würde die zu zahlende jährliche Versicherungsprämie für jedes männliche Individuum 156mal, für jedes weibliche 648mal so klein seyn können als die, welche resp. ein 60jähriger Mann und eine 60jährige Frau zu zahlen hat, wenn sie in einer Lebensversicherungsanstalt ihr Leben auf ein Jahr versichern. — Hieraus ist nun ersichtlich, dass, eine wie beklagenswerthe, in seiner höchsten Steigerung furchtbare und die gesellschaftliche Ordnung störende Erscheinung das Verbrechen auch immer seyn mag, doch selbst dann, wenn man alle Individuen für dasselbe gleich zugänglich betrachten wollte, die Gefahr, ein Verbrechen zu begehen, für den Menschen überhaupt sehr klein, für das weibliche Geschlecht insbesondre aber 5mal so klein seyn würde als für das männliche Geschlecht.

Indess bestehen hinsichtlich dieser Zugänglichkeit nicht nur zwischen den beiden Geschlechtern, sondern auch zwischen den verschiedenen Lebensaltern grosse Ungleichheiten. Die in der Bei-

lage gegebene Tafel II der Verurtheilten zeigt, dass in Frankreich verbrecherische Handlungen schon in einem Alter von weniger als 16 Jahren sich sehr bemerklich machen, dass die Gesetzwidrigkeit zwischen dem 16. und 21. Lebensjahr rasch steigt, zwischen dem 21sten und 25sten Lebensjahre am grössten ist, dann stufenweise (am stärksten zwischen den Altersclassen von 30 bis 35 und 35 bis 40 Jahren, am schwächsten zwischen den Altersclassen 55—60 und 60—65) abnimmt. Beispielsweise ist die Wahrscheinlichkeit, eine gesetzwidrige Handlung zu begehen, für eine Person überhaupt, ohne Sonderung der Geschlechter,

von 16 bis 21 Jahren	0,000273
„ 21 „ 25 „	0,000333
„ 25 „ 30 „	0,000302
„ 30 „ 35 „	0,000270
. . . .	. . . .
„ 65 „ 70 „	0,000044
„ 70 „ 80 „	0,000027;

mit Unterscheidung des Geschlechts in denselben Altersclassen der Reihe nach

für die Männer,	für die Weiber
0,000468	0,000073
0,000561	0,000115
0,000499	0,000104
0,000452	0,000086
. . . . .	. . . . . .
0,000083	0,000011
0,000049	0,000008.

Hiernach zeigt nun z. B. die Altersclasse von 21 bis 25 Jahren, verglichen mit der Altersclasse von 70 bis 80 Jahren bei der Bevölkerung überhaupt einen 12,3mal, bei den Männern einen 13,5mal, bei den Weibern einen 14,4mal so starken Grad der Gesetzwidrigkeit. Aber selbst der stärkste von diesen Graden, 0,000561, welcher die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, dass ein Mann von 21—25 Jahren ein Verbrechen begehen werde, ist immer noch 11mal so klein als die Wahrscheinlichkeit 0,0062, dass ein Mann von 25 Jahren im nächsten Jahr sterben werde.

Wir müssen diese Kleinheit der Grade der Gesetzwidrigkeit wiederholt, besonders deshalb stark betonen, weil in der moralischen Statistik der Verbrechen die absoluten Werthe dieser Grade gegen die relativen zwischen den Lebensaltern und Geschlechtern viel zu sehr, ja man kann sagen, fast gänzlich zurücktreten. Es ist vor allen Dingen in's Auge zu fassen, dass der mittlere Mensch überhaupt, vorzüglich aber der des weiblichen Geschlechts, sich in einem überaus schwachen Grade am Verbrechen betheiligt. Noch wichtiger ist es aber, nicht zu vergessen, worauf schon zuvor hingewiesen wurde, dass dieser mittlere Mensch nur ein mathematisches Abstractum, ein in der Wirklichkeit gar nicht existirendes Wesen, und es daher durchaus unstatthaft ist, das, was von diesem Abstractum auszusagen ist, wie ein Facit zu betrachten, an dem sämmtliche Individuen einer Bevölkerung, oder eines Geschlechts und einer Altersclasse desselben, als Summanden reellen Antheil hätten, als ob alle dazu ihren Beitrag gäben; denn alle diejenigen Personen, welche wegen eines Verbrechens weder verurtheilt noch angeklagt wurden, haben an dem sich ergebenden Facit gar keinen reellen Antheil.

Ein solches Missverständniss schleicht sich leicht ein, wenn man mit Quetelet und seinen zahlreichen Nachfolgern den Grad der Gesetzwidrigkeit mit dem Namen eines Hanges zum Verbrechen (*penchant au crime*) belegt und wie einen, jedem Menschen angeborenen Trieb betrachtet. Nur beiläufig mag bemerkt werden, dass, gesetzt es gäbe einen solchen Trieb, er nicht, wie dies Quetelet thut*, durch die Wahrscheinlichkeit der Anklage, sondern erst durch die der Verurtheilung gemessen werden würde. Jedenfalls ist er aber nicht eine so unmittelbar klare und gewisse Thatsache wie der Trieb zu heirathen. Nun unterscheidet Quetelet zwar auch hier, wie bei jenem Triebe, zwischen einem scheinbaren und wirklichen Hang zum Verbrechen, aber nur in demselben Sinne, gegen welchen wir schon oben Einwand erhoben haben. Der Grad der Gesetzwidrigkeit könnte doch nur den Grad der Wirk-

* a. a. O. S. 20.

samkeit jenes Hanges anzeigen und müsste in der übergrossen Mehrheit aller der Personen, die eines Verbrechens weder angeklagt noch überführt wurden, durch entgegengesetzte psychische Kräfte verhindert seyn sich zu bethätigen, mögen die Gegenwirkungen derselben nun in Furcht vor der Strafe und Schande, oder in der Scheu vor dem allsehenden Auge Gottes, oder in den blossen Mahnungen des Gewissens, oder in der Macht der Gewöhnung an ein geordnetes Leben, welche die Erziehung geschaffen hat, oder in irgend welchen anderen zurückhaltenden Motiven bestehen. Nicht aber auf diese grosse Mehrzahl der Bevölkerung, sondern auf den kleinen Bruchtheil derselben, der verbrecherische Handlungen begeht, oder deren mindestens verdächtig geworden ist, und auf die Vertheilung dieser Handlungen unter die diesen Bruchtheil bildenden Personen nach Alter, Geschlecht, bürgerlicher Stellung u. s. w. beziehen sich die statistischen Zahlen. In diesen Personen müsste also nun der Hang zum Verbrechen entweder weit stärker seyn als bei allen übrigen (und zwar überdies bei dem männlichen Geschlecht durchschnittlich 5mal so stark als bei dem weiblichen) oder der Zug der seinen Ausbruch hemmenden moralischen Gegengewichte weit schwächer. Nun kann zwar nicht in Abrede gestellt werden, dass der eine Mensch mehr natürliche Befähigung zum Verbrechen hat als der andre. Rohe Sinnlichkeit, Mangel an Mitgefühl, Gefühllosigkeit überhaupt sind schlimme Anlagen, die wenn ein zerrüttetes, alles sittlichen Haltes beraubtes Familienleben, böses Beispiel, schlechter Umgang u. s. w. hinzukommen, sich frühzeitig und mächtig entwickeln und leicht zum Verbrechen führen, aber ein allgemeiner Trieb zum Bösen, ein dem Menschen ursprünglich inwohnendes Verlangen Böses zu thun, das nach Befriedigung strebte, ist nicht nachweisbar. Das Böse in der strengen und eigentlichen Bedeutung des Worts besteht in der Widersetzlichkeit gegen das klar erkannte Gute, gegen die warnende und abmahnende Stimme des Gewissens. Der wahrhaft Böse ist sich der Verworfenheit seines Wollens und Thuns wohl bewusst; sein sittliches Urtheil ist also nicht verfälscht. Aber er bietet seiner eignen bessern Ueberzeugung Trotz und rühmt sich seines Sieges über sie. Diese Lust am Bösen ist die an der Stärke der eignen, jedem Widerstand über-

legenen Willenskraft, mit gänzlicher Beiseitesetzung des erkannten qualitativen Unwerths des Wollens; es ist die Lust des gesteigertsten Egoismus, des Erbfeindes aller Sittlichkeit. Der Böse dünkt sich gross in dieser seiner Stärke und freut sich des Gelingens der bösen That um so mehr, je grossartiger sie ihm erscheint* und je schwieriger ihre Ausführung war. Auf diese Lust am Gelingen einer Frevelthat ist auch alle raffinirte Bosheit und Hinterlist zurückzuführen. Der Boshafte weidet sich an dem Anblick der Leiden seines Opfers zunächst darum, weil er an ihnen das vollständige Gelingen seiner Absicht erkennt. Hinzukommen mag allerdings noch die rohen Gemüthern eigne Lust am Grässlichen, Grauenvollen, das auf sie mehr einen aufregenden als abstossenden Eindruck macht. Die letzten Motive boshafter Handlungen sind aber doch meistens Neid, Missgunst, persönlicher Hass oder allgemeiner Menschenhass, der aus widerwärtigen Schicksalen sich erzeugt hat. — Nach alledem wird man nun zwar eine Anlage des Menschen zum Bösen nicht in Abrede stellen können (äussert sie sich doch schon in den Neckereien, der Schadenfreude und dem Widerspruchsgeist mancher Kinder), aber ihre Entwickelung hängt von äusseren Umständen, von socialen Bedingungen ab, und zur Ehre der menschlichen Gesellschaft gelangt diese Anlage nur in seltenen Fällen zu der schauderhaften Ausbildung, die in Verbrechen aus tückischer Bosheit und mit teuflischem Behagen ausgeführten grausamen Gewaltthaten zu Tage kommt.

Will man daher dem Grade der Gesetzwidrigkeit, den die statistischen Zahlen darlegen, einen Namen geben, der auf die Grundursache des Verbrechens hinweist, so scheint uns die Benennung Verleitbarkeit zum Verbrechen der eines Hanges zum Verbrechen unbedingt vorzuziehen. Sie gesteht zwar zu, dass jeder

* Nicht blos der Böse, sondern auch schon der Leidenschaftliche, z. B. der Ehrgeizige, scheut nicht vor der innern Schlechtigkeit einer That zurück, wenn sie ihn grossartig dünkt und, glücklich vollbracht, seiner Selbstsucht zu schmeicheln verspricht. Schiller legt seinem Fiesco die Worte in den Mund: „Es ist schimpflich, eine volle Börse zu leeren, es ist frech, eine Million zu veruntreuen, aber es ist namenlos gross, eine Krone zu stehlen. Die Schande nimmt ab mit der wachsenden Sünde.“

Mensch dem Verbrechen zugänglich ist, schliesst aber die Deutung aus, der der Ausdruck „Hang zum Verbrechen" immer ausgesetzt bleibt, als ob dem Menschen ein positiver Trieb zum Verbrechen inwohnte. Dass die Verleitbarkeit zu manchen Arten von Verbrechen zum Theil in dem Naturell der Personen, welche sie begehen, wurzelt, wie z. B. Unzuchtsverbrechen in einer übermässigen Sinnlichkeit, Gewaltthätigkeit und Todtschlag in einem jähzornigen Temperament, ist unleugbar. Wenn aber nicht nur diese, sondern auch andre, die nicht auf eine so specifische Anlage zurückzuführen sind, wie Diebstahl, Meineid, Falschmünzerei, Vergiftung, vorsätzlicher Mord, sich mit ziemlicher Regelmässigkeit jährlich wiederholen, so beweist dies nur, dass in einem grossen socialen Verbande die theils vermöge ihres Naturells, theils zufolge ihres verwahrlosten sittlichen Bildungsstandes, theils durch ihre bedrängte Lage zum Verbrechen verleitbaren Personen immer wieder in ziemlich gleicher Zahl nachwachsen, und dass die Verlockungen und Gelegenheiten zu den verschiedenen Arten des Verbrechens ebenso gleichmässig wiederkehren.

Die hauptsächlichsten Veranlassungen zum Verbrechen sind Noth, Arbeitsscheu und die mannigfaltigen menschlichen Leidenschaften. Sehr beachtenswerth ist in dieser Hinsicht das Verhältniss der Verbrechen gegen das Eigenthum zu denen gegen Personen. Die hierüber uns zugänglichen Data beziehen sich freilich nur auf die Anklagen, nicht auf die Verurtheilungen, und es bleibt daher zweifelhaft, ob von den Angeklagten der ersten Kategorie gleichviele Procente verurtheilt wurden wie von denen der zweiten. Dürfen wir dies annehmen, so stellen sich folgende Resultate heraus. In Frankreich waren von 1000 Verbrechen gerichtet*

	gegen das Eigenthum,	gegen Personen
von 1826 bis 1830	744	256
„ 1831—1835	682	318
„ 1836—1840	727	273
„ 1841—1845	692	308

* *Annuaire de l'économie politique et de la statistique en France pour* **1860, *p.* 91 und folgende Jahrgänge bis 1863.**

	gegen das Eigenthum.	gegen Personen
von 1846—1850	672	328
„ 1851—1855	669	331
„ 1856—1860	621	379

In den 15 Jahren von 1826 bis 1840 war hiernach das Verhältniss der Verbrechen gegen das Eigenthum zu denen gegen die Personen im Mittel 2,54 : 1, in den folgenden 15 Jahren von 1841 bis 1855 2,10 : 1, in den letzten 5 Jahren von 1856 bis 1860 1,64 : 1. Geht nun, nach diesen Verhältnisszahlen der Angeklagten zu urtheilen, hervor, dass in Frankreich innerhalb dieser 35 Jahre eine beträchtliche relative Zunahme der Verbrechen gegen Personen statt gefunden hat — was in Bezug auf die Moralität der Bevölkerung ein bedenkliches Zeichen ist —, so übertreffen im Ganzen genommen doch die Verbrechen gegen das Eigenthum jene gegen Personen um mehr als das Doppelte. Dieses Verhältniss macht darauf aufmerksam, dass eine hauptsächliche Quelle aller Verbrechen der Nothstand und die Arbeitsscheu ist, wozu in den jüngern Jahren allerdings noch Eitelkeit und Genusssucht kommen, die mit der Civilisation zuzunehmen pflegen. Die Wirkung der Leidenschaften aber spiegelt sich sehr deutlich ab in der höchst ungleichen Vertheilung der Verbrechen auf die Lebensalter. Die auf die Zahlen der Verurtheilten gegründeten Tafeln II und V der Beilage, welche sich auf Frankreich und die Jahre 1826—1844 beziehen, geben hierüber den nähern Nachweis in Betreff der Verbrechen überhaupt. Hinsichtlich der beiden Hauptkategorien der Verbrechen zeigt Tafel VI einen fast parallelen Gang des Steigens und Sinkens. Die Verleitbarkeit zu Verbrechen überhaupt und zu denen gegen das Eigenthum insbesondere ist am stärksten zwischen dem 16ten und 30sten Jahre. Hinsichtlich der Verbrechen gegen Personen fällt dieses Maximum auf das 21ste bis 35ste Jahr. Dies sind die Jahre, in welchen die Leidenschaften den Menschen am ungezügeltsten zu beherrschen pflegen, indess in den reiferen Jahren, wo jene Verleitbarkeit bis in's höchste Alter ununterbrochen abnimmt, naturgemäss Vernunft und Besonnenheit mehr zu ihrem Rechte kommen. Bemerkenswerth ist auch, dass die gewaltsamsten Verbrechen vorzugsweise in die kräftigste Lebenszeit fallen, indess

die, welche mit tückischer Hinterlist ausgeführt werden oder gänzliche moralische Verderbtheit bezeugen, etwas später ihren grössten Höhepunkt erreichen und im vorgerückten Alter noch einmal anschwellen. In welchem Maasse überhaupt sich die verschiedenen Lebensalter an den Verbrechen gegen Eigenthum und Personen betheiligen, lässt sich bequem aus folgender Uebersicht, die sich an Tafel VI der Beilage anschliesst, erkennen. Von 1000 Verbrechen waren gerichtet

im Alter	gegen Eigenthum	gegen Personen
von weniger als 16 J.	2	0,35
„ 16 bis 21 J.	105	28
„ 21—25 „	114	50
„ 25—30 „	101	48
„ 30—35 „	93	41
„ 35—40 „	78	31
„ 40—45 „	63	25
„ 45—50 „	48	19
„ 50—55 „	34	15
„ 55—60 „	24	12
„ 60—65 „	19	11
„ 65—70 „	14	8
„ 70—80 „	8	5
„ mehr als 80 J.	2	2
	705	295

Hieraus geht hervor, dass Verbrechen gegen Personen erst zwischen 16 und 21 Jahren in bedeutender Anzahl — in derselben wie zwischen 35 und 45 Jahren — vorkommen, ihre Frequenz, wie die der Verbrechen gegen Eigenthum, zwischen 21 und 25 Jahren am grössten ist, dann aber ununterbrochen, obwohl anfangs nur langsam, abnimmt.

Nach welchen Verhältnissen jedes Lebensalter an diesen beiden Arten des Verbrechens, und nach welchem Verhältniss in jedem Lebensalter die beiden Geschlechter sich an den Verbrechen überhaupt betheiligten, lässt sich einfach durch folgende Zahlen kennzeichnen. Von 100 Verbrechen

begangen im Alter	waren gerichtet gegen Eigenthum,	gegen Personen,	wurden begangen von Männern,	Weibern
unter 16 J.	85	15	86	14
von 16 bis 21 J.	79	21	87	13
„ 21—25 „	70	30	82	18
„ 25—30 „	68	32	83	17
„ 30—35 „	69	31	84	16
„ 35—40 „	71	29	83	17
„ 40—45 „	72	28	82	18
„ 45—50 „	71	29	80	20
„ 50—55 „	70	30	82	18
„ 55—60 „	68	32	82	18
„ 60—65 „	65	35	82	18
„ 65—70 „	63	37	86	14
„ 70—80 „	62	38	85	15
„ mehr als 80 J.	50	50	96,55	3,45

Hiernach beträgt also die relative Frequenz der Verbrechen gegen Personen unter 16 Jahren nur 15 Procent aller Verbrechen, steigt dann bis zu 32 Procent in der Altersclasse von 25 bis 30 Jahren, sinkt dann wieder bis auf 28 Procent in der Altersclasse von 40—45 J., und erhebt sich aufs neue, stärker als zuvor bis zu 38 Procent in der Altersclasse von 70 80 J. und bis zu 50 Procent im höchsten Alter. Die absolute Frequenz beider Arten von Verbrechen nimmt demnach zwar mit dem reiferen Alter fortwährend ab, aber dabei die relative Frequenz der Verbrechen gegen Personen fortwährend zu und nähert sich der Gleichheit mit den Verbrechen gegen das Eigenthum. Ebenso nimmt zwar die absolute Frequenz der Betheiligung am Verbrechen schon nach dem 25sten Jahre in beiden Geschlechtern ununterbrochen ab, die relative Frequenz der Betheiligung aber ist bei dem weiblichen Geschlecht in den frühsten und spätesten Jahren am geringsten (mit Ausschluss des höchsten Alters 13 bis 15 Procent), am grössten zwischen 45 und 50 Jahren (20 Procent) in den zwischen liegenden Lebensaltern wenig verschieden (16 bis 18 Procent). Das umgekehrte gilt selbstverständlich von dem männlichen Geschlecht. Diese soviel geringere Betheiligung des weiblichen Geschlechts in allen Lebens-

altern hat nun wol ihren Grund theils in dem Naturell des Weibes, das, wenn es auch wenig gebildet ist, sich doch schwerer verleiten lässt, gegen Sitte, Herkommen und die gewohnte Ordnung zu verstossen und die gute Meinung Andrer gering zu achten, theils aber auch in seiner zurückgezogeneren Stellung, seiner vorzugsweise auf das Haus sich beschränkenden Wirksamkeit. Die Sorge für die Erhaltung der Familie fällt in der Regel überwiegend dem Manne zu, und selbst wo, wie meistens in den arbeitenden Classen, die Frau davon einen beträchtlichen Antheil übernimmt, wird diese doch, in ihrer natürlichen Furchtsamkeit, im Bewusstseyn ihrer Schwäche, wenn die Noth drängt, häufiger den Mann zu einem Verbrechen veranlassen, als es selbst ausführen. Man wird hiernach also nicht etwa sagen dürfen, dass im Weibe der Hang oder Trieb zum Verbrechen 5 bis 6mal so schwach sey als im Manne, sondern nur, dass es zum Verbrechen schwerer verleitbar und weniger veranlasst, und der geringere Grad seiner Gesetzwidrigkeit durch Beides zusammen bedingt sey.

Alle diese Grade der Gesetzwidrigkeit bleiben sich aber weder in einem und demselben Lande vollkommen gleich, noch haben sie in verschiedenen Ländern dieselben Werthe. Dass in Frankreich die Verbrechen gegen Personen, welche in den Jahren 1826 bis 1830 wenig über 25 Procent aller Verbrechen betrugen, in den Jahren 1856 bis 1860 fast auf 38 Procent gestiegen sind, wurde schon nachgewiesen. Hinsichtlich des Grades der Gesetzwidrigkeit der Bevölkerung überhaupt ist, mit Rücksicht auf die allmähliche Zunahme derselben, in der Beilage gezeigt, dass, wenn man diesen Grad in Frankreich für das Mittel aus den Jahren 1826 bis 1830 gleich 100 setzt, derselbe in den Jahren 1831 bis 1835 nur 96, dagegen in den Jahren 1836 bis 1840 111, im Mittel der Jahre 1841 bis 1844 104, von 1848 bis 1852 94, endlich von 1853 bis 1857 102 betrug, also in diesen 30 Jahren Schwankungen bis zu 17 Procent statt fanden. Es ist die weitere Aufgabe der Statistik, zu untersuchen, in welchem Maasse einerseits Naturereignisse, z. B. schlechte Ernten, andrerseits sociale und politische Zustände, wie Kriege, innere Unruhen, Aenderungen in der Gesetzgebung, betreffend die Verfolgung und Verurtheilung des Verbrechens, daran Antheil

haben. Dass nach solchen Missernten wie die des Jahres 1846 die Frequenz der Verbrechen wächst, wie die der Heirathen abnimmt, steht fest. Dagegen ist es sehr unwahrscheinlich, dass der auffallend geringe Grad der Gesetzwidrigkeit, den Frankreich in den unruhigen Jahren von 1848 bis 1852 zeigt, auf Rechnung einer gehobenen Moralität der Nation kommen sollte. Viel näher liegt es, hier eine eingetretene Erschlaffung in der Verfolgung und Verurtheilung des Verbrechens anzunehmen. In der That sank in diesem Zeitraum die Quote der Angeklagten, die verurtheilt wurden, welche von 1836 bis 1840 65 Procent, von 1841 bis 1844 68 Procent betrug, auf 63 Procent; sie stieg aber in dem nächstfolgenden Quinquennium von 1853 bis 1857, wo die befestigte Staatsgewalt die Zügel wieder straffer anzog, plötzlich auf 74 Procent.

Was die Vergleichung verschiedener Länder betrifft, so zeigte schon Quetelet, dass, wie in Frankreich, so auch in England zwischen dem 16ten und 21sten Lebensjahr die Frequenz der Verbrechen sehr beträchtlich, und dass sie in Belgien wenig geringer ist. In Preussen dagegen kommen, nach A. Wagner's Untersuchungen*, vor dem 24sten Lebensjahre verhältnissmässig wenig Verbrechen vor, auch fällt die grösste Zahl derselben auf das Lebensalter vom 26sten bis zum 40sten Jahre, wo in Frankreich die Gesetzwidrigkeit schon etwas geringer ist als in der Altersclasse von 16 bis 25 Jahren. Die Verleitbarkeit zum Verbrechen tritt also in Preussen später hervor als in den anderen genannten Ländern und erreicht gleichfalls später ihren Höhepunkt. Man kann diese Unterschiede nun zwar mit Wagner, soweit dabei Frankreich in Betracht kommt, auf die langsamere körperliche und geistige Entwickelung der deutschen und deutschslavischen Volksstämme im Vergleich mit den romanischen, bei denen namentlich die Leidenschaften früher erwachen und heftiger sich äussern, beziehen; für England aber, das doch ein germanischer Stamm bewohnt, und für Belgien, das mindestens noch halb germanisch ist, will diese Erklärung nicht zutreffen. Eher möchten wir die Meinung aussprechen,

* Ueber die Gesetzmässigkeit der scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen. S. 33.

dass in Preussen der Mensch überwiegend deshalb später dem Verbrechen zugänglich wird, weil hier in dem jugendlichen Alter Schule und Haus längere Zeit einen bewahrenden Einfluss ausüben. Denn der Volksunterricht, an dem in Preussen, wie in Deutschland überhaupt, alle Volksschichten theilnehmen, verbreitet nicht blos nützliche Kenntnisse, sondern strebt auch, dem jugendlichen Gemüth eine sittlichreligiöse Richtung zu geben, und die Ordnung der Schule wirkt überhaupt disciplinirend. Auch wird man wol sagen dürfen, dass die Bevölkerung Preussens, die Hauptstadt und einige grosse Städte abgerechnet, im Ganzen noch in einfacheren Verhältnissen lebt als in jenen Ländern, die sich an der Spitze der Civilisation zu stehen rühmen. Jedenfalls ist es zweifellos, dass die grossen Weltstädte mit ihrer Zusammendrängung grosser Volksmassen, ihrem gewaltigen Verkehr, ihrem raffinirten Luxus und menschlichen Elend vorzugsweise die Herde des Verbrechens sind, dass überhaupt Stadt und Land, eine ackerbautreibende und eine industrielle Bevölkerung sehr grosse Unterschiede hinsichtlich der Zahl und Art der Verbrechen erkennen lassen, dass aber dabei auch Volkssitte, Familienleben, Religion und Confession, Gesetzgebung und Staatsverwaltung vielfach modificirend einwirken.

Nach alledem vermögen wir auch in der Statistik der Verbrechen nicht das Gepräge eines allgemeinen Naturgesetzes, eines blossen Haushaltes der Natur zu entdecken, vielmehr finden wir auch hier, dass alle Regelmässigkeit in der Wiederkehr und Vertheilung der verbrecherischen Handlungen nur das Resultat von Combinationen natürlicher und socialer Bedingungen ist, die, soweit sie constant bleiben, constante Zahlen geben, sobald sie sich aber ändern, eine Modification dieser Zahlenwerthe zur Folge haben.

Zu demselben Ergebniss führt uns endlich auch die Statistik der Selbstmorde. Gehen wir auch hier zuerst von Frankreich aus, so war daselbst die Zahl der Selbstmorde von 1835 bis 1844 im Durchschnitt jährlich 2685; es kamen also, die mittlere Bevölkerung zu 34 Millionen angenommen, 79 Selbstmorde auf eine Million Einwohner. Die Wahrscheinlichkeit des Selbstmordes war demnach

0,000079.

In derselben Zeit wurden wegen begangener Verbrechen in einem Jahre durchschnittlich verurtheilt 4644 Personen, 136,6 auf eine Million der Bevölkerung. Es kamen also auf 100 Verbrecher fast 58 (genauer 57,8) Selbstmörder. Von 1848 bis 1857 dagegen war die Durchschnittszahl der jährlichen Selbstmorde 3683. Es kamen also, die Bevölkerung zu $35^3/_4$ Millionen angenommen, 103 Selbstmorde auf eine Million Einwohner, und war demnach die Wahrscheinlichkeit des Selbstmordes

0,000103.

In demselben Zeitraum wurden durchschnittlich in einem Jahre wegen begangener Verbrechen verurtheilt 4738, 132 auf eine Million der Bevölkerung. Es kamen daher jetzt auf 100 Verbrecher fast 78 (genau 77,7) Selbstmörder, und während die Frequenz des Verbrechens um $9^7/_{10}$ Procent gesunken war, war die Frequenz des Selbstmordes um $10^8/_8$ Procent gestiegen. Dieses Steigen war aber continuirlich, ohne Rückschritt. Denn theilt man diese beiden Zeiträume in 4 Quinquennien, so kommen auf 100 Selbstmorde im ersten Quinquennium (von 1835—39) im zweiten 113,4, im dritten 135,7, im vierten 143,8.* In allen Staaten, in welchen statistische Angaben über den Selbstmord vorliegen, zeigt sich eine solche stetige Zunahme desselben. Dabei ist aber die Frequenz desselben in Bezug auf die Bevölkerungszahl sehr verschieden. In Schweden z. B. kamen auf eine Million Einwohner in den Jahren 1840—50 nur 67, in Belgien i. d. J. 1841—50 sogar nur 56**, auch in dem, sonach wegen der Selbstmorde mit Unrecht verrufenen England und Wales i. d. J. 1841—45 nur 62, i. d. J. 1856—60, 65 Selbstmörder***, dagegen 1847—51 in Sachsen 202† und 1845—56 in Dänemark 256.

Sowohl aus der stetigen Zunahme als der höchst ungleichen Frequenz der Selbstmorde in gleich civilisirten Ländern (wie z. B.

---

* Vgl. hierüber und über die folgenden specielleren Angaben die Beilage.

** Wappäus, II, S. 474.

*** Wagner a. a. O. S 122.

† In Leipzig insbesondre kommen bei einer Bevölkerung von 85000 Einwohnern von 1861—65 im Durchschnitt auf das Jahr 33,8 Selbstmorde, was auf eine Million 397,7 geben würde.

Belgien und Sachsen) geht hervor, dass die Ansicht, „der Haushalt der Natur bestimme jährlich ebenso eine feste Zahl von Selbstmorden wie von Todesfällen überhaupt"*, eine ganz unbegründete ist. Mögen auch bei der ungleichen geographischen Verbreitung des Selbstmords Stammeseigenthümlichkeiten mitwirken, mag es ausgemacht seyn, dass der Hochsommer mehr Selbstmorde bringt als der Winter, und dass derselbe Monat Juni, in welchem Ausbruch von Geisteskrankheiten und Verbrechen gegen die Person am häufigsten vorkommen**, auch die meisten Selbstmorde aufzeigt, so weisen doch andre gewichtige Momente viel stärker darauf hin, dass hier verschiedenartige und veränderliche Culturzustände von grösserem Einfluss sind als blosse natürliche Bedingungen. Wenn die ländliche Bevölkerung sich weit weniger am Selbstmord betheiligt als die der Städte, von denen die grössten, wie bei den Verbrechen, wieder am meisten hervorragen, so kann dies wol nur anzeigen, dass verwickeltere und beweglichere Lebensverhältnisse leichter in moralische Verirrungen verstricken als einfachere und sich mehr gleichbleibende. Wenn die Geburtsstätte der Reformation, Sachsen sammt den angrenzenden protestantischen Ländern, wo für den Volksunterricht bestens gesorgt ist, hinsichtlich des Selbstmords in so schroffem Gegensatz zu dem ebenso industriellen und regsamen Belgien steht, so scheint dies freilich für den Protestantismus kein günstiges Zeugniss abzulegen. Indess die beiden stammverwandten und protestantischen Nachbarländer Dänemark und Schweden differiren in der Frequenz des Selbstmords noch stärker. Freilich wird, wo die Kirche nur noch einen geringen Einfluss auf das Volk ausübt, mit dem Autoritätsglauben zugleich auch leicht der sittlich religiöse Glaube überhaupt, welcher

---

* Wagner a. a. O S. 21, welcher jedoch wenige Seiten später (S. 24) selbst sagt, dass mit den Fortschritten der Civilisation sich besondre schädliche Ursachen auszubilden schienen, welche auf den Selbstmord hinwirkten.

** Nach Guerry, *statistique morale de l'Angleterre comparée avec la statistique morale de la France*, *Paris* 1864, fiel in Paris in den Jahren 1806 bis 1819, wie in den Jahren 1820 bis 1833 die geringste Zahl der Selbstmorde durchschnittlich in jeder Woche auf den Sonnabend (also auf den Tag wo die Arbeiterlöhne ausgezahlt werden). Vgl. Zarncke's Literar. Centralblatt, 1865. Nr. 6. Sp. 146.

geduldige Ergebung in die Schläge des Geschicks fordert und Ausgleichung aller Unebenheiten des menschlichen Daseyns in einem andern Leben verheisst, aber auch Verantwortung vor einem höheren Richter für alles Gethane und Unterlassene verkündigt, abgeworfen und damit, wie Hamlet sagt, „die Rücksicht, die Elend lässt zu hohen Jahren kommen" abgeschüttelt. Dem Protestantismus selbst fällt aber dieser Unglaube sammt seinen Folgen nicht zur Last; es scheint ihm nur nicht überall zu gelingen, die ungläubige Sinnesweise mit den Waffen, die ihm allein verstattet sind, mit den Waffen des Geistes wirksam zu bekämpfen. Die Disposition zum Protestantismus und Katholicismus und, vermöge derselben, mittelbar die grössere oder geringere Disposition zum Selbstmord mit Wagner* auf „wesentliche, wenn auch noch so geringfügige Verschiedenheiten der Hirnbildung und Hirnsubstanz" und dadurch auf „Stammeseigenthümlichkeiten" zurückführen zu wollen, scheint, solange wir noch so wenig Zuverlässiges über die Art und das Maass wissen, nach welchem das Gehirn sich am geistigen Leben betheiligen mag, doch mindestens eine sehr weit hergeholte Hypothese, die indess wol nichts weiter seyn soll als der materialistische Ausdruck der allerdings nicht zu bestreitenden Thatsache, dass Völker, Volksstämme und Individuen, in denen gegen die nüchterne Verstandesthätigkeit die Lebendigkeit der Phantasie und die Unmittelbarkeit des Gefühls zurücktreten, mehr zum Protestantismus, solche dagegen, in welchen die letzteren psychischen Kräfte das Uebergewicht behaupten, mehr zum Katholicismus disponirt sind. Doch hängt die Entwickelung dieser Dispositionen immer noch von mannigfachen begünstigenden oder hemmenden Umständen ab, die nicht in der geistigen Anlage eingeschlossen sind.

Auch bei dem Selbstmord macht sich der Unterschied der Geschlechter und Lebensalter in sehr bedeutender Weise geltend, doch in andrer als bei den Verbrechen. Zuerst haben beide Geschlechter an der fortwährenden Vermehrung der Selbstmorde ziemlich gleichen Antheil. Denn mit Berücksichtigung der Zunahme der Bevölkerung betrug in Frankreich, im Vergleich mit der Zahl der Selbstmörder,

* a. a. O. S. 188.

die in den Jahren 1835 bis 1839 auf eine Million jedes von beiden Geschlechtern kamen, die Vermehrung

	bei den Männern,	bei den Weibern
von 1840 bis 1844	13,3 Procent	13,9 Procent
„ 1848 „ 1852	38,2 „	28,4 „
„ 1853 „ 1857	42,7 „	46,4 „

Blieb also die Zunahme bei dem weiblichen Geschlecht in den Jahren 1848—52 bedeutend hinter der bei dem männlichen Geschlecht zurück, so glich sich dies im folgenden Quinquennium reichlich aus. Das Verhältniss der männlichen zu den weiblichen Selbstmördern ist ziemlich constant 3 : 1, indess es bei den Verbrechen 5 : 1 war, oder mit andern Worten: der Beitrag der Männer beträgt 75, der der Weiber 25 Procent. Dieses Verhältniss erleidet jedoch in den verschiedenen Altersclassen Modificationen, die zum Theil beträchtlich sind. Denn es waren unter 100 Selbstmördern

	von 1835 bis 1844,		von 1848 bis 1857	
im Alter	Männer,	Weiber,	Männer,	Weiber
unter 16 J.	65	35	66	34
von 16—21 „	64	36	58	42
„ 21—30 „	75	25	72	26
„ 30—40 „	78	22	77	23
„ 40—50 „	76	24	78	22
„ 50—60 „	74	26	79	21
„ 60—70 „	77	23	77	23
„ 70—80 „	78	22	77	23
„ 80 u. mehr J.	81	19	74	26

Am entschiedensten tritt hier hervor, dass in dem jugendlichen Alter unter 21 Jahren das männliche Geschlecht bedeutend schwächer, das weibliche um so stärker betheiligt ist, indess in den späteren Jahren die Abweichungen von dem Durchschnittsverhältniss viel geringer sind. Hinsichtlich des Selbstmords verhält sich also in beiden Geschlechtern das jugendliche Alter in entgegengesetzter Weise als bei den Verbrechen, wo die Männer den grösseren, die Weiber den kleineren Antheil, nach dem Verhältniss 6,4 : 1, haben, indess bei dem Selbstmord dieses Verhältniss 0,58 : 1 oder 1 : 1,7 ist. Dagegen nimmt in beiden Geschlechtern die absolute

Frequenz des Selbstmords mit den Lebensjahren ununterbrochen zu und ist daher im hohen Alter am grössten. Fasst man die beiden Decennien von 1835—44 und 1848—57 zusammen, so kamen in Frankreich durchschnittlich von 1000

auf das Alter	männlichen Selbstmördern	weiblichen Selbstmördern
unter 16 J.	2	3
von 16—21 „	30	60
„ 21—30 „	74	85
„ 30—40 „	88	84
„ 40—50 „	122	118
„ 50—60 „	145	139
„ 60—70 „	169	162
„ 70—80 „	185	177
„ 80 u. m. „	185	172

Auch hier zeigt das weibliche Geschlecht im jugendlichen Alter eine stärkere, im reiferen und höchsten Alter eine schwächere Betheiligung am Selbstmord als das männliche Geschlecht. Vergleicht man ferner die Frequenz des Selbstmords im Alter von weniger als 21 Jahren mit der im Alter von mehr als 70 Jahren, so ergiebt sich, dass jene zu dieser bei dem männlichen Geschlecht im Verhältniss 1:5,8, bei dem weiblichen dagegen im Verhältniss 1:2,8 steht. Vergleichen wir andrerseits in demselben Lebensalter die Frequenzen der verbrecherischen Handlungen (nach Taf. II der Beilage), so findet sich bei den Männern das Verhältniss 7,7 : 1, bei den Weibern 8,5 : 1. Das Maximum dagegen, in dem sich ein Lebensalter am Selbstmord betheiligt, ist in beiden Geschlechtern von dem Maximum, in welchem ein Lebensalter an verbrecherischen Handlungen Antheil hat, der Grösse nach nicht sehr verschieden. Denn aus den vorstehenden Zahlen erhellt, dass dasselbe hinsichtlich des Selbstmordes bei den Männern 18,5, bei den Weibern 17,5 Proc. beträgt; aus Tafel II der Beilage ist aber zu ersehen, dass hinsichtlich der verbrecherischen Handlungen das Maximum der Betheiligung bei den Männern 16,2, bei den Weibern 17,4 Procenten gleichkommt.

Die Wahl der Mittel zum Selbstmord ist, je nach nationalen Eigenthümlichkeiten und Stammesgewohnheiten, zwar sehr ver-

schieden, zeigt aber doch wieder innerhalb einer und derselben Bevölkerungsgruppe theils ziemlich constante, theils langsam sich ändernde Zahlen und hinsichtlich der beiden Geschlechter bedeutende Unterschiede. So erwählten* unter 1000 Selbstmördern

	Erhängen,	Ertränken,	Erschiessen,	Gift,	andre Mittel
in Dänemark (1840—56)	689	208	49	15	39
„ Norwegen (1851—55)	661	207	43	—	89
„ Baiern (1844—51)	494	244	181	—	81
„ Belgien (1840—49)	474	254	154	18	100
„ Schweden (1843—55)	393	235	69	217	86
„ Frankreich (1848—57)	364	317	131	18	170

Der Gegensatz zwischen Dänemark und Schweden ist auch hier wieder sehr auffallend, in dem letzteren Lande jedoch der scheinbar ausgedehnte Gebrauch des Giftes dadurch erklärlich, dass daselbst die Tödtung durch Kohlendunst mit zu den Vergiftungen gerechnet wird. — Was die geschlechtliche Verschiedenheit in der Wahl der Mittel zum Selbstmord betrifft, so wählten

unter 1000 männlichen Selbstmördern den Tod durch

	Erhängen,	Ertränken,	Erschiessen,	Gift,	Kohlendunst	und andre Mittel
in Dänemark (1845—56)	683	177	83	15	—	42
in Frankreich (1848—57)	393	271	172	15	65	84

unter 1000 weiblichen Selbstmördern aber dieselben Todesarten der Reihe nach

in Dänemark	429	434	2	67	—	68
in Frankreich	271	457	7	28	145	92

Das Erhängen ist also in beiden Ländern bei dem männlichen, das Ertränken bei dem weiblichen Geschlechte die beliebteste Todesart, wiewohl in Dänemark die Vorliebe für das Erhängen auch in diesem Geschlechte der für Ertränken fast gleichkommt. Für Frankreich ist noch nachweisbar, dass von 1835—39 bis 1853—57 das Erhängen bei den Männern um 30 Procent, bei den Weibern um 9 Procent, die Tödtung durch Kohlendunst bei den Männern um 34 Procent, bei den Weibern um 19 Procent gestiegen, dagegen das Erschiessen bei den Männern um 36, bei den Weibern um

* Wappäus, II, S. 440.

50 Procent gesunken ist.* In Dänemark ist von 1835—44 bis 1848—57 bei dem männlichen Geschlecht die Frequenz des Erhängens um 2 Procent, die des Erschiessens um 32 Procent, die der Vergiftung um 15 Proc. gestiegen, die des Ertränkens aber um 11 Proc. gesunken; bei dem weiblichen Geschlecht aber hat sich das Erhängen um 2 Proc. vermindert, dagegen das Ertränken um $5^3/_5$ Proc. und das Vergiften um $39^3/_5$ Proc. vermehrt.** Vermuthlich ist aber bei der letzteren Todesart auch hier die Erstickung durch Kohlendunst eingerechnet.

Alles dieses führt zuletzt von selbst auf die Frage, ob und inwieweit die Statistik über die Ursachen und Motive des Selbstmords Aufschluss zu geben vermag. Wir begnügen uns hierüber das Resultat der umfänglichen Untersuchungen A. Wagner's*** anzuführen, welches dahin lautet, dass reichlich ein Drittel aller Selbstmorde (bei dem weiblichen Geschlecht ein noch bedeutend grösserer Theil) auf Geisteskrankheiten, nur etwa ein Zehntel auf körperliche Krankheiten — mit ohngefähr gleicher Betheiligung beider Geschlechter — zurückzuführen ist, indess unter den übrigen Selbstmorden edlere Motive, wie schwärmerische Leidenschaften, Schmerz über den Tod geliebter Personen, Scham und Reue, Furcht vor Schande u. dgl. nur selten vorkommen, desto häufiger aber Laster, Kummer über Vermögensverlust, Aerger und Zwist mit den Angehörigen, Furcht vor Strafe u. s. w. die Triebfedern des Selbstmords sind. Hiernach wird man nun wohl berechtigt seyn, die allgemeine Zunahme desselben in den europäischen Staaten als ein Zeichen zunehmender Demoralisation zu betrachten; denn ein immer grösserer Theil der Bevölkerung lässt sich zum Selbstmord verleiten. Die merkwürdige Thatsache aber, dass die Verleitbarkeit dazu jederzeit auch mit dem Lebensalter wächst, scheint darauf hinzuweisen, dass mit der Verlängerung des Lebens auch die Verwickelungen der Lebensverhältnisse sich mehren, dass der moralisch haltlose und irreligiöse Mensch mit den Jahren immer mehr der Verzweiflung verfällt, dass mit dem drückenden Gefühl der Abnahme der

* Vgl. d. Beilage.

** Berechnet nach den Angaben von Wappäus II, S. 442.

*** In der mehrgedachten Schrift, besonders S. 157 ff. u. S. 283.

körperlichen und geistigen Kräfte die Muthlosigkeit mehr und mehr überhand nimmt, krankhafte Gemüthsstimmungen allmählich herrschend werden, und die Hoffnung, sich durch Willensstärke und Thatkraft aus ungünstigen Verhältnissen herauszureissen, stetig sinkt. Wo es an sittlicher Selbstbeherrschung, an dem Glauben an die Vorsehung und eine über das irdische Leben hinausgehenden Bestimmung des Menschen stets gefehlt hat, da ist freilich der Selbstmord eine natürliche Folge von, theils in allgemeinen, theils in besonderen Lebensschicksalen begründeten und mit den Jahren zunehmenden, den Entschluss dazu begünstigenden Verhältnissen.

Man spricht zwar wol auch von einem Hang zum Selbstmord. Indess hat doch, unsers Wissens, einen allgemeinen, dem Menschen ursprünglich eignen Trieb dazu — wie etwa der angebliche ursprüngliche Hang zum Bösen — noch Niemand behauptet. Wir sind daher hier der Widerlegung einer solchen Annahme überhoben. In der That ist auch der Selbsterhaltungstrieb und die Liebe zum Leben dem Menschen so tief eingepflanzt, dass der Selbstmord immer als eine widernatürliche Handlung erscheint.

Wir können hier unsre Durchmusterung der moralischen Statistik schliessen und als die Hauptresultate derselben folgende Sätze bezeichnen.

1) Alle Gesetzmässigkeit, welche die moralische Statistik in den willkürlichen menschlichen Handlungen nachweist, rührt nicht von einem fatalistischen Gesetz her, von einem Verhängniss, das blinde Unterwürfigkeit forderte und sich mit unwiderstehlicher Macht vollstreckte, sondern sie ist das Product von constanten, aber auch modificirbaren Ursachen.

2) Die Gesetzmässigkeit, welche die moralische Statistik nachweist, betrifft nur gewisse Classen der willkürlichen menschlichen Handlungen und bezieht sich immer nur auf einen kleinen Bruchtheil der Bevölkerung eines Landes, der zu diesen Handlungen vorzugsweise befähigt ist. Sowohl der mittlere Mensch überhaupt, als im besondern der des männlichen und des weiblichen Geschlechts und eines bestimmten Lebensalters ist nur eine abstracte

mathematische Fiction, welche zwar insofern gestattet ist, als sie anzeigt, in welchem Verhältniss die Zahl derjenigen Personen, welche eine gewisse Art von willkürlichen Handlungen begehen, zu der Zahl der übrigen Personen derselben Classe, welche sie nicht begehen, steht; es hat aber dieser abstracte Begriff durchaus nicht die Bedeutung, als ob die Gesammtheit der Individuen dieser Classe an den betreffenden Handlungen einen reellen Antheil hätte.

3) Die Befähigung zu den von der moralischen Statistik untersuchten Handlungen ist begründet theils in der menschlichen Natur überhaupt, theils in besondern begünstigenden Anlagen, die wiederum entweder individuell sind, oder mit natürlichen Stammeseigenthümlichkeiten zusammenhängen, theils in der gesellschaftlichen Stellung und Lebensgeschichte der Individuen.

4) Ob und wie diese Befähigung zur Wirksamkeit gelangt, hängt ab von der Stärke der Veranlassung zum Handeln, der Gelegenheit zur Ausführung und dem grösseren oder geringeren Widerstande, den besonnene Ueberlegung und sittliche Bildung den verlockenden Antrieben entgegensetzen.

5) Die Beständigkeit der statistischen Zahlen weist darauf hin, dass in einem grösseren socialen Verbande die Veranlassungen und Gelegenheiten zu den Handlungen, auf welche sich jene Zahlen beziehen, alljährlich ziemlich gleichmässig wiederkehren, aber auch, dass die Zahl der Individuen, für welche entweder (wie bei den nicht leichtsinnig geschlossenen Heirathen), den Antrieben zum Handeln zu widerstehen, kein Grund vorhanden, oder in denen (wie bei den Verbrechen und Selbstmorden) der sittliche Widerstand zu schwach ist, sich im Ganzen ziemlich gleich bleibt.

6) Die Veranlassungen und Gelegenheiten zu solchen Handlungen haben grösstentheils ihren Sitz in socialen Verhältnissen und Zuständen, die sich zwar längere Zeit behaupten, aber nicht schlechthin unveränderlich sind. Sie hängen aber zum Theil auch ab von der Gunst oder Ungunst, mit welcher die Natur unter verschiedenen Himmelsstrichen und zu verschiedenen Zeiten den menschlichen Bedürfnissen entgegenkommt. Die Frequenz der betrachteten Handlungen ist daher nicht schlechthin und allgemein eine constante, sondern erleidet örtliche und zeitliche Modificationen.

7) Ganz besonders die intellectuelle und moralische Bildung, die der Verlockung zu unbesonnenen und unerlaubten Handlungen Widerstand leisten kann, hängt von socialen Zuständen, von der ganzen Gliederung und Organisation der Gesellschaft ab. Diese ist ebenso mannigfaltig wie die Völkerschaften, Volkssitten und Staatseinrichtungen. Aber auch der Organismus der Gesellschaft ist nicht stationär, sondern Veränderungen unterworfen, zufolge deren die socialen Zustände sich bald verbessern bald verschlechtern und mit ihnen die unsittlichen Handlungen sich mindern oder mehren.

8) Versteht man unter willkürlichen Handlungen solche, welche einzig und allein das Werk des blossen Wollens (die Kür, Wahl des reinen Willens) seyn sollen, so verneint die moralische Statistik, wenigstens innerhalb des ihr zugänglichen Gebiets, die reelle Existenz solcher Handlungen und erklärt die Willkür für einen blossen Schein. Denn sie findet überall Veranlassungen, Triebfedern, Beweggründe — Motive zum Handeln. Wenn daher nur ein motivloser Wille Anspruch darauf hat, als freier Wille zu gelten, so leugnet die moralische Statistik entschieden, dass es in diesem Sinne einen freien Willen gebe.

9) Dagegen lässt sie die Frage ganz offen, ob der menschliche Wille jederzeit durch vernünftige Gründe bestimmt werden kann, auch den stärksten Verlockungen zu unbesonnenen oder unerlaubten Handlungen zu widerstehen, ob die eigne vernünftige Einsicht des Menschen jederzeit die Macht besitzt, seinem Wollen und Handeln die Richtung vorzuzeichnen. Die innersten, psychischen Motive der Handlungen, die sie registrirt, entziehen sich fast durchaus ihrer Nachforschung, und ob bei der grossen Quote aller der Personen, die zu solchen Handlungen gleichfalls befähigt sind, sie aber doch unterlassen, die Veranlassungen, oder die Gelegenheiten fehlen, oder die Erregbarkeit zu gering ist, oder die Stärke vernünftiger Selbstbeherrschung von der Ausführung zurückhält, — dies alles lässt sich nicht durch statistische Classificationen zur Entscheidung bringen.

Dass nun der wohlgesinnte Mensch nicht nur fortwährend an seiner eignen sittlichen Vervollkommnung arbeiten, sondern auch, mit mehr oder weniger Erfolg, je nach seiner Begabung und ge-

sellschaftlichen Stellung, in engeren oder weiteren Kreisen, in der Familie, im Geschäftsleben, im geselligen Umgang, in der Schule, der Kirche, dem Staate, auf Andre einen sittlichen Einfluss gewinnen kann; dass durch die Erziehung, durch sittlichreligiöse Belehrung und Erhebung, durch gutes Beispiel, Gemeinsinn, verständige Wohlthätigkeit, durch menschenfreundliche Vereine, gewissenhafte Verwaltung der Aemter, weise Gesetze sehr wesentliche Verbesserungen der socialen Zustände herbeigeführt werden können, und diese also von dem Gesammtwillen der Gesellschaft abhängen, zu dem jeder Einzelne seinen Beitrag liefert, — dies alles darf wol für eine so allbekannte und anerkannte Wahrheit gelten, dass jedes weitere Wort darüber unnütz scheint. Und in der That kann man hierbei Beruhigung fassen, wenn man die menschlichen Dinge nur aus dem Standpunkt des praktischen Lebens betrachtet und bei ihrer Beurtheilung keinen feineren Massstab anlegt als den des gemeinen Verstandes (*common sense*), der zwar gesund ist, aber auch alle tieferen Untersuchungen als Grübeleien zurückweist. Indess für eine wissenschaftlich philosophische Sinnesart lässt doch das Studium der moralischen Statistik einen Stachel des Zweifels zurück. Denn da diese sich entschieden gegen alles motivlose Wollen erklärt, überall vielmehr Motive des Wollens sucht und findet, so drängt sich uns unabweislich die ernste Frage auf, ob nicht auch da, wo wir aus innern Motiven zu wollen und zu handeln, uns selbst zu gewissen Richtungen des Wollens zu bestimmen meinen, wir in einer grossen Täuschung befangen sind; ob nicht in höherer Instanz alle Antriebe zum Wollen und Handeln von aussen her stammen, ob in dem steten Verkehr, in welchem wir mit der Aussenwelt stehen, unser denkender und wollender Geist doch nur das Gepräge annimmt, das ihm die Dinge, mit denen er verkehrt, und die Umstände, unter denen es geschieht, aufdrücken, und ob nicht, wenn er einmal ein solches Gepräge angenommen hat, auch die Handlungen, welche wir als absichtliche, selbsterwählte, freie anzusehen gewohnt sind, mit Nothwendigkeit erfolgen müssen, und in dieser Nothwendigkeit zuletzt jede Spur von Willensfreiheit sich wie im Sande verliert, um entweder der allgemeinen Gesetzmässigkeit des Naturlaufs, in dessen grosses Getriebe dann das

Leben unsers Geistes als ein unscheinbares Rädchen, das nur Bewegungen empfängt, um sie weiter zu geben, eingeflochten ist, Platz zu machen, oder einem einzigen wirklich vorhandenen und unbemerkt an den Wandlungen der Dinge wie an und in uns selbst sich vollziehenden Willen, dem Willen des Weltgeistes zu weichen. Diese grosse Frage, mit deren Beantwortung sich die tiefsten Denker der christlichen Aera der Philosophie vielfach beschäftigt haben, wollen wir jetzt, nachdem die moralische Statistik einen neuen und kräftigen Anstoss zu ihrer Erörterung gegeben hat, im Folgenden wenigstens kritisch zu beleuchten versuchen.

Ueber die menschliche Willensfreiheit.

Freiheit in der weitesten Bedeutung des Worts ist ein Prädicat, das nicht blos dem menschlichen Willen und den von ihm ausgehenden, daher willkürlich genannten Handlungen beigelegt wird, sondern auch anderen willenlosen, ja selbst leblosen Dingen. Wir sagen: draussen im Freien, auf dem freien Felde, in der freien Luft, unter freiem Himmel; die Mechanik spricht von frei fallenden Körpern und frei beweglichen Punkten, die Physik von freier Wärme und Elektricität, die Aesthetik von freiem Phantasiren und freier Schönheit u. s. f. In allen diesen Verbindungen zeigt das Prädicat „frei“ nur an das Nichtvorhandenseyn irgend welcher Beschränkung, Begrenzung, Gebundenheit, Hemmung, irgend eines Zwanges hinsichtlich der Beschaffenheit oder des Zustandes dessen, dem es beigelegt wird. Der Begriff der Freiheit ist in diesem Sinne ein blos negativer, und Werth kommt dieser Freiheit nur da zu, wo Beschränkung und Zwang als eine Störung der Eigenthümlichkeit dessen, dem sie auferlegt sind, anzusehen ist. Sofern nun der Mensch strebt, seine Gedanken durch Handlungen zu verwirklichen, ist sein Handeln frei, wenn jenes Streben nicht durch äussere Hindernisse gehemmt wird. Da nun dieses innerliche Streben sein Wollen heisst, das erst, wenn es den beabsichtigten Erfolg hat, zum Handeln wird, so sagt der Mensch: ich bin frei, wenn ich thun kann, was ich will. Gewerbs-, Verkehrs- und Handelsfreiheit, Lehr-, Lern-, Rede- und Pressfreiheit sind Freiheiten dieser Art. Dem Gedachten und Gewollten gemäss ohne Hemmung und Schranke handeln zu können, erscheint hier als die Eigenthümlichkeit des Menschen, auf die er Werth legt, als ein Gut, jede Ein-

schränkung dieser Ungebundenheit als ein Uebel. Nun **kann** zwar der Mensch bei weitem **nicht** alles, was er will. Durch die Natur überhaupt, insbesondre seine körperliche Organisation sind ihm Schranken gesetzt, und er kann sich eine noch grössere Freiheit des Handelns denken als die, welche ihm zu Gebote steht. Aber es gelingt seinem Erfindungsgeiste immer besser, durch künstliche Hilfsmittel die Tragweite seiner Sinne, die Wirksamkeit seiner Hand ins Unbegrenzte zu steigern, sich einen immer grossartigeren Wirkungskreis zu erobern, die Stoffe und Kräfte der Natur seinen Zwecken dienstbar zu machen, die Hemmungen, welche räumliche und zeitliche Entfernungen seinen Kraftäusserungen entgegensetzen, zu besiegen, und so die natürlichen Schranken seiner Freiheit zu handeln immer weiter hinauszurücken.

Aber diese Freiheit ist nur eine **äussere**. Sie bedeutet nicht mehr, als dass, wo sie vorhanden, der Mensch nicht gehindert ist, in der Aussenwelt Veränderungen hervorzubringen, die mit dem, wonach er innerlich strebt, übereinstimmen. Wäre nun dieses Streben des Wünschens, Verlangens, Begehrens, Wollens immer sich selbst gleich, wie etwa die geradlinige und gleichförmige Bewegung eines Punktes, so käme keine anderweite Freiheit in Frage. Man könnte dann bei folgenden Sätzen Spinoza's* Beruhigung fassen: *unaquaeque res, quantum in se est, in suo esse perseverare conatur*, und: *conatus, quo unaquaeque res in suo esse perseverare conatur, nihil est praeter ipsius rei actualem essentiam.* Der gleichmässige ungehemmte Abfluss dieses innern Strebens wäre dann eben die Wesenheit (*essentia*), die eigenthümliche Natur des Geistes. Und wie das sogenannte Trägheitsgesetz es als ein selbstverständliches Axiom ansieht, dass nicht nur die Ruhe, sondern auch die geradlinige und gleichförmige Bewegung eines Körpers oder materiellen Punktes, als eine sich immer selbst gleiche Veränderung, solange fortdauert, als nicht äussere Ursachen das Ruhende in Bewegung setzen, das Bewegte nöthigen, seine Richtung und Geschwindigkeit zu ändern, oder gar die Bewegung mit Ruhe zu vertauschen, für diese Fortdauer der Ruhe oder gleichförmigen und

---

* *Ethica P. III. prop.* 6. *et* 7.

geradlinigen Bewegung aber keine besondre Ursache gefordert wird, — so könnte man auch einen unverändert fortdauernden Zustand des Geistes, wie ein solches sich selbst gleichbleibendes Streben seyn würde, als ein inneres Geschehen betrachten, das einer Ursache nicht bedürftig wäre, und in dem sich nur das eigenthümliche Wesen des Geistes offenbarte.

Aber so einförmig ist unser inneres Streben nicht. Die Richtungen unsers Begehrens und Wollens ändern sich unaufhörlich, und die Energien, mit denen wir begehren und wollen, wechseln nicht minder in den grössten Abstufungen. Wir können wollen und nicht wollen, dieses oder jenes wollen, und wir wollen in der That bald dieses bald jenes. Unser inneres Streben hat nicht eine geradlinige, auch nicht eine krummlinige Bewegung, sondern eine Bewegung in einer vielfach gebrochenen Linie zum Bilde, deren Theile bald mit Hast, bald mit zögernder Langsamkeit beschrieben werden. Wie nun aber die Mechanik für jede Abweichung des Bewegten von seiner ursprünglichen Richtung, für jede Ab- und Zunahme seiner Geschwindigkeit Ursachen fordert, so müssen auch für jeden Wechsel in der Richtung und Stärke unsers innern Strebens Ursachen vorausgesetzt werden.

Die Mechanik lässt in der Körperwelt nur äussere Ursachen zu. Der ruhende materielle Punkt setzt sich nicht selbst in Bewegung, der bewegte ändert nicht selbst seine Richtung und Geschwindigkeit, sondern dies geschieht durch Kräfte, die von anderen Punkten ausgehen. Dass nun unsre Seele unaufhörlich von aussen her zu innerer Thätigkeit erregt wird, bezeugen die Empfindungen, und dass diese Erregungen als Vorstellungen fortdauern, die Erinnerungen. Ob aber auch unser Wollen von aussen her seine Richtungen und Stärkegrade empfängt, das ist die weitere Frage, die, wenn sie bejahend beantwortet werden muss, alle Freiheit des Willens in das Reich der Illusionen verweist, mit denen die menschliche Selbstüberhebung sich nur zu oft schmeichelt.

Kann nun aber das Wollen mit Hinsicht auf seine Veränderlichkeit nicht als ein ursachloses inneres Geschehen betrachtet, und soll gleichwohl die Freiheit des Willens gerettet werden, so bleibt nichts übrig, als die Annahme, dass alle Veränderungen in der

Richtung und Stärke des Wollens, sowie aller Wechsel zwischen Wollen und Nichtwollen innere Ursachen haben. Dieser Gedanke erhält zunächst die Fassung, dass der Wille sich selbst zum Wollen bestimme und die Freiheit des Willens, wie Kant sich ausdrückt, in der Fähigkeit oder dem Vermögen des Willens bestehe, sich selbst zu bestimmen und mit absoluter Spontaneität eine Reihe von Erscheinungen (Veränderungen) anzufangen. Indess schon Locke* ist es nicht entgangen, dass dies nichts anders bedeutet als das Wollen wollen. Mit voller Evidenz und Schärfe hat aber erst Herbart gezeigt, dass der Begriff der Selbstbestimmung auf eine unendliche Reihe ohne einen ersten Anfang führt, daher ganz und gar nicht das erklärt, was er doch begreiflich machen soll. Irgend ein bestimmtes Wollen folgt nämlich entweder auf ein Nichtwollen oder auf ein Anderswollen, ist also im ersten Falle ein Uebergang aus der Unthätigkeit in Thätigkeit, im andern ein Ueberspringen von einer Richtung seiner Thätigkeit in eine andre, oft sogar entgegengesetzte. Ist nun aber die Ursache dieser Veränderung im Zustande des Willens wieder der Wille selbst, so muss er, bevor er diese Veränderung hervorbrachte, unthätig gewesen, mit derselben aber aus der Unthätigkeit in Thätigkeit übergegangen seyn. Dies ist aber wieder eine Veränderung im Zustande des Willens, die, wenn nun einmal der Wille sich selbst bestimmen soll, abermals auf eine vorangegangene Umwandlung von Unthätigkeit in Thätigkeit als ihre Ursache zurückweist u. s. f. ohne Ende. Auf dasselbe Resultat kommt Schopenhauer. Nach der Freiheit des Wollens fragen, sagt er**, bedeute soviel als fragen: kannst du auch wollen was du willst? welches herauskomme, als ob das Wollen noch von einem andern hinter ihm liegenden Wollen abhänge. Gesetzt diese Frage würde bejaht, so entstände alsbald die zweite: kannst du auch wollen was du wollen willst? „und so würde es ins Unendliche hinaufgeschoben werden, indem wir immer ein Wollen von einem früheren oder tiefer liegenden abhängig dächten,

---

* *Essay concerning human understanding L. II ch.* 21 § 25, ein Kapitel, das viele treffende Bemerkungen über die Willensfreiheit enthält.

** Die beiden Grundprobleme der Ethik. 2. Aufl. S. 6.

und vergeblich strebten, auf diesem Wege zuletzt eines zu erreichen, welches wir als von gar nichts abhängig denken und annehmen müssten. Wollten wir aber ein solches annehmen, so könnten wir ebensogut das erste als das beliebig letzte dazu nehmen, wodurch dann aber die Frage auf die ganz einfache: kannst du wollen? zurückgeführt würde. Ob aber die blosse Bejahung dieser Frage die Freiheit des Wollens entscheidet, ist was man wissen wollte und bleibt unerledigt."

Es giebt jedoch eine Thatsache des Bewusstseyns, die, je nachdem man sie auslegt, entweder die Annahme der Selbstbestimmung des Willens zu rechtfertigen, oder, trotz aller Einwendungen, die gänzliche Ursachslosigkeit im Wechsel der Richtungen des Wollens zu verbürgen scheint. Es ist dies die Willkür (*liberum arbitrium*), wenn darunter, nach dem ursprünglichen Sinne des Worts, die Wahl des Willens zwischen verschiedenen oder sogar entgegengesetzten, sich ihm darbietenden Arten zu wollen, oder auch zwischen Wollen und Nichtwollen überhaupt, verstanden wird. Wir halten unser Wollen für absolut frei, wenn es von der anziehenden oder abstossenden Beschaffenheit dessen, was sich als Ziel eines möglichen Wollens darbietet, unabhängig erscheint, wenn die Richtung und Stärke des Wollens nicht durch die Beurtheilung des Werths oder Unwerths, des Vortheils oder Nachtheils des möglicherweise zu Wollenden bestimmt, wenn durch Objecte, die sich als wünschenswerthe Güter darstellen, der Wille nicht in Bewegung gesetzt, durch solche, welche wir als Uebel erkennen, nicht verhindert wird, der durch sie bezeichneten Richtung zu folgen. Entweder bestimmt nun in der That hier der Wille sich selbst, unabhängig von der derselben Person inwohnenden Erkenntniss des Gegensatzes zwischen dem Angenehmen und Unangenehmen, Nützlichen und Schädlichen, Guten und Bösen, oder es wird jeder Gedanke an einen bestimmenden Grund, an eine Nöthigung, sey sie auch Selbstnöthigung, aufgegeben und die absolute Freiheit des Willens in das Nichtvorhandenseyn jeder Bedingtheit desselben, in die gänzliche Ausschliessung irgend welcher Nothwendigkeit gesetzt. Dies ist der Freiheitsbegriff des Indeterminismus, der die Freiheit der Nothwendigkeit entgegenstellt und sie,

wegen des gleichzeitigen Verhaltens, das hier dem Willen in Absicht auf die Beschaffenheit des zu Wollenden zugeschrieben wird, als *libertas indifferentiae* bezeichnet. Da nun das Gegentheil des Nothwendigen, als dessen, was weder nicht seyn noch anders seyn kann als es ist, das Zufällige ist, dasjenige, was auch nicht, oder anders seyn kann als es ist, so fällt der Begriff dieser absoluten Freiheit ganz mit dem der reinen Zufälligkeit des so oder anders Wollens zusammen. Dass nun, wenn alle freien Willensacte rein zufällige Ereignisse in unserm Geistesleben wären (das doch sonst nicht minder als die Natur an gewisse, wenn auch ihm eigenthümliche Gesetze gebunden ist und in allen übrigen Erscheinungen den Causalzusammenhang nirgends verleugnet), dies nur wie eine seltsame und unbegreifliche Anomalie dastehen würde, ist um so einleuchtender, als andrerseits mit dieser Annahme auch alle Zurechnung und Verantwortlichkeit, Verdienst und Schuld aufgehoben wären, also zu ihrer Beschönigung auch nicht einmal das moralische Interesse herbeigezogen werden könnte.

Sehen wir indess der Willkür näher ins Gesicht, so finden wir, dass jener aus ihr abstrahirte Begriff der absoluten Willensfreiheit keineswegs berechtigt ist, sich auf sie, gleich als auf eine Thatsache zu berufen. Die Willkür sagt nicht: ich kann wollen was ich will; sondern: ich kann wollen was mir beliebt. In diesem Belieben giebt sich aber unzweifelhaft eine Abhängigkeit des Wollens von Andrem kund, was nicht mehr Wollen ist. Die Willkür schüttelt zwar jede Gebundenheit an eine feste Regel oder Gesetz ab, jede Abhängigkeit von vernünftigen Gründen, von überwiegendem Werth oder Unwerth der Objecte der Wahl; aber sie folgt entweder den Eingebungen der subjectiven Lust und Laune des Augenblicks und ist dann vom zufälligen Zusammentreffen bedingender Umstände abhängig, oder sie wählt selbst das, was ihr weder objectiven Werth zu besitzen scheint, noch subjectiv materiell angenehm ist, — blos um zu zeigen, dass ihr Wille an nichts gebunden sey. Aber gerade dann wird der Wille durch diesen Beweggrund bestimmt. Die willkürlichen Entschliessungen eines eigensinnigen Despoten sind allerdings zum Theil das Werk des Zufalls, der im nicht voraus zu berechnenden Zusammentreffen von Umständen besteht, die ihn in

gute oder üble Laune versetzen; zum Theil können sie aber auch die Folge eines Grundsatzes seyn, nämlich dieses: stets so zu wollen, dass sein Entschluss sich jeder Vorherbestimmung entzieht. Er wird sich deshalb sogar hüten, immer das Gegentheil von dem zu wollen, was ihm gerathen oder von ihm gefürchtet wird; denn er würde sich dann eine feste Regel auflegen. Indem er aber jenen Grundsatz befolgt, um seine absolute Willensfreiheit zu zeigen, macht er sein Wollen doch von einer Regel abhängig, und es ist nur die Lust an der vermeintlichen Ungebundenheit seines Willens, die ihm diese Regel wider seinen Willen aufdrängt.

Das Resultat dieser Erörterungen ist nun allerdings: es giebt keinen sich selbst genugsamen, von allen ausser ihm liegenden Bedingungen unabhängigen und abgelösten, es giebt keinen absolut freien Willen. Denn die absolute Willkür ist eine abstracte Fiction, keine Thatsache. Mag es auch zuzugestehen seyn, dass wir uns häufig über ihre Motive keine genaue Rechenschaft zu geben vermögen, so beweist dies doch nicht, dass sie gar nicht vorhanden sind. Sie kommen uns dann zwar nicht zum klaren Bewusstseyn, aber dass solche verborgene Motive aus dem dunklen Grunde der Seele wirken können, verrathen die Uebergänge aus den unbewussten Zuständen in bewusste Vorstellungen, die als Stimmungen und gegenstandslose Gefühle nur wie im Dämmerlichte erscheinen. Von der Selbstbestimmung oder Selbstnöthigung des Willens sahen wir aber, dass sie undenkbar ist.

Gleichwohl könnte doch aber diese Undenkbarkeit auch anders, nämlich so gedeutet werden, dass sie nur die Unbegreiflichkeit der Selbstbestimmung für unser denkendes Erkennen anzeige, dass wir hier an einer Grenze unsres Erkennens stehen. Das Nächste was zu dieser Auslegung berechtigen könnte, würde seyn, dass jene Selbstbestimmung wäre, was sie nicht ist, eine sichre Thatsache des Bewusstseyns. Indess könnte auch noch auf einem andern Wege jene Auslegung als eine unvermeidliche sich uns aufdrängen: dann nämlich, wenn es sich zeigen liesse, dass die Selbstbestimmung des Willens eine nothwendige Voraussetzung unmittelbar gegebener Thatsachen des Bewusstseyns sey.

Kein Geringerer als Kant hat diesen Weg wirklich betreten.

Er erkennt zwar an, dass die Freiheit des Willens, die Fähigkeit desselben sich selbst zu bestimmen, weder die unmittelbare Gewissheit eines Axioms noch die mittelbare eines erweislichen Lehrsatzes für sich in Anspruch nehmen könne, er erklärt sie aber für eine moralisch nothwendige Annahme, für ein Postulat der praktischen Vernunft, für einen Begriff, an dessen Realität zu glauben, ein moralisch praktisches Interesse fordere.

Kant's Gedankengang ist in der Kürze folgender. Thatsache des Bewusstseyns ist das Moralgesetz, das in der Form eines allgemeinen und allgemein giltigen Gebots, des „kategorischen Imperativs"* uns vorschreibt, was wir thun sollen, d. h. wie der unsern absichtlichen Handlungen zu Grunde liegende Wille beschaffen seyn muss, um für gut gelten zu können. Die Uebereinstimmung des Verhaltens unsers Willens mit dem Gesetz ist jedoch nur dann Moralität, wenn das Motiv des Wollens einzig und allein Achtung vor dem Gesetz ist, worauf dieses vermöge der Würde, die ihm in seiner Allgemeingiltigkeit zukommt, Anspruch hat. Das Moralgesetz ist aber kein Naturgesetz; denn wäre es ein solches, so würde es entweder durch Zwang oder durch unwiderstehlichen Reiz unsern Willen mit Nothwendigkeit bestimmen, und dieser ihm stets gehorchen müssen, indess er ihm doch blos folgen soll. Es darf daher das Moralgesetz uns nicht von aussen her auferlegt seyn, sondern es muss von unserm eignen Willen ausgehen; die moralische Gesetzgebung darf nicht Heteronomie, sie muss vielmehr Autonomie seyn. Da nun, nach Kant, alles was den Charakter der Allgemeinheit und Nothwendigkeit hat, aus der Vernunft stammt, so muss das Moralgesetz, welches diesen Charakter an sich trägt, ein solches seyn, das die reine praktische Vernunft, der vernünftige Wille, sich selbst giebt, und, weil es von dem Willen ausgeht, die Form eines Gebots haben. Die Fähigkeit des Willens aber, unabhängig von jeder äussern Nöthigung, von aller Naturnothwendigkeit, sich selbst ein Gesetz zu geben und nach diesem sich selbst zu bestimmen, ist Freiheit. Sie ist eine moralischnothwendige Voraus-

* Er lautet bekanntlich: handle so, dass die Maxime deines Willens jederzeit zugleich als Princip einer allgemeinen Gesetzgebung gelten könne.

setzung, weil ohne sie Moralität unmöglich wäre. Diese Freiheit ist aber nicht ein gesetzloses Wirken des Willens, wie es in der reinen Willkür gedacht wird; vielmehr ist eben das Moralgesetz der Ausdruck desjenigen Gesetzes, nach dem der sittlichvernünftige Wille sich bethätigt, und in dem Begriffe dieser sittlichen Freiheit erhält der ursprünglich blos negative Begriff der Freiheit eine nähere Bestimmung von positivem Gehalt.*

Es würde dieser Deduction der sittlichen Freiheit als einer Selbstbestimmung des Willens nicht bedürfen, wenn dieselbe eine unmittelbar gewisse Thatsache des Bewusstseyns, wenn sie ein in die Erscheinung fallender Vorgang wäre. Dafür giebt sie aber Kant selbst nicht aus; vielmehr ist sie ihm ein jenseits jeder innern Erfahrung liegender, nur intelligibler Willensact, der sich der Selbstbeobachtung gänzlich entzieht und wie alles, was bei ihm Vernunftthätigkeit heisst, ausserhalb des Zeitverlaufs und vor aller Erfahrung zu denken ist. Daher erhält denn auch diese Freiheit den Namen der transscendentalen Freiheit. Der Mensch nämlich ist nach Kant ein Doppelwesen, das mit der einen Hälfte der sinnlichen Welt, mit der andern einer intelligiblen Welt angehört. Als Sinneswesen steht er in dem Reiche der Erscheinungen, die theils der äussere Sinn als Dinge und Veränderungen im Raume, theils der innere Sinn als nur zeitliche Vorgänge und Zustände in uns selbst auffasst. Als Vernunftwesen aber ist er ein Glied der nur intelligiblen Welt der Dinge an sich, deren Beschaffenheit und Zusammenhang uns gleichwohl völlig unerkennbar bleibt. In der Sinnenwelt ist nun nach Kant nicht die leiseste Spur von Freiheit anzutreffen. Alles erfolgt hier nach der Nothwendigkeit des Causalgesetzes. Da nun aber die Freiheit eine moralischnothwendige

* Kant sagt (Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, zu Anfange des dritten Abschnitts; Werke, Ausg. v. Hartenstein IV. S. 73): „Was kann denn wohl die Freiheit des Willens sonst seyn als Autonomie, d. i. die Eigenschaft des Willens, sich selbst ein Gesetz zu seyn? Der Satz aber: der Wille ist in allen Handlungen sich selbst ein Gesetz, bezeichnet nur das Princip, nach keiner andern Maxime zu handeln, als die sich selbst auch als ein allgemeines Gesetz zum Gegenstande haben kann. Dies ist aber gerade die Formel des kategorischen Imperativs und das Princip der Sittlichkeit; also ist ein freier Wille und ein Wille unter sittlichen Gesetzen einerlei."

Voraussetzung ist, so bleibt für sie nur in der intelligiblen Welt der Dinge an sich ein Platz übrig.

In diesem Asyl hält nun Kant die Freiheit für hinlänglich gesichert gegen jeden Angriff und trägt daher kein Bedenken, innerhalb der Welt der Erscheinungen dem Determinismus die vollsten Zugeständnisse zu machen. So sagt er in der Kritik der reinen Vernunft*: „Alle Handlungen in der Erscheinung sind aus seinem (des Menschen) empirischen Charakter und den mitwirkenden anderen Ursachen nach der Ordnung der Natur bestimmt, und wenn wir alle Erscheinungen seiner Willkür bis auf den Grund erforschen könnten, so würde es keine einzige menschliche Handlung geben, die wir nicht mit Gewissheit vorhersagen und aus ihren vorhergehenden Bedingungen als nothwendig erkennen könnten. In Ansehung dieses empirischen Charakters giebt es also keine Freiheit, und nach diesem können wir doch allein den Menschen betrachten, wenn wir lediglich beobachten und, wie es in der Anthropologie geschieht, von seinen Handlungen die bewegenden Ursachen physiologisch erforschen wollen." Doch fährt Kant fort: „Wenn wir aber eben dieselben Handlungen in Beziehung auf die Vernunft erwägen, und zwar nicht die speculative, um jene ihrem Ursprunge nach zu erklären, sondern ganz allein, sofern Vernunft die Ursache ist, sie selbst zu erzeugen, mit einem Worte, vergleichen wir sie mit dieser in praktischer Absicht, so finden wir eine ganz andre Regel und Ordnung, als die Naturordnung ist. Denn da sollte vielleicht alles das nicht geschehen seyn, was doch nach dem Naturlaufe geschehen ist und nach seinen empirischen Gründen unausbleiblich geschehen musste." In ganz ähnlicher Weise sagt Kant in der Kritik der praktischen Vernunft**: „Man kann also einräumen, dass, wenn es für uns möglich wäre, in eines Menschen Denkungsart, so wie sie sich durch innere sowohl als äussere Handlungen zeigt, so tiefe Einsicht zu haben, dass jede, auch die mindeste Triebfeder dazu uns bekannt würde, imgleichen alle auf diese wirkenden äusseren Veranlassungen, man eines

* Im 9ten Abschnitt der Antinomie d. r. V., Werke, II, S. 428.
** In dem Abschnitt von den Triebfedern d. r. p. V., Werke IV, S. 216.

Menschen Verhalten auf die Zukunft mit Gewissheit, so wie eine Mond- und Sonnenfinsterniss ausrechnen könnte, und dennoch dabei behaupten, dass der Mensch frei sey. Wenn wir nämlich noch eines andern Blicks (der uns aber freilich gar nicht verliehen ist, sondern an dessen Statt wir nur den Vernunftbegriff haben), nämlich einer intellectuellen Anschauung desselben Subjects fähig wären, so würden wir doch inne werden, dass diese ganze Kette von Erscheinungen in Ansehung dessen, was nur immer das moralische Gesetz angehen kann, von der Spontaneität des Subjects, als Dinges an sich selbst, abhängt, von deren Bestimmung sich gar keine physische Erklärung geben lässt. In Ermangelung dieser Anschauung versichert uns das moralische Gesetz diesen Unterschied der Beziehung unsrer Handlungen, als Erscheinungen, auf das Sinnenwesen unsers Subjects, von derjenigen, dadurch dieses Sinnenwesen selbst auf das intelligible Substrat in uns bezogen wird."

Bei der Beurtheilung dieser Lehre kommt es hauptsächlich darauf an, zu prüfen, ob die Annahme jener unbegreiflichen transscendentalen Freiheit wirklich moralisch nothwendig ist. Wir stimmen Kant vollkommen darin bei, dass das Sollen, welches in der Pflicht sich einen Ausdruck giebt, kein Müssen, kein äusserer Zwang, das Sittengesetz daher auch kein Naturgesetz ist, ja dass seine Giltigkeit nicht einmal darauf zurückgeführt werden darf, dass es die Offenbarung des absoluten Willens Gottes sey und darum Gehorsam fordere. Denn sittlich wollen und handeln heisst das Gute um seiner selbst willen wählen und thun, nicht, um dem Willen eines Andern Gnüge zu leisten. Nur wenn die Religiosität sich nicht blos auf die Furcht vor dem Allmächtigen gründet, sondern in Gott den Heiligen, Allgütigen und Gerechten verehrt, fällt die Liebe zu Gott und der Gehorsam gegen seine Gebote mit der Liebe zum Guten um seiner selbst willen zusammen. Fasst man nun das Sollen als ein Gesetz, als ein Gebot auf, so setzt dasselbe, um als sittliches gelten zu können, allerdings voraus, dass es von unsrem eignen Willen ausgeht, nicht von einem fremden, und dass also die sittliche Gesetzgebung autonomisch ist. Jedoch der blosse nackte Wille ist nicht zum Gesetzgeber geeignet. Der Wille, an und für sich gedacht, verhält sich gleichgiltig gegen den

Gehalt des Gewollten. Das Gute und das Schlechte, das Kluge und das Thörichte kann mit gleicher Stärke gewollt werden; das Wesen des Willens an und für sich besteht einzig und allein in der Energie seines Strebens, die durch die Richtung, nach welcher sie sich bethätigt, weder vermehrt noch vermindert wird. Er kann ebenso gut den Leidenschaften dienen, wie der Vernunft, dem Egoismus sich zur Verfügung stellen, wie die sittliche Selbstbeherrschung ermöglichen. Der blosse Wille kann daher nur dem, was seyn soll, was werth ist zu geschehen, die Form eines Gebotes geben, seinen Inhalt kann nur die sittliche Einsicht dictiren, und die geforderte Autonomie kann demnach nur darin bestehen, dass unsre eigne Einsicht das, was werth ist zu geschehen, erkenne, und unser eigner Wille diesem Erkannten Gesetzeskraft ertheile und es als Gebot sich selbst zur Nachachtung aufstelle. In der That meint wol auch Kant eigentlich diese Vereinigung von sittlicher Einsicht und Willen, wenn er die praktische Vernunft als Gesetzgeberin anerkannt wissen will. Das Gesetz muss es werth seyn befolgt zu werden, nur sein Werth giebt ihm die Berechtigung Gehorsam zu fordern, und ohne diesen Werth kann es nicht auf die Achtung Anspruch machen, die Kant als das einzig giltige Motiv des sittlichen Handelns zulässt. Der Werth aber will erkannt seyn, und dies vermag nicht der Wille, sondern dazu bedarf es der Fähigkeit zu urtheilen, die dem Willen nicht zukommt. Nicht also einen sich selbst bestimmenden, sondern einen von der sittlichen Einsicht durchdrungenen und geleiteten Willen fordert die Autonomie, die Kant mit Recht für die Moral beansprucht. Nicht dass der reine Wille sich selbst bestimme und in diesem Sinne absolut frei sey, ist moralisch nothwendig, vielmehr im Gegentheil, dass er durch die sittliche Einsicht bestimmt werden könne, also nicht schlechthin unabhängig, nicht absolut frei sey. Gleichwohl wird man diese Unterordnung des Willens unter die Einsicht immer noch Freiheit, nämlich sittliche Freiheit nennen können. Denn sie macht den Willen von andern als sittlichen Motiven unabhängig und ist eine Selbstbestimmung, zwar nicht des Willens, wohl aber des Menschen als Person, da es eben seine eigne sittliche Einsicht ist, die hier sein Wollen be-

stimmt. Und wenn der Mensch nicht blos in sittlicher Hinsicht, sondern überhaupt die Fähigkeit besitzt, durch seine Einsicht (die sich nicht blos auf das Gute, sondern auch auf das Wahre, Schöne, Zweckmässige und Nützliche bezieht) sein Wollen, und durch dieses sein Handeln zu bestimmen, so wird man dies seine persönliche Freiheit nennen dürfen. Man hat sich nicht zu scheuen, einzuräumen, dass dieser Freiheitsbegriff auch als Determinismus bezeichnet werden kann; aber es ist innerer Determinismus, nicht äusserer, der freilich jede persönliche Selbstbestimmung ausschliesst.

So wenig jedoch Kant durch den Nachweis der moralischen Nothwendigkeit der Freiheit des Willens die reelle Existenz derselben erwiesen zu haben glaubt, ebenso wenig können wir behaupten, dass wenn im Vorstehenden nicht die Freiheit, sondern die Bestimmbarkeit des Willens durch die sittliche Einsicht sich als moralisch nothwendig gezeigt hat, damit mehr gewonnen sey als ein Postulat, welches als Bedingung der Möglichkeit, als *conditio sine qua non* des sittlichen Wollens, jene Bestimmbarkeit des Willens vorauszusetzen fordert. Eine andere Frage ist es also, ob die sittliche Einsicht und die Einsicht überhaupt auch in der Wirklichkeit den Willen bestimmt, oder wenigstens unter gewissen Bedingungen bestimmen kann, und ob dieses Verhältniss begreiflicher ist als die Selbstbestimmung des Willens.

Stellen wir uns zunächst nur auf den Boden der gemeinen Erfahrung, so finden wir, dass der Mensch diese Bestimmbarkeit des Willens durch seine Einsicht in der That sich mindestens zutraut. Sobald er in das Alter tritt, wo er auf persönliche Selbständigkeit Anspruch macht, weist er die Regierung durch einen fremden Willen zurück und behauptet, sich selbst regieren zu können. Er sagt: ich bin kein Kind mehr und habe meinen Verstand; ich weiss, was mir nützlich und schädlich, was erlaubt und unerlaubt, was recht und unrecht, was gut und böse ist, und werde fortan nach meinem eignen Willen und Ermessen handeln. Er erklärt sich also nicht nur für befähigt zu beurtheilen, was er zu thun und zu lassen hat, sondern auch für befähigt, sich nach dieser Beurtheilung zu richten. Damit übernimmt er aber die Ver-

antwortlichkeit für seine Handlungen und hat sich nicht zu beschweren, dass ihm nun die unsittlichen zugerechnet werden. Gleichwohl hat diese Zurechnung ihre Abstufungen. Sie trifft im vollen Maasse die absichtlichen, die wissentlich gewollten Handlungen, aber sie muss auch dabei noch dem Grade der vorhandenen sittlichen Einsicht Rechnung tragen, die zwar in manchen Individuen klar und vollständig, in vielen anderen dagegen verworren und mangelhaft ist. Die Zurechnung wird nicht aufgehoben durch die Entschuldigung des Thäters, verführt worden zu seyn; denn der Verführte ist kein willenloses Werkzeug des Verführers, sondern er hat sich eben verführen lassen. Aber sie geht zugleich auf den Verführer, als den ersten Urheber der That zurück. Nur Zustände, über die kein Wille mehr Macht hat, wie Geistesstörung oder körperliche Krankheit, machen den Erwachsenen völlig unzurechnungsfähig, nicht aber ein habituell gewordener Affect, dessen Gefahr dem dazu leicht Erregbaren wohl bekannt war und daher zur Ueberwachung aufforderte, ebensowenig Leidenschaft, die nicht ohne Widerspruch der warnenden innern Stimme Macht gewinnen konnte. Mit der Uebernahme der Verantwortlichkeit für sein Thun und Lassen entsagt der auf persönliche Selbständigkeit Anspruch Machende ein für allemal der Ausflucht des Nichtwissens und Nichtkönnens, und nur darauf kommt es bei der Zurechnung an, in welchem Maasse sein Wissen und sein Wollen sich an einer gethanen oder unterlassenen Handlung betheiligt hat.*

---

* Herbart sagt (Allgemeine praktische Philosophie S. 113; Werke VIII, S. 88): „Die Zurechnung überhaupt rechnet die That zu dem Willen und den Willen zu der Person des Wollenden; sie ist also einerlei mit der Würdigung, mit der Schätzung des Grades, in welchem eine That der Absicht oder Achtlosigkeit anheimfällt der Beurtheilung nach der Idee der Billigkeit. Demgemäss wird der zufällige Erfolg gar nicht zugerechnet, und die augenblickliche Anwandlung weniger als die Aeusserungen des Charakters: wie überhaupt das Minder und Mehr des Wollens auch minder und mehr Stoff giebt zur Beurtheilung nach jeder praktischen Idee. — Entspränge nun ein böser Vorsatz in einer vorübergehenden Stimmung, worin die Person sich hinterher selbst nicht wieder erkennte, so würde die That dieses Vorsatzes nicht ganz zu der Person gerechnet werden können, deren Charakter einem solchen Vorsatz zuwider wäre. Aber die mangelnde Stärke der Achtsamkeit auf sich selbst wird zur

Aber traut sich der Mensch nicht zuviel zu, indem er diese Verantwortlichkeit auf sich nimmt? Mag er immerhin eine genügende sittliche Einsicht von dem, was er thun und nicht thun soll, haben; aber wird diese jederzeit vermögen, seinem Willen eine entsprechende Richtung zu geben? Zwar zeigt das Wissen da, wo es nicht um die Wahl eines Zweckes, sondern um die für einen bereits gewählten Zweck zu ergreifenden Mittel zu thun ist, einen den Ausschlag gebenden Einfluss; denn Niemand wird im Handeln zwischen zweckmässigen und zweckwidrigen Mitteln, wenn er sie einmal als solche erkannt hat, einen Augenblick schwanken. Allein es ist dabei wohl zu beachten, dass hier die Einsicht nur unmittelbar in Betracht kommt, indem das Wollen des Zwecks das Wollen der ihm entsprechenden Mittel bedingt. Darum giebt es auch eine Selbstbeherrschung, die, von unlauteren oder gar verwerflichen Zwecken ausgehend, nichts weniger als sittlich und doch nicht schwächer als die stärkste sittliche ist. Der Heuchler, der Betrüger, der Meister in der Kunst sich zu verstellen, der, obwohl von einer brennenden Leidenschaft innerlich beherrscht, doch schlau und kaltblütig den Zeitpunkt abzuwarten weiss, in dem er auf Befriedigung seiner Leidenschaft sicher rechnen zu können glaubt, — sie alle besitzen eine Fähigkeit, ihr äusseres Verhalten, ihr Reden und Thun in einem Grade zu beherrschen, der an Stärke der Selbstbeherrschung des edelsten und festesten sittlichen Charakters nichts nachgiebt.

Prüfen wir nun, ob diese Ueberzeugung des Menschen von seiner geistigpersönlichen Selbständigkeit in der Wahrheit begründet oder vielleicht nur ein leerer Wahn ist, so steht vor Allem die Thatsache fest: der Mensch hat die Fähigkeit, bevor er handelt, zu überlegen und zu erwägen, d. h. zu beurtheilen, ob das, wozu er sich angetrieben fühlt, erlaubt oder unerlaubt, recht oder unrecht, löblich oder schändlich, zu billigen oder zu missbilligen, daher

---

Verschuldung, wenn zuvor das Gesetz bekannt gewesen war, es solle sich Niemand dergleichen Handlungen erlauben. Dadurch also, dass man zuvor die Achtsamkeit rechtlich in Anspruch genommen hatte, wird es möglich, Verbrechen hart zu strafen, die ausserdem gelinder beurtheilt und geahndet werden müssten."

werth ist gethan oder unterlassen zu werden. In dem Gebrauch dieser Fähigkeit zeigt sich schon eine Selbstbeherrschung. Denn wer vor der That überlegt, vermag seine Begierden, Leidenschaften und selbstsüchtigen Wünsche wenigstens zeitweilig zurückzuhalten. Die Ueberlegung ist unparteiisch, wenn sowohl den verlockenden Begierden als der sittlichen Einsicht (der Vernunft) verstattet ist, ihre Stimmen vernehmen zu lassen und ihre Ansprüche geltend zu machen. In die Entscheidung darf sich aber der Wille und jegliches Begehren überhaupt nicht einmischen, sondern sie muss ganz und gar der Vergleichung der Werthe überlassen bleiben, die den Ansprüchen der streitenden Parteien zuzuerkennen sind. Die Richtigkeit der Entscheidung hängt dabei allerdings von dem Maass der vorhandenen sittlichen Urtheilsfähigkeit ab; aber ein verhältnissmässig geringer Grad derselben reicht hin, um wenigstens das Bessere als das Vorzüglichere zu erkennen. Denn wer auch das Gute nach seinem wahren und unvergänglichen innern Werthe aufzufassen und zu würdigen nicht vermag, sondern es nur hinsichtlich der Folgen mit der vorübergehenden Lust der Begierde in Vergleichung stellt, muss finden, dass es schon um des dauernden innern Friedens willen, den es in der Seele zurücklässt, dem nur augenblicklichen Genuss, welchem bald Reue nachfolgt, weit vorzuziehen ist, und dass auch in der menschlichen Gesellschaft dem Rechtschaffenen und Gewissenhaften Achtung und Vertrauen nicht entgehen kann, indess den Unredlichen und Gewissenlosen Misstrauen und Verachtung trifft. Hiernach muss nun, wenn die Ueberlegung reif und unparteiisch, d. h. eine solche ist, bei welcher die Entscheidung über das Vorzuziehende und zu Verwerfende einzig und allein der Werthbeurtheilung überlassen bleibt, diese stets zu Gunsten mindestens des vergleichungsweise Besseren ausfallen.

Man kann diese Befähigung des Menschen, vor der That zu überlegen und zu erwägen, die Freiheit seiner Intelligenz nennen. Denn diese zeigt sich hier unabhängig sowohl von seinem eignen Begehren und Wollen als von allen äusseren Einflüssen. Alles vergleichende, prüfende und urtheilende Denken überhaupt — mag es einen praktischen Zweck haben oder nur theoretisch auf

die Unterscheidung des Wahren vom Falschen sich beziehen — ist ein sich selbstüberlassenes Geschehen in uns, nicht etwas durch uns Gemachtes. Es folgt seinen eignen Gesetzen, die ihm weder unser Wille vorschreibt noch die äussere Natur auferlegt. Vielmehr ist es, was die Natur betrifft, umgekehrt, nur das Denken über die durch die sinnliche Wahrnehmung gegebenen Erscheinungen, wodurch wir zur Erkenntniss von Naturgesetzen gelangen, in denen sich unsre Denkgesetze abspiegeln, durch die uns die Natur erst verständlich wird. Was aber wahr und gut ist und als solches einen unvergänglichen Werth hat, können wir weder von der Natur lernen noch nach unsrer Willkür feststellen, sondern nur in uns finden.

Wen nun aber diese unparteiliche Ueberlegung und die daraus gefolgerte Freiheit der Intelligenz des Menschen nicht sowohl eine gemeine Thatsache als vielmehr eine verhältnissmässig seltene Erscheinung dünkt, dem wollen wir nicht unbedingt widersprechen. Nur eine Befähigung dazu haben wir behauptet, die aber, wie jede andre, um zu einer Fertigkeit zu werden, der Ausbildung und Uebung bedarf; und dass nicht nur diese von den Lebensverhältnissen, unter denen der Mensch aufwächst, vielfach abhängt, sondern auch schon die Anlage dazu nicht gleich vertheilt ist, sind wir weit entfernt in Abrede zu stellen. Es ist daher auch nach unsrer Meinung diese Freiheit der Intelligenz, die am reinsten in der Wissenschaft sich kundgiebt, kein ursprünglicher Besitz des Menschen, sondern muss erst von ihm errungen werden. Aber in einem gewissen Grade erwirbt doch jeder, der nicht blödsinnig ist, die Fertigkeit, bevor er handelt, zu überlegen, und zwar in Bezug auf das, was ihm Genuss und augenblicklichen Vortheil bringt, bei einem sonst beschränkten geistigen Gesichtskreis, oft in einem überraschend hohen Grade. Schwächer und unreifer ist freilich in sehr vielen Fällen die Ueberlegung, die auch die späteren Folgen einer That in Betrachtung zieht, und am seltensten diejenige, welche sich mit völliger Selbstentäusserung auf den Standpunkt eines unparteiischen Zuschauers stellt. Es giebt eben sehr verschiedene Stufen der moralischen und intellectuellen Bildung. Aber es wird sich sogleich weiter zeigen, dass wir selbst aus dem Zugeständniss einer

dem Menschen erreichbaren Freiheit seiner Intelligenz keine übereilten Folgerungen hinsichtlich seiner Willensfreiheit zu ziehen versuchen werden.

Durch diese zugestandene Freiheit der Intelligenz des Menschen ist nämlich noch lange nicht dargethan, dass sein Wollen unter allen Umständen durch die aus reifer Ueberlegung gewonnene Erkenntniss des Besseren bestimmt werden könne, oder wol gar müsse. Denn — so sagt man — die Wahl bleibt noch immer frei, der Wille wird durch die Einsicht des Besseren nicht mit Nothwendigkeit bestimmt, er kann sich für oder wider das Resultat der Ueberlegung wollend entscheiden. Und in der That drückt das schon von Locke angeführte Ovidische Wort: *video meliora proboque — deteriora sequor,* eine nur zu bekannte Erfahrung aus, die bald auf die Schwäche bald auf den Trotz des menschlichen Willens zu deuten scheint. Man stellt sich hierbei wol, nach der bekannten Rede des Prodikus, die Vernunft, die Begierde und den Willen wie drei allegorische Personen vor, von denen die Vernunft durch überzeugende Gründe, die Begierde durch einschmeichelnde Reden den Willen für ihre Richtung zu gewinnen sucht, dieser aber völlig frei sich der einen oder der andern zuwenden kann. Rein zufällig kann nun aber der Ausschlag des Willens unmöglich seyn, denn es giebt keinen reinen Zufall. Ebensowenig giebt es eine reine Willkür als grundlose Selbstbestimmung des Willens. Die Richtung, welche der Wille mit der Wahl einschlägt, muss also doch Motive haben. Man sollte jedoch denken, dass, wenn die reife Ueberlegung zur Erkenntniss des Vorzüglicheren geführt hat, dieses allein zum wirksamen Motiv des Wollens werden und unausbleiblich seine Richtung bestimmen müsste, was doch keineswegs immer der Fall ist. Dann also muss es noch andre Motive geben, welche die Wirksamkeit des Resultats der Ueberlegung auf den Willen paralysiren, und es fragt sich nun weiter, ob es denkbar ist, dass diese Motive anders als mit Nothwendigkeit die Richtung des Willens bestimmen. — Alles dieses drängt nun zu einer genaueren Erörterung des Verhältnisses zwischen dem Willen und seinen Motiven.

Leibniz, dem die Lehre von der Willensfreiheit viel feine und

lichtvolle Bemerkungen verdankt, und der dem Indeterminismus wie dem äussern Determinismus entgegentritt, weist darauf hin, dass die Motive nicht von aussen her auf den Geist wirken, sondern in ihm liegen und seine Dispositionen zum Handeln seyen, und dass der Geist im Handeln niemals die schwächeren Motive den stärkeren vorziehe, vielmehr handelnd stets den stärkeren Antrieben folge. In dem fünften Sendschreiben an Clarke* sagt er: *les motifs n'agissent point sur l'esprit comme les poids sur la balance; mais c'est plutôt l'esprit qui agit en vertu des motifs, qui sont ses dispositions à agir. Ainsi vouloir, comme l'on veut ici, que l'esprit préfère quelquefois les motifs foibles aux plus forts, et même l'indifférent aux motifs, c'est séparer l'esprit des motifs, comme s'ils étoient hors de lui, comme le poids est distingué de la balance; et comme si dans l'esprit il y avoit d'autres dispositions pour agir que les motifs, en vertu desquels l'esprit rejetteroit ou accepteroit les motifs. Au lieu que dans la vérité les motifs comprennent toutes les dispositions que l'esprit peut avoir pour agir volontairement; car ils ne comprennent pas seulement les raisons, mais encore les inclinations qui viennent des passions ou d'autres impressions précédentes. Ainsi, si l'esprit préferoit l'inclination foible à la forte, il agiroit contre soi-même et autrement qu'il est disposé d'agir.* Gleichwohl ist es durchaus nicht Leibniz's Meinung, dass der Geist oder der Wille durch die Motive genöthigt, sondern nur, dass er geneigt gemacht werde, ihnen zu folgen. Eine Hauptstelle, wo er sich über die Willensfreiheit und das Verhältniss der Motive zu dem Willen ausspricht, ist folgende.* *La liberté de vouloir est prise en deux sens différens. L'un est quand on l'oppose à l'imperfection ou à l'usage de l'esprit, qui est une coaction ou contrainte, mais interne, comme celle qui vient des passions. L'autre sens a lieu, quand on oppose la liberté à la nécessité. Dans le premier sens les Stoiciens disaient que le sage est seul libre; et en effet on n'a point l'esprit libre, quand il est occupé d'une grande passion, car on ne peut point vouloir alors comme il*

* *Opp. philos. ed. Erdmann, p.* 764[b].

** *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, II, *ch.* 21. § 8, *opp. philos. p.* 252[a].

faut, c'est à dire avec la deliberation, qui est requise. C'est ainsi que Dieu seul est parfaitement libre, et que les esprits créés ne le sont qu'à mesure, qu'ils sont audessus des passions. Et cette liberté regarde proprement notre entendement. Mais la liberté de l'esprit, opposée à la nécessité, regarde la volonté nuë et en tant qu'elle est distinguée de l'entendement. C'est ce qu'on appelle le franc-arbitre et consiste en ce qu'on veut que les plus fortes raisons ou impressions, que l'entendement présente à la volonté, n'empêchent point l'acte de la volonté d'être contingent, et ne lui donnent point une nécessité absolue et pour ainsi dire métaphysique. Et c'est dans ce sens que j'ai coutume de dire, que l'entendement peut déterminer la volonté, suivant la prévalence des perceptions et raisons d'une manière, qui lors même, qu'elle est certaine et infaillible, incline sans nécessiter.

Leibniz wiederholt die Phrase *que les motifs inclinent sans nécessiter* an vielen Stellen mit besondrer Vorliebe und legt offenbar auf diese Distinction vorzüglichen Werth. Er will durch sie, wie es scheint, zwischen absoluter Nothwendigkeit und absoluter Zufälligkeit des Wollens vermitteln, indem er behauptet, dass die Willensacte durch die Motive zwar vollkommen bestimmt seyen und mit untrüglicher Gewissheit erfolgen, nicht aber mit absoluter Nothwendigkeit. Damit legt er nun aber den Motiven nur den Werth von Reizen bei, gegen die sich der Wille nachgiebig, aber auch widerstandsfähig verhalten kann. Ueber die Bedingungen, unter denen das eine oder das andre geschehen wird, spricht er sich nicht weiter aus; und doch muss man solche voraussetzen, wenn der Erfolg oder die Erfolglosigkeit der Wirkung der Motive auf den Willen „bestimmt, gewiss und untrüglich" seyn soll. Kann man aber überdies wol einen Reiz auf den Willen, der erfolglos bleibt, noch ein Motiv nennen? Und wie verträgt sich diese Ansicht von der Bedeutung der Motive mit dem zuvor angeführten Satze, dass der Geist im Handeln stets den stärksten in ihm liegenden Motiven folge?

Das Bedenkliche, was allerdings in dieser Distinction zwischen Incliniren und Necessitiren liegt, bestimmt Schopenhauer, dieselbe ohne Weiteres als eine Halbheit zu verwerfen und nur eine

nöthigende Wirksamkeit der Motive auf den Willen anzuerkennen. Er sagt*: „Sobald wir einer gegebenen Kraft Causalität zugestanden haben, also erkannt haben, dass sie wirkt, so bedarf es bei etwaigem Widerstande nur der Verstärkung der Kraft nach Maassgabe des Widerstandes, und sie wird ihre Wirkung vollenden. Wer mit 10 Ducaten nicht zu bestechen ist, aber wankt, wird es mit 100 seyn.“ Indess woher dem Willen die Widerstandsfähigkeit gegen schwache Motive kommt, erörtert auch er nicht.

Schon Locke hat** davor gewarnt, die Intelligenz (*understanding*, *entendement*), oder wie man jetzt mit Schopenhauer lieber zu sagen pflegt, den Intellect und den Willen, sich wie „zwei distincte reelle Wesen“ in der Seele zu denken, von denen das eine gebiete, das andere gehorche. Er glaubt in dieser Ansicht die Quelle vieler nichtiger und unfruchtbarer Streitigkeiten und dunkler Reden zu finden, durch die nichts aufgeklärt werde. Leibniz***, obwohl sonst kein Gönner der Lehre von den Seelenvermögen, hält sie doch hier für unbedenklich und reflectirt allerdings so, als ob Vorstellen und Wollen als zwei völlig gesonderte Thätigkeiten im Geiste einander gegenüberständen, eine Abstraction, die neuerdings Schopenhauer auf die äusserste Spitze getrieben hat. Aber sie ist psychologisch unwahr. Es giebt zwar ein Vorstellen ohne Wollen, aber wenigstens in unserm Bewusstseyn nicht ein Wollen ohne ein Vorgestelltes, das gewollt wird; denn um zu wollen, muss man vor allen Dingen wissen was man will. Dieses Vorgestellte ist das Ziel, worauf das Streben des Wollens gerichtet ist. Nun kann man zwar sagen, der Wille selbst sey die Fähigkeit des Geistes nach allen denkbaren Richtungen zu streben, aber dann ist nicht einzusehen, warum er nach der einen Richtung mehr als nach der andern beweglich, durch diese Vorstellung mehr als durch jene erregbar seyn sollte. Was wir unsern Willen nennen, das ist nicht ein selbständiges und einheitliches Seelenvermögen, das in den Dienst der Vernunft oder der Sinnlichkeit, des Verstandes oder der Phan-

---

* Die beiden Grundprobleme der Ethik. 2. Aufl. S. 15.

** *Essay*, II, *ch*. 21. § 6.

*** *Nouveaux essais*, *opp. philos. p.* 251b.

tasie treten und diesen Dienst wechseln könnte; es ist vielmehr nur der allgemeine Gattungsbegriff für eine grosse Menge von Wollungen, die zwar das dem Wollen eigenthümliche mehr oder weniger energische Streben gemein haben, sich aber durch den Inhalt des Gewollten unterscheiden, und daher auch weiter unter die Artbestimmungen des vernünftigen, verständigen, leidenschaftlichen Wollens u. s. f. sich vertheilen lassen. Sofern nun diese Qualitäten des Gewollten einander mehr oder weniger entgegengesetzt sind, darf man auch von entgegengesetzten und daher einander bekämpfenden Richtungen des Wollens sprechen. Diese führen nun entweder zu einem unentschiedenen Hin- und Herschwanken des Wollens, oder zu einem andauernden Uebergewicht der einen oder der andern Richtung, wodurch das Wollen des Menschen gleichförmiger und einheitlicher wird. Diese bleibende Beschaffenheit und vorherrschende Richtung des Wollens eines menschlichen Individuums nennen wir dann seinen Charakter und finden ihn gut oder schlecht, je nachdem seine Richtung uns lobens- und tadelnswerth erscheint. Nicht blos Neigungen und Abneigungen, Gewohnheiten und leitende Maximen bedingen den Charakter, sondern auch Meinungen, Vorurtheile, Ansichten, Ueberzeugungen jeder Art, wenngleich sie nicht unmittelbar auf den Willen sich beziehen. Denn obgleich an sich nur theoretisch, blosse Vorstellungen, können sie doch unter Umständen praktisch, nämlich zu Motiven des Wollens und Handelns werden. Wir vertheidigen, angegriffen, unsre Meinungen und Ueberzeugungen oft mit einer Hartnäckigkeit, die sich bis zum Affect steigert; ja wir machen für sie Propaganda, wenn wir nicht mit ihrem ruhigen Besitz zufrieden sind, sondern sie uns werth dünken, dass auch Andre sie sich aneignen. Mit einem Worte, sie sind in uns liegende Dispositionen zum Wollen und Handeln. Dies macht uns nun darauf aufmerksam, dass innerhalb der grossen Masse unsers gesammten Gedankenkreises ein innerer fester Kern sich bildet, dessen Inhalt unsre subjective geistige Eigenthümlichkeit kennzeichnet, und von dem alle die Gedanken ausgeschlossen sind, die wohl zur Charakterisirung Andrer dienen können, uns selbst aber als fremde gegenüberstehen. Dieser feste Kern stellt unsre persönliche Individualität, unser eigentliches geistiges Ich

dar, das Object des Selbstbewusstseyns, und seine Gestaltung ist der Charakter desselben in der weiteren Bedeutung des Wortes.

In diesem weiteren Sinne genommen, ist jedoch unser Charakter, oder, wie wir zur Vermeidung von Missverständnissen lieber sagen möchten, die charakteristische Beschaffenheit unsers Ichs keineswegs schlechthin unveränderlich. Unter der Einwirkung allgemeiner, besondrer und individueller Ursachen bildet sich im Laufe des Lebens unser Ich allmählich um. Schon das Lebensalter ist dabei von mächtigem Einfluss; denn jedes Lebensalter hat seine ihm eigenthümlichen Freuden, Leiden, Wünsche und Bestrebungen, seinen eignen geistigen Gesichtskreis. In jedem scheiden aus unserm Ich Elemente aus, die sich ihm fortan nur noch als Erinnerungsbilder an frühere abgelegte Eigenschaften gegenüberstellen, um neuen Platz zu machen. Unser Wissen mehrt sich nicht blos, sondern Erfahrung und Nachdenken nöthigen uns, vieles von dem, was wir für wahr hielten, als Irrthum aufzugeben, und noch weit häufiger sehen wir uns in dem Gebiete des blos Wahrscheinlichen gezwungen, unsre Meinungen, Ansichten und subjectiven Ueberzeugungen zu wechseln. Dass Triebe und sinnliche Begierden, Affecte und Leidenschaften, also die mächtigsten Triefedern zum Handeln, im allgemeinen in den jugendlichkräftigen Jahren am stärksten sind, braucht kaum erwähnt zu werden. Alle diese Wirkungen werden jedoch theils durch die individuellen leiblichen und geistigen Anlagen, theils durch die verschiedenen Lebensschicksale der Einzelnen vielfach modificirt. In den Anlagen hat das Naturell des menschlichen Individuums seinen Sitz, und von diesem erhält allerdings seine Persönlichkeit die eigenthümliche Färbung, die nur höchst selten erbleicht und durch eine andre ersetzt wird (*naturam expellas furca, tamen usque recurret*), und die das Bleibende in den charakteristischen Zügen unsers Ichs, seinen Neigungen, Gewohnheiten und seiner ganzen Sinnesweise darstellt.

Alles dieses bedingt jedoch nicht den Charakter in der engern und eigentlichen, sittlichen oder auch widersittlichen Bedeutung des Worts, in welcher es die feste und consequente Richtung des Wollens einer Person bezeichnet. Denn das Bleibende und Charakteristische an einer Persönlichkeit besteht nur zu oft

darin, dass ihr Wollen, gleich einem von jedem Windstoss bewegten schwachen Rohr, bald dahin bald dorthin schwankt, in welchem Falle wir derselben entweder allen Charakter absprechen oder mindestens einen schwachen und schwankenden beilegen. Charakter in der engern Bedeutung kommt dem Menschen erst zu, wenn er in seinem Wollen und Handeln nicht blos blindlings dem Zuge seines Naturells und der Lust und Laune des Augenblicks, sondern feststehenden *Maximen* folgt.

Maximen — subjective Principien des Wollens, wie sie Kant nennt - sind Grundsätze von einem allgemeinen Inhalt, von welchem wir *wollen*, dass er die Richtung aller unsrer in sein Bereich fallenden einzelnen Wollungen und Handlungen bestimme; sie sind demnach Regeln für unser Wollen und Handeln, die wir uns selbst auflegen, die also für uns subjective Giltigkeit haben, mit dem objectiv giltigen Sittengesetz aber entweder in Uebereinstimmung oder in Widerstreit stehen können und danach den guten oder schlechten Charakter kennzeichnen. Doch ist der Charakter von guter oder schlechter Art erst dann wirklich vorhanden, wenn seine Maximen in allem Wollen und Handeln der betreffenden Person sich thatsächlich Geltung verschaffen. Sofern die Maximen das künftige Wollen und Handeln im voraus bestimmen, sind sie *Vorsätze*, die sich von andern Vorsätzen nur durch ihre grössere Allgemeinheit unterscheiden. Sofern sie aber selbsterwählte Regeln für unser Verhalten sind, fallen sie bei Bestimmung des sittlichen Werthes oder Unwerthes unsers Charakters um so schwerer ins Gewicht, je mehr ihre Wahl das Resultat einer vorangegangenen reifen Ueberlegung und Erwägung ist. Die *Festigkeit* des Charakters hängt zwar nur von der Energie ab, mit der seine Maximen, wie sie auch immer hinsichtlich ihres Werthes beschaffen seyn mögen, gewollt werden; aber nur der *sittliche* Charakter trägt die volle Bürgschaft der Sicherheit in sich selbst; denn der Inhalt seines Wollens hat die schärfste und gewissenhafteste Prüfung bestanden und sich als das legitimirt, was einzig und allein und vor allem Andern werth ist gewollt und vollbracht zu werden. Von Maximen, die in ihrem unbedingten und unvergänglichen Werthe klar erkannt sind, geht hier die *sittliche Selbst-*

beherrschung aus. Zwar kann auch der widersittliche Charakter grosse Festigkeit zeigen; aber diese Festigkeit ist eine erkünstelte, gewaltsam erzielte. Es fehlt ihr die Stabilität, die sichre innere Ruhe, die keinen Umsturz zu befürchten hat. Die Einsprüche des Gewissens sind zwar zum Schweigen gebracht, aber sie können nicht vernichtet werden; sie sind zurückgedrängt, aber sie warten nur auf die Gelegenheit, aufs neue laut und vernehmlich ihre Stimme zu erheben.

In dem festen sittlichen Charakter behaupten nun zwar sittliche Maximen über alle unsittlichen Neigungen ein entschiedenes und dauerndes Uebergewicht, aber diese letzteren sind nicht vertilgt, sondern nur gefesselt. Die Empfänglichkeit für verführerische sinnliche Reize, für alles was der Selbstsucht schmeichelt, ist noch vorhanden. Der sittliche Wille hat oft erst nach einem langen und harten Kampfe mit eingewurzelten Leidenschaften den Sieg über sie davon getragen. Ob diese aber völlig machtlos geworden, ob sie für immer gelähmt sind, wird sich erst zeigen, wenn eine verlockende Gelegenheit sie wiedererweckt und ihren gehemmten Strebungen neue Stärke leiht; die Festigkeit des Charakters, das Gewicht der guten Vorsätze wird sich dann erst erproben. Man kann daher wohl Schopenhauer zugeben, dass wir durch das, was wir bei solcher Gelegenheit thun, erst erfahren, was wir sind*, und man darf sich nicht verhehlen, dass das, was wir thun, eine nothwendige Folge der moralischen Constitution unsers Ichs, der Stärke oder Schwäche unsers sittlichen Charakters ist. Eine höhere Intelligenz als die unsrige, welche die Stärke der sittlichen Selbstbeherrschung, die wir erworben haben, gegen die Macht des verlockenden Reizes abzuwägen vermöchte, würde im voraus unser Handeln bestimmen können Aber auch wir Menschen getrauen uns, bei gegebenen Umständen die Handlungsweise von Personen mit Sicherheit vorherzubestimmen, deren Charakter wir nach seiner Färbung und Festigkeit zu kennen glauben, was ohne jene folgerichtige Nothwendigkeit unmöglich wäre. Die Frage, ob der Mensch unter allen Umständen befähigt sey, seiner sittlichen

* Die Grundprobleme etc. S 60.

Einsicht gemäss zu wollen und zu handeln, lässt sich daher, in dieser Allgemeinheit gestellt, gar nicht beantworten. Denn es kommt dabei an auf das Verhältniss der Stärke des Vorsatzes, mit dem er seine sittliche Einsicht zum obersten Grundsatz für sein Wollen und Handeln erhoben hat, zu der sehr veränderlichen Stärke der Verlockungen, seinem Vorsatz untreu zu werden. Es bleibt hierbei allerdings jenes Zufällige übrig, welches im nicht vorauszuberechnenden Zusammentreffen der Verlockungen mit dem innern Gemüthszustand des Menschen seinen Sitz hat. Was aber aus diesem Zusammentreffen folgt, geschieht mit Nothwendigkeit. Denn entweder ist der Charakter stark genug, um den durch den verführerischen Reiz aufs neue erweckten und belebten widersittlichen Neigungen Stand zu halten, oder er ist zu schwach dazu, er hat diese Neigungen zwar besiegt, aber nicht dauernd gebändigt. Je nach dem Ausgang dieses erneuerten Kampfes werden nun entweder die sittlichen Maximen oder die widersittlichen Neigungen des Menschen zu Motiven seines Wollens und Handelns. Die Gewalt äusserer Reize und verführerischer Gelegenheiten kann man bei vorhandener Empfänglichkeit nicht gross genug veranschlagen; die niedergeworfenen Dämonen der Begierden und Leidenschaften warten nur auf die günstige Gelegenheit sich wieder zu erheben. Der festeste und edelste Charakter darf sich daher nicht in ruhige Sicherheit einwiegen: wer steht, der sehe zu, dass er nicht falle; ein einziger unbewachter Augenblick kann zu einer übereilten Handlung verleiten. Soll die Macht des Sittlichen allen Angriffen auf sie gewachsen seyn, so bedarf es der steten Selbstüberwachung, des Lebendigerhaltens der sittlichen Einsicht und eines immer wieder aufgefrischten, auf jede drohende Gefahr gerüsteten, durch diese Einsicht geleiteten allgemeinen Wollens.

Besteht nun die sittliche Freiheit in der für alle Fälle gesicherten Herrschaft der sittlichen Einsicht über all unser Wollen, so kann sich kein Mensch jemals rühmen, schon sittlich frei zu seyn; denn er weiss nicht zum voraus, ob sein sittliches Wollen, wie es nun eben ist, jeder Gefahr der Verleitung zum Unsittlichen gewachsen seyn wird. Aber jeder Mensch kann, indem er sein sittliches Wollen fortwährend erneuert und verstärkt, redlich

streben, sittlich frei zu werden und sich dem idealen Ziele, es zu seyn, immer mehr annähern. Er hat darin die höchste Aufgabe seines Lebens zu erkennen. Die sittliche Freiheit ist zwar keine vollendet vorhandene Thatsache, wohl aber eine Idee, zu deren Realisirung nicht nur der einzelne Mensch, sondern, wie sich weiterhin zeigen wird, die ganze menschliche Gesellschaft berufen ist.

Erhellt aus dem Vorstehenden, dass die sittliche Freiheit mit der Nothwendigkeit wenigstens insofern nicht in Widerstreit steht, als sie gerade voraussetzt, dass alles Wollen und Handeln des sittlichen Charakters eine nothwendige Folge seiner Maximen sey, so ist doch andrerseits das, was diesen Maximen Gesetzeskraft giebt, wieder ein Wollen, und es kommt daher weiter in Frage, in welcher Weise wir zu diesem Wollen bestimmt werden. Bei Kant finden wir den letzten Bestimmungsgrund in seiner Unterscheidung des intelligiblen Charakters von dem empirischen, eine Unterscheidung, die mit dem Begriff der transscendentalen Freiheit eng zusammenhängt und mit diesem steht und fällt. Kant schreibt nämlich dem Menschen einen intelligiblen Charakter zu, als eine ausserhalb aller Zeit liegende, daher auch nicht zur Erscheinung kommende freie Selbstbestimmung seines wollenden Subjects, als eines Dinges an sich, durch welche der in die Erscheinung fallende empirische Charakter (an dem, als der „Sinnesweise" des Subjects, die eigentliche, im intelligiblen Charakter begründete „Denkweise" desselben sich explicire) seine specifische Färbung erhalte. Abgesehen nun davon, dass, wenn wir die Möglichkeit einer motivlosen Selbstbestimmung des Willens überhaupt anzuerkennen nicht vermögen, auch die Annahme dieses intelligiblen Charakters uns unmöglich wird, so ist derselbe überdies, ebenso wie die transscendentale Freiheit, weit davon entfernt, sich etwa als eine moralisch nothwendige Forderung rechtfertigen zu lassen. Alles Gute und Schlechte im empirischen Charakter des Menschen wird hier auf einen angeblichen Willensact zurückgeführt, der ganz ausserhalb des Bewusstseyns liegt, auf eine That, in welcher zuletzt alle Schuld und alles Verdienst wurzeln soll, welche aber vollbracht zu haben uns nicht die leiseste Spur einer Erinnerung anzeigt und anzeigen

kann; da sie ganz ausserhalb aller Zeitlichkeit liegen soll. Vermöge dieser ausserzeitlichen und unbewussten Selbstbestimmung hat sich nun das Individuum ursprünglich entweder zum Guten oder zum Bösen gewendet und dadurch die Richtung seines empirischen Charakters bestimmt. Derselbe bleibt daher im Wesentlichen so wie er ist, und ist einer radicalen Verbesserung unfähig. Wie nun aber uns eine ganz jenseits unsers Bewusstseyns liegende Willensthat — wenn es anders eine solche gäbe — zugerechnet werden könnte, ist nicht einzusehen.* Wenn Kant selbst** das classische Wort ausgesprochen hat: „es ist überall nichts in der Welt, ja auch ausserhalb derselben zu denken möglich, was ohne Einschränkung für gut könnte gehalten werden, als allein der gute Wille", so hat er damit sicherlich keinen andern gemeint als den, der allein thatsächlich gegeben ist, den bewussten, und ebenso kann nur ein bewusster Wille böse heissen. Das Einzige, was sich vom Standpunkte der Erfahrung aus für einen dem empirischen zu Grunde liegenden intelligiblen Charakter anführen lässt, ist, dass allerdings, wie schon zuvor erwähnt wurde, durch den Charakter des Individuums, bei allen Veränderungen, die damit vorgehen mögen, ein gewisser sich gleichbleibender Zug hindurchgeht, und dass, wie sehr auch unser gegenwärtiges empirisches Ich von dem früheren verschieden sey, wie viele Irrthümer und Fehler wir auch abgelegt haben mögen, wir uns doch derselben noch schämen, unsre ehemaligen Fehltritte noch jetzt bereuen und damit noch eine gewisse Identität zwischen unserm jetzigen und dem

* „Handlungen", sagt Herbart (Psychologie als Wissenschaft, II, S. 451; Werke, VI, S. 388), „werden zugerechnet, wenn man einen Willen betrachtet, als durch sie charakterisirt. Die transscendentale Freiheit kann aber gar nichts annehmen, das man Charakter nennen dürfte. Sie ist, was sie auch thue, allemal der zureichende Grund der gleichmöglichen gerade entgegengesetzten Handlung. Ist ein Wille charakterisirt, so ist durch ihn nur Einerlei, und nicht zugleich das Gegentheil möglich; darin besteht sein positiver oder negativer Werth. Der nicht charakterisirte Wille hat gar keinen Werth; denn er hat für jede Gelegenheit des Handelns zwei entgegengesetzte Möglichkeiten, welche durch ein Thun ohne bestimmenden Grund nicht aufgehoben werden."

** Im ersten Abschnitt seiner Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, Werke, IV. S. 10.

früheren Ich anerkennen. Was nun das erstere betrifft, so können wir darin nichts andres finden als das der sittlichen Ausbildung günstige oder ungünstige Naturell des Individuums, das sich dasselbe nicht gegeben hat. Das andre aber weist allerdings darauf hin, dass bei allem Wechsel der charakteristischen Eigenschaften unsers Ichs doch der reelle Träger derselben (die Substanz unsers Geistes) ein und derselbe geblieben ist; Scham und Reue bezieht sich aber doch nur auf das, was dieses beharrende Wesen wissentlich, d. i. bewusst gethan oder unterlassen hat.

Bei Kant fällt demnach die Beantwortung der Frage nach dem, was den sittlichen Maximen Gesetzeskraft giebt, zusammen mit der Erklärung des Ursprungs der Maximen überhaupt, wie sie immer beschaffen seyn mögen. Da uns nun diese Erklärung nicht genügen kann, so müssen wir beide Fragen wieder trennen und zugleich die guten und die schlechten Maximen hinsichtlich ihres Ursprungs gesondert betrachten. — Die Quelle der letzteren finden wir in denjenigen Leidenschaften, die, ohne auf ein edleres Ziel gerichtet zu seyn, vorzugsweise nur der Befriedigung des Egoismus dienen und in der blinden Ueberschätzung ihres Objects von selbst dazu verleiten, das auf dasselbe gerichtete Streben zum obersten subjectiven Princip des Handelns zu machen. Indess eben weil der Leidenschaftliche blind ist, kann man ihn noch nicht böse nennen; denn dies ist nur der, welcher, mit vollem Bewusstseyn der Widersittlichkeit seines Thuns, seiner bessern Einsicht Trotz bietet. Wir brauchen in dieser Hinsicht nicht zu wiederholen, was wir oben (S. 38) bei Gelegenheit der Beurtheilung des angeblichen Hanges zum Verbrechen gesagt haben. Was aber den Ursprung sittlicher Maximen betrifft, so stammen sie zwar unzweifelhaft aus keiner andern Wurzel als aus der sittlichen Einsicht von dem, was allein werth ist gewollt und vollbracht zu werden und darum geschehen soll; aber, wie gleichfalls zuvor schon bemerkt wurde, ist die blosse Einsicht noch nicht zureichend, um den Inhalt des Erkannten zum Gesetz zu erheben. Die wohlgemeinte Lehre des Sokrates, dass die richtige Einsicht von selbst zum richtigen Handeln führe, dass der, welcher das Gute erkannt habe, es auch thue, der aber, welcher das Schlechte vorziehe, nur in einem Irrthum befangen sey,

nämlich das verkenne, was ihm zum wahren Besten gereiche, wird weder durch die Erfahrung bestätigt, noch würde es, wenn es wirklich so wäre, begreiflich seyn, wie die an sich willenlose, darum aber auch machtlose blosse Einsicht eine solche Herrschaft über den allein Macht gebenden Willen sollte ausüben können. Wir glauben jedoch die Beantwortung der Frage, wie und unter welchen Bedingungen die Einsicht den Willen bestimmen könne, dadurch vorbereitet zu haben, dass wir einerseits die Trennung des Wollens von jedem vorgestellten Inhalt als eine in der Erfahrung gar nicht vorkommende Abstraction nachwiesen, andrerseits aber auf den engern Kreis von Vorstellungen und Strebungen aufmerksam machten, welche als charakteristische Eigenschaften unsers persönlichen Ichs sich von dem weiteren Kreis von Vorstellungen und Strebungen, die diesem fremd sind, absondern.

Wir knüpfen an eine Bemerkung Locke's an, der auch Leibniz seinen Beifall nicht versagt, die aber erst Herbart nach ihrer ganzen Wichtigkeit erkannt und verwerthet hat. Es ist diese, dass in allem Wollen und Streben eine innere Unruhe (*uneasiness*), eine Unzufriedenheit mit unserm gegenwärtigen Gemüthszustand das eigentlich treibende Princip ist, dass dadurch eine innere Spannung erzeugt wird, die nach einer Lösung und Ausgleichung hindrängt. Wo uns ein vorgestelltes oder in die Wahrnehmung fallendes Object als ein Gut, als wünschens- und begehrenswerth erscheint, da erweckt die Vergleichung des Genusses, den uns seine Besitznahme in Aussicht stellt, immer eine Unzufriedenheit mit dem, was wir bereits besitzen und geniessen, und was uns nun ärmlich und ungenügend dünkt. Auf Beseitigung dieses beklemmenden Gefühls ist unmittelbar das sich erzeugende Streben gerichtet, welches durch die Aneignung dessen, was die Usache dieser Unzufriedenheit ist, beruhigt und ausgeglichen wird. In der That, der Zufriedene, dem nichts zu wünschen übrigbleibt, ist kein Strebender. Ebenso erzeugt ein unsre innere Ruhe und Zufriedenheit bedrohendes Uebel ein Widerstreben gegen das Eindringen des Störers in unsern gewohnten und liebgewordenen Vorstellungskreis. Eine ebenso bekannte als anerkannte Wahrheit ist es aber, dass alle sittliche Besserung und Veredelung von Unzufriedenheit mit uns selbst, wie wir

dermalen sind, von Scham und Reue ausgehen muss, dass die Erkenntniss unsrer Fehler als solcher die erste Bedingung ist, sie abzulegen. Diese Erkenntniss ist uns durch das freie missbilligende Urtheil über unser Thun und Unterlassen gegeben, das sich, freilich nur nach dem Maasse unsrer sittlichen Einsicht, von selbst einfindet, wenn die Stimme des Gewissens nicht bereits so erstickt ist, dass erst Andre sie wieder beleben können. Jedes solche Urtheil greift aber störend und beunruhigend in unsre bisher gewohnte Weise zu wollen und zu handeln ein, es rüttelt uns auf und erschüttert die Structur unsers Ichs, es verstärkt die besseren, aber schwachen Elemente desselben, indem es diejenigen, durch welche sie bisher unterdrückt wurden, zurückdrängt und dadurch die Hemmung und Gebundenheit jener vermindert. Es entsteht ein Wegwünschen des Geschehenen; wir möchten es ungeschehen machen. Da dies unmöglich, so richtet sich das Streben gegen die Wiederholung der vorwurfsvollen That, und so entsteht ein Wollen, das zu seinem Inhalt zunächst die Verneinung desjenigen Wollens hat, das die Reue nach sich zog. Dies ist der Vorsatz, der hiernach zwar unmittelbar blos auf das künftige Unterlassen des als verwerflich erkannten Wollens geht, aber ausserdem noch ein positives Wollen von entgegengesetzter Art einschliessen kann. (So kann z. B. die tiefe Reue eines Habsüchtigen über den Gewinn, den er auf Kosten der Armen gemacht hat, in ihm nicht blos den Vorsatz, sich künftig dieser schlechten Handlungsweise zu enthalten, sondern sogar den Entschluss erzeugen, fortan sich gegen die Armen wohlthätig und hilfreich zu erweisen). In solchen Vorsätzen eignen wir uns nun erst den Inhalt des unsre bisherige Handlungsweise missbilligenden Urtheils, sowie den Inhalt desjenigen an, welches ein entgegengesetztes Verhalten als ein beifallswerthes erkennen lässt. Das Urtheil steht uns nicht mehr wie eine kalte Verstandessache äusserlich gegenüber, sondern wird zu einer uns innerlich bewegenden Herzenssache. Denn dann erst beherzigen wir eine gewonnene Einsicht, wenn diese in die bisherige Constitution unsers Ichs umgestaltend eingreift, uns ein warmes Interesse abgewinnt, uns aufregt und zum Inhalt eines neuen und kräftigen Strebens wird. Je umfassender nun unsre Vorsätze sind, je mehr sie Grund-

fehlern unsers Charakters entgegentreten, um so mehr sind sie, bei zureichender Stärke, befähigt, diesen umzubilden. Freilich geschieht dies nur, wenn sie Dauer und Nachwirkung haben, wenn der gefasste Vorsatz bei der nächsten Gelegenheit ihm entsprechend zu handeln sich auch wirklich geltend macht. Geschieht dies nicht, so erneuert sich nicht blos der Gegensatz zwischen der Handlung und ihrer Beurtheilung, sondern die innere Spannung und Unruhe wird dadurch weit grösser als zuvor, dass das Wollen, welches die Wiederholung der verurtheilten That zur Folge hat, jetzt auch mit dem Wollen des vorangegangenen Vorsatzes in Widerstreit steht, dass das wollende Ich mit sich selbst in Zwiespalt geräth. Dies treibt nun zur Erneuerung des Vorsatzes mit stärkerer Energie des Wollens, als die frühere war, und je tiefer eingreifend die innere Erschütterung der Reue ist, um so kräftiger wird der neue Vorsatz, um so sicherer eine bleibende Besserung des Charakters von ihm zu erwarten seyn. Mit jedem Vorsatz entsteht ein neues Wollen, das, wenn es einen allgemein sittlichen Inhalt hat und stark genug ist, zum entscheidenden Wendepunkt werden und zu einer gänzlichen Sinnesänderung führen kann. Jeder Untreue gegen einen gefassten guten Vorsatz folgt das Bewusstseyn der Schuld nach. Denn gleichwie der Widerspruch eines Urtheils mit einem andern fest begründeten Urtheil ein logischer Fehler, ein Fehler des Denkens ist, so ist der Widerspruch eines Wollens mit einem andern durch seinen innern Werth gerechtfertigten Wollen ein moralischer Fehler, und dieser der Person anzurechnen, in welcher die sittliche Einsicht das Wollen des Vorsatzes erzeugte, aber ein andres Wollen sich ihm mit Erfolg widersetzt, und dadurch zu Tage kommt, dass der Mensch noch nicht gut ist. Eben darum wird auch mit Recht jede Uebelthat, der eine reife Ueberlegung vorausging, dem Thäter als volle Schuld zugerechnet. Denn wer vor der That überlegt, hat den guten Vorsatz, seinen Entschluss von dem Resultat der Ueberlegung und Erwägung abhängig zu machen. Diese muss aber, wenn sie reif ist, wie es sich oben (S. 73) zeigte, immer das Bessere zur Geltung bringen, und dieses müsste also, wenn der Mensch dem Vorsatze treu bliebe, mit dem er an die Ueberlegung ging, sein Handeln bestimmen. Geschieht

es nicht, so setzt sich in ihm ein schlechtes Wollen mit seinem eignen guten Wollen in Widerspruch.

Jeder einmal gefasste, wenn auch schwache Vorsatz hat doch die Nachwirkung, mit dem Bewusstseyn der Schuld eine tiefere Reue als zuvor zu erzeugen. Er enthält also den Keim zur Besserung des Menschen durch sein eignes Wollen. Dagegen lässt sich nicht verkennen, dass, um eine erste gute Entschliessung zu fassen, es des Zusammentreffens von günstigen Umständen bedarf, an denen das Wollen noch keinen Antheil hat; denn es entsteht eben erst jetzt das Wollen des Guten. Es hängt nicht von dem Willen eines gefallenen, in den Pfuhl des Lasters versunkenen Menschen ab, dass er endlich zur Besinnung über sich selbst kommt und vor seinen Fehlern und Verirrungen erschrickt, dass das Licht des sittlichen Bewusstseyns ihm plötzlich heller leuchtet als je zuvor, und seine wärmenden Strahlen tiefer in sein Gemüth eindringen und ihn zu einem neuen Leben erwecken.* — Die Bekehrung des sündigen Menschen zum Guten findet zuweilen unter so wunderbaren Umständen statt, dass der religiöse Sinn sich gedrungen fühlt, darin den Finger Gottes, ein Werk der göttlichen Gnade und Berufung zu erkennen. Ob nun die Vorsehung in solcher Weise von Zeit zu Zeit lenkend in die menschlichen Geschicke eingreift, oder von Anfang an die Welt so geordnet hat, dass es, wie im Laufe der Natur, so auch in der causalen Verkettung der menschlichen Handlungen, ihrer ausserordentlichen Einwirkung und Nachhilfe nicht bedarf, wird vielleicht niemals aufhören, ein Gegenstand des Streites zu seyn. Aber auch wer sich der ersteren Ansicht zuneigt, wird doch darüber nicht in Zweifel seyn können, dass jedes Glied der menschlichen Gesellschaft in Absicht auf den sittlichen Weltzweck sich als ein Werkzeug der Vorsehung zu betrachten hat, und darum verpflichtet ist, nicht nur an seiner eignen sittlichen Vervollkommnung unausgesetzt zu arbeiten, sondern auch durch seine Handlungen die Sittlichkeit Andrer zu fördern. Der absolute Werth einer sittlichen Handlung liegt zwar in der

* Vortreffliche Bemerkungen über die Benutzung des Augenblicks, wo gute Regungen (*de bons mouvements*) sich in uns erheben, macht Leibniz in den *nouveaux essais* II, §. 35 *opp. philos. p.* 258.



Gesinnung, die in ihr nur zu äusserer Erchemnung kommt, aber weil die Handlung in andre Gemüther eingreift, ist sie nichts weniger als eine gleichgiltige Zuthat. Und weil der sittlich gesunkene oder von Haus aus sittlich verwahrloste Mensch sich nicht selbst aufhelfen kann, so ist es die Pflicht Andrer, ihm darin beizustehen. Es ist nicht genug, innerlich wohlgesinnt zu seyn, sondern auch Pflicht, durch Beispiel, Belehrung, Ermahnung zur sittlichen Besserung Andrer beizutragen, und durch Thaten nach Kräften die Gelegenheiten und Verlockungen zum Schlechten und Bösen zu mindern. Was der Einzelne in dieser Hinsicht wissentlich vernachlässigt, das macht ihn mitverantwortlich für die Schuld Andrer. Man darf daher nicht die Moralität des einzelnen Menschen ganz allein als sein eignes Werk betrachten und unbillig hohe Forderungen an ihn stellen. Denn nicht nur ist das Naturell des Einen der Bildung eines sittlichen Charakters günstig, das des Andern ungünstig, beides in sehr verschiedenen Abstufungen, sondern Jeder ist auch ein Glied engerer und weiterer, vielfach sich durchkreuzender Kreise der Gesellschaft und hat, je nach der Stellung, die er in diesen Kreisen einnimmt, und dem Geiste, der in ihnen herrscht, stärkere oder schwächere sittliche Anregungen empfangen, schwer zu überwindende oder leicht abzuweisende Versuchungen zu bestehen gehabt. Die Moralität eines Jeden ist das Product seiner äussern und innern Lebensgeschichte, zu welcher letzteren aber allerdings sein eignes Wollen gehört. Wer wenigstens nicht schwere Verirrungen zu bereuen, nicht bittere Vorwürfe über Gethanes oder Unterlassenes sich zu machen hat und sich in der sittlichen Selbstbeherrschung auch für die Zukunft sicher fühlt, hat doch nicht Ursache, auf seine Tugend stolz zu seyn; denn die Mittel dazu und die gute Stunde, in der er zum erstenmal von dem innern unvergänglichen Werthe des Guten ergriffen wurde und bewusst das Gute zu wollen anfieng, verdankt er nicht sich selbst, sondern seinem gütigen Geschick. Es ziemt ihm, dies dankbar anzuerkennen und zu bedenken, dass wem viel gegeben ist, von dem auch viel gefordert wird.

Geht nun hieraus hervor, dass es unstatthaft ist, bei der Beurtheilung der moralischen Verantwortlichkeit des einzelnen Menschen

ihn aus seinem Zusammenhang mit der Gesellschaft herauszureissen und in einer Isolirung zu betrachten, die für nichts mehr als eine Fiction gelten kann; zeigt es sich vielmehr, dass jedes Glied der Gesellschaft, in stärkerem oder schwächerem Grade, mittelbar oder unmittelbar, für das Thun und Lassen der Andern mitverantwortlich ist, und dass insofern eine moralische Solidarität der Gesellschaftsglieder besteht, — so wird dadurch doch der Einzelne nicht von der Schuld entlastet. Jeder lernt frühzeitig unterscheiden, was ihm nützlich und schädlich, was einem von ihm erwählten Zwecke angemessen und unangemessen ist, was, wenn er es gethan, Reue oder Billigung nach sich zieht. Gewitzigt durch die Erfahrung, die er im Verkehr mit Menschen und Dingen, und durch die inneren Erfahrungen, die er an sich selbst macht, lernt er überlegen, bevor er handelt, und nach den Ergebnissen seiner Ueberlegungen sich richten. Er eignet sich diese Ergebnisse an, und sie werden zu Motiven seines Wollens. Mögen diese zunächst auch nur von egoistischer und eudämonistischer Art seyn, mögen nur Wenige es bis zu der sittlichen Selbstentäusserung bringen, die, ohne jede Rücksicht auf persönlichen Vortheil, ja auf inneres Wohlbehagen, aus heiligem Pflichtgefühl, aus uninteressirtem Wohlgefallen an dem Guten will und handelt, — eine Umbildung des Wollens findet doch auf jeder Stufe, wo der Mensch seiner, wenn auch unvollkommenen moralischen Einsicht folgen lernt, statt, und er erwirbt wirklich allmählich durch Uebung die Fertigkeit, seiner Einsicht gemäss zu wollen und zu handeln, und das Bewusstseyn, diese Fertigkeit zu besitzen, in welchem er Anspruch auf Selbständigkeit macht und danach beurtheilt seyn will.

Aber die Gesellschaft ist kein blosser Haufen in Wechselwirkung stehender Individuen, sie ist ein einheitliches Ganze, hat eine Organisation und Institutionen, die theils in der Natur des Menschen, als eines des geselligen Zusammenlebens bedürftigen sinnlichen und vernünftigen Wesens begründet, daher das Werk einer Naturnothwendigkeit sind, theils Producte des Gesammtwillens der Gesellschaft — die Resultante aus den Componenten des Willens ihrer Angehörigen — und zunächst darauf abzielen, die Ordnung des Ganzen zu erhalten, zugleich aber jedem Einzelnen einen möglichst

weiten Spielraum für freies Handeln zu gewähren, die Wohlfahrt Aller zu fördern, ohne dass der Bestand des Ganzen darunter leidet. Die Aufgabe, welche die Gesellschaft durch die Institutionen, welche sie sich giebt, zu lösen hat, ist eine sittliche. Denn selbst wenn man unter der Wohlfahrt Aller nichts Höheres versteht als das Wohlbefinden jedes Einzelnen, so wird doch dieses, sowie der geordnete Bestand des Ganzen, nur gesichert durch das Wohlverhalten Aller, welches wieder dadurch bedingt ist, dass Jeder nicht nur Rechte für sich in Anspruch nimmt, sondern auch Andern zugesteht, dass Jeder seiner Pflichten sich stets bewusst ist, dass Rechtlichkeit, Billigkeit und Wahrhaftigkeit seinen Verkehr mit Andern leiten, in ihm die Selbstsucht, die dem Menschen natürlich, durch Gemeinsinn und hilfsbereites Wohlwollen gegen Jedermann gebrochen, dass überhaupt sittliche Bildung und sittliche Willenskraft zum Gemeingut Aller geworden ist. Diese grosse Aufgabe wird zwar nie vollständig, sondern immer nur annäherungsweise gelöst werden; denn ihre Lösung hängt nicht blos von Fortschritten unsers Wissens, sondern auch vom Zusammentreffen günstiger Umstände ab; aber jene darf man mit Zuversicht erwarten, auf diese wenigstens hoffen.

Fragt man nämlich, warum die menschliche Gesellschaft in der Sittlichkeit nur langsame, ja oft gänzlich bezweifelte Fortschritte macht, während wenigstens bei den Culturvölkern Europa's und denen von europäischer Abkunft das, was man Civilisation nennt, in raschester Entfaltung und stets wachsender Ausbreitung begriffen ist, so leuchtet ein, dass diese letztere hauptsächlich die Frucht der täglich zunehmenden und immer tiefer eindringenden Erkenntniss der Natur und ihrer Gesetze ist, die dem Menschen die Macht giebt, die Stoffe und Kräfte der Natur mit immer grösserer Leichtigkeit für seine selbsterwählten Zwecke zu verwenden. In dem rastlosen Sinnen und Denken, Beobachten und Versuchen des Forschers und Erfinders strebt nun zwar blos ein dem Begabten natürlicher Wissenstrieb nach Befriedigung, und insofern hat diese Thätigkeit keinen unmittelbaren sittlichen Werth. Ein mittelbarer kommt ihr jedoch allerdings zu, insofern, um das vorgesteckte Ziel zu erreichen, gewissenhafte Wahrheitsliebe erforderlich ist, die

Tugend beharrlicher Ausdauer mit Willensstärke unter mancherlei Aufopferungen ausgeübt werden muss, und oft allein die Freude, das Gesuchte gefunden zu haben, alle Mühe und Anstrengung lohnt. Was aber die Zwecke betrifft, die vorzugsweise der Erfinder im Gebiete der Technik im Auge hat, und die der Unternehmer ergreift und ausnutzt, so sind sie nicht, wie die des Naturforschers, blos theoretisch auf Bereicherung des Wissens, sondern praktisch auf Steigerung des Könnens gerichtet, und zwar eines solchen Könnens, das entweder nur der Vermehrung der Annehmlichkeit und Bequemlichkeit des Lebens dient, oder (wie etwa die Erfindung der Buchdruckerkunst) ebensogut für höhere sittliche Zwecke gebraucht als zu unsittlichen gemissbraucht werden kann, und das überdies, wenn es auch später Allen zu Gute kommt, doch anfangs meistens nur Wenige auf Kosten Andrer bereichert, die es dem Mangel und Elend preisgiebt.* Die Leistung jeder solchen neuen Erfindung wird aber bald zu einem allgemeinen unentbehrlichen Bedürfniss, greift umgestaltend in die socialen Verhältnisse und Zustände ein und vererbt sich auf die kommenden Geschlechter, wenn sie nicht durch eine vollkommenere überboten und in Schatten gestellt wird. Und so steht jede Generation in ihrem Wissen von den Stoffen und Kräften der Natur und in dem Vermögen, sie für menschliche Zwecke zu benutzen, auf den Schultern der vorangegangenen, wird aber hierdurch auch um so bedürfnissvoller. Dass nun da, wo die Bedürfnisse schneller sich mehren als die Mittel sie zu befriedigen, wo das Verlangen nach wechselnden Genüssen und zerstreuenden Lustbarkeiten im Leben des Menschen einen immer mehr in die Breite wachsenden Raum einnimmt und ihn nicht zur Besinnung über sich selbst kommen lässt, der Boden, auf dem die Sittlichkeit gedeiht, unfruchtbarer werden muss, bedarf keines Beweises. Gleich-

---

* Auch das Vorgeben, dass durch die Erfindungen der industriellen Mechanik der Mensch von der traurigen und seiner unwürdigen Nothwendigkeit, maschinenmässige Arbeit zu verrichten, befreit werde, ist illusorisch. Denn je vollkommener eine Maschine, um so eintöniger und geisttödtender ist die Arbeit dessen, der sie bedient Um so schlimmer, wenn häufig die Aufmerksamkeit und Kraft eines Kindes dazu hinreicht und verwendet wird, das dabei leiblich und geistig verkümmert

wohl wäre es ebenso thöricht als unstatthaft, eine Rückkehr zu einfacheren Verhältnissen gewaltsam erzwingen zu wollen. Selbst wenn es eine Macht gäbe, der Zwangsmittel in ausreichender Fülle zu Gebote ständen, würde es frevelhaft seyn, sie für solchen Zweck zu verwenden. Denn der Entfaltnng des menschlichen Geistes, seiner Beherrschung der Natur und dem Gebrauch der in ihr liegenden Kräfte Schranken setzen, hiesse einem Streben Fesseln anlegen, das allerdings auch zur Bestimmung des Menschen gehört. Es kann daher überall nur die Aufgabe der Macht seyn, den widersittlichen Folgen dieser Entwickelung entgegenzuarbeiten. Die Mittel dazu zu ersinnen, ist der Beruf der Weisesten und Besten, sie zu verwenden, die heilige Pflicht der Mächtigen. Von dem günstigen Zusammentreffen der richtigen Einsicht mit dem ernsten Willen, sie zu benutzen, und der Macht, sie in Ausführung zu bringen, hängt es aber ab, ob diese Mittel im Leben der Gesellschaft zur Wirksamkeit gelangen werden. Unsicher wird jedoch immer schon die Erkenntniss derselben bleiben. Zwar wird das tiefere Studium der Naturgesetze der Gesellschaft, das noch in den ersten Anfängen liegt, manches neue Licht verbreiten über das, was ausführbar ist und was der Natur der Gesellschaft widerstrebt. Allein die Störungen in den Zuständen der Gesellschaft und ihrer einzelnen Gruppen gleichen nicht einmal immer den Krankheiten des menschlichen Organismus, die sich, wenn auch mit grossen individuellen Abweichungen, doch in ziemlich constanten Formen gleichmässig wiederholen, daher classificiren lassen, und für welche die Untersuchung ihrer Ursachen und die Erfahrung eine zweckmässige Behandlung und specifische Heilmittel kennen gelehrt hat. Sie verhalten sich vielmehr häufig wie neue und epidemisch auftretende Krankheitsformen, zu deren Heilung auf analoge Erscheinungen gegründete Versuche gemacht werden müssen, die bald gelingen bald misslingen.

Dass zur gründlichen Besserung der Moralität der Gesellschaft weder die Bestrafung gesetzwidriger Handlungen noch Institutionen und Massregeln hinreichen, die auf Verhinderung und Verhütung derselben abzielen, sondern nur durch innerliche Besserung der Individuen die Gesellschaft sittlich gehoben werden kann, ist

den Einsichtsvollen wol niemals entgangen.* Ebenso ist von jeher als das sicherste Mittel, diesen Zweck zu erreichen, die Erziehung des heranwachsenden Geschlechts, dem ja die Zukunft angehört, erkannt worden. Freilich findet aber die Einführung der richtigen Grundsätze der Erziehung ins Leben an den gegebenen Verhältnissen schwer zu beseitigende Schranken. Denn da eine Staatserziehung, die selbst wieder einen idealen Staat voraussetzt, im glücklichsten Falle doch nur ein schöner Traum ist, der vor der nüchternen Wirklichkeit zerrinnt; da auch Schule und Kirche, wenn sie nicht durch ein wohlgeordnetes Familienleben, durch häusliche Zucht und Sitte unterstützt werden, das, was man unbilligerweise oft von ihnen allein fordert, zu leisten nicht vermögen; da die häusliche Erziehung weit mehr, theils einer stabilen Ueberlieferung, theils den Luftströmungen des Zeitgeistes folgt, als wohlerwogene Grundsätze sich zur Richtschnur nimmt; da überdies mit der Zunahme des Bedürfnisses geselliger Zerstreuungen die häusliche Ueberwachung und Leitung der Kinder durch die Eltern nothwendigerweise sich mindern muss, — so kann unter allen Umständen auch von der Erziehung nur eine sehr langsame Besserung der Moralität der Gesellschaft erwartet werden. Indess der Wissenschaft ziemt es, nicht müde zu werden in der klaren Darlegung und Vertheidigung dessen, was sie als das Wahre und Beste erkannt hat. Für uns mag es genügen, in Betreff der Erziehung von neuem einen Punkt hervorzuheben, der mit unserm Hauptthema in engem Zusammenhange steht.

Das höchste Ziel der Erziehung soll seyn, dem jugendlichen Menschen einen edlen und festen Charakter anzubilden, ihn dadurch zur sittlichen Selbstbeherrschung empor zu heben und sittlich frei

---

* Treffend sagt Guizot: *quels que soient les événemens extérieurs c'est l'homme lui même qui fait le monde; c'est en raison des idées, des sentiments, des dispositions morales et intellectuelles de l'homme que le monde se règle et marche; c'est de l'état intérieur de l'homme que dépend l'état visible de la société.* Und ebenso treffend fügt de Decker hinzu: *les réformes sociales sont donc inutiles, si non dangereuses, lorsqu' elles ne sont point le produit de réformes personelles.* Vergl. des Letzteren der oft erwähnten Abhandlung Quetelet's beigegebenes Mémoire *de l'influence du libre arbitre de l'homme sur les faits sociaux, p.* 92.

zu machen. Gewöhnung und Zucht, Beispiel, Belehrung und eindringliche Ermahnung sind Mittel, deren sich der Erzieher bedient; aber sie sind von sehr ungleichem Werthe. Frühzeitige Gewöhnung z. B. an Ordnung, Fleiss und Arbeitsamkeit, Uebung im Versagen von Genüssen, Beispiel, das auf den Nachahmungstrieb und ein dem Vorbild gleich gestimmtes Gemüth rechnet, Belobungen, Belohnungen und Strafen sind zwar wirksame Mittel, um der Handlungsweise des Zöglings den äussern Anstrich der Sittlichkeit zu geben, aber tieferen Gehalt haben gute Lehren, die seinem Gedächtniss eingeprägt werden, Ermahnungen zur Gottesfurcht, Berufung auf den heilig zu haltenden Willen des Allsehenden und Vergeltenden, Erweckung von Scheu, den alliebenden Vater aller Menschen durch Ungehorsam zu beleidigen und seine Liebe mit Undank zu lohnen; denn solche Lehren beabsichtigen, nicht blos auf den Verstand, sondern auf das Gemüth zu wirken. Nichtsdestoweniger lehrt doch die Erfahrung, dass in solcher Weise wohlerzogene, in Schule und Haus sorglich überwachte und geleitete Individuen, ihres Gängelbandes entlassen, gar oft den Verführungen der Welt unterliegen. Das was ihren Willen von Innen heraus bestimmen, was der tiefliegende Schwerpunkt ihres Wesens werden sollte, ist ihnen nur ein Aeusserliches geblieben, ein oberflächlicher Firniss, der sich in der Berührung mit Menschen und Dingen bald abreibt. Es ist eben nicht gelungen, ihnen einen sittlichen Charakter anzubilden, der „im Gewühl der Welt" Stand zu halten vermag, sie sind nicht zur sittlichen Selbständigkeit und Selbstbeherrschung gelangt; denn es fehlt ihnen an selbsterwählten sittlichen Maximen. Was kann und was soll aber hierbei die Wahl bestimmen? Kant sagt: einzig und allein Achtung vor dem moralischen Gesetz in uns, dessen Allgemeingiltigkeit ihm unbedingten Anspruch auf diese Achtung giebt. Nun ist zwar nicht zu verkennen, dass ein für Alle giltiges Gesetz den selbstsüchtigen Neigungen und Bestrebungen Einhalt thut und unsittliche Handlungen verhindert. Aber diese blos negative Bestimmung des Gesetzes reicht nicht aus und vermag nicht einmal zu verhindern, dass der von Kant so nachdrücklich bekämpfte Eudämonismus sich auf einem Umwege in die Ethik wieder einschleicht. Denn wenn ich mir zur Maxime meines

Willens mache, soviel als ich vermag, die Glückseligkeit Aller zu befördern, so ist dies ein Princip, mit dem sich Alle einverstanden erklären können, und das daher für eine allgemeine Gesetzgebung tauglich scheint, gleichwohl aber doch einen eudämonistischen Gehalt hat. Jedenfalls lässt hier also Kant der subjectiven Beurtheilung dessen, was werth ist, einer allgemeinen Gesetzgebung zum Princip zu dienen, einen viel zu weiten Spielraum, der das Bedürfniss anderweiter begrifflicher Grenzbestimmungen fühlen lässt, die der Beurtheilung zu Anhaltspunkten dienen können.* Ueberhaupt aber ist jede blosse Gesetzesmoral der Gefahr ausgesetzt, in starren Rigorismus und leeren Formalismus auszuarten. Pflicht ist zwar, wie Kant in der bekannten herrlichen Lobrede, die er ihr hält**, mit Recht sagt, ein grosser erhabener Name, und pflichtgetreues Handeln unter erschwerenden Umständen der höchsten Anerkennung würdig; aber das Sittlichgute geht nicht ganz in dem Begriffe der Pflicht auf, es hat Seiten von zarterer Färbung, denen man Gewalt anthut, wenn man in ihnen nur Spiegelbilder von Pflichten sehen will. Und die Pflicht selbst hat tiefere Wurzeln, denen Kant, als er Achtung vor dem Gesetz forderte, zwar auf der Spur war, aber nicht weiter nachgrub. Schiller, obwohl er sonst der Kantischen Ethik stets treu blieb***, fühlte, dass sie von dieser Seite her einer Ergänzung bedürfe, und sprach das treffende Schlagwort aus, als er im Interesse der Sittlichkeit eine „ästhetische Erziehung des Menschengeschlechts“ verlangte, durch die „der Mensch lerne edler begehren, damit er nicht nöthig habe erhaben zu wollen.“ Hatte nun schon die griechische *καλοκἀγαθία* auf die innige Verwandtschaft des Guten mit dem

* Es macht sich hier in der Ethik Kant's eine ähnliche Lücke bemerkbar, wie in der des Aristoteles, der vielfach bei sittlichen Werthbestimmungen auch nur auf das Urtheil des einsichtsvollen und rechtschaffenen Mannes (des *ἀνὴρ φρόνιμος καὶ σπουδαῖος*) provocirt. Vgl. Hartenstein, über den wissenschaftlichen Werth der aristotelischen Ethik: in den Berichten der philolog. histor. Classe d. k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften Jahrg. 1859.

** Kritik der prakt. Vernunft, I. Th. 1. B. 3. Hptst., Werke, IV, S. 200.

*** Vgl. hierüber des Verfs. Aufsatz: über die Stellung Schiller's zur Kantischen Ethik, in dem in der vorletzten Note angezogenen Jahrgang der Berichte der k. sächs. Gesellsch. der Wissensch.

Schönen hingewiesen; hatte namentlich Plato das Ideal der Tugend nicht, wie später die Stoiker, in der gewaltsamen Unterdrückung der Sinnlichkeit durch die Vernunft, sondern in der schönen Harmonie, in dem stillen und einträchtigen Zusammenwirken aller Seelenkräfte gefunden, — so hat doch in der neuern Zeit erst Herbart das Verdienst, die ästhetischen Wurzeln der Begriffe von Tugend und Pflicht in den sittlichen Ideen aufgedeckt zu haben. Er stimmt Kant darin vollkommen bei, dass der Wille seinen sittlichen Werth nicht von dem Object empfängt, auf das sein Streben gerichtet seyn mag (daher jede Güterlehre verwerflich ist), sondern dass dieser Werth einzig und allein von der Form des Willens, von der Art und Weise zu wollen abhängt. Aber er findet diese Form durch die blosse Hinweisung auf ein allgemeingiltiges Wollen weder zulänglich noch unzweideutig bestimmt. Vielmehr wird ihm, da jede Form sich zuletzt in ein System von einfachen Verhältnissen auflösen lässt, Kant's an sich ganz richtige Ansicht von dem, was das Wollen zu einem absolut guten macht, zum Antrieb, dem System von einfachen Willensverhältnissen nachzuforschen, an deren klare Vorstellung sich völlig unwillkürlich und mit unmittelbarer Gewissheit ein Urtheil unbedingten Beifalls heftet, in welchem sich ihr absoluter Werth zu erkennen giebt, und die durch diesen Werth zu Musterbildern oder richtiger, da diese Verhältnisse sich in scharfe Begriffe fassen lassen, zu Musterbegriffen für das Wollen und Handeln, zu sittlichpraktischen Ideen werden, und die Berechtigung in sich tragen, als moralische Gesetze zu gelten. An der Spitze dieses Systems steht die Idee der sittlichen Freiheit, als der Uebereinstimmung des Wollens mit der darüber ohne alles Zuthun des Willens ergehenden absoluten Werthbeurtheilung, welche sodann weiter ihre näheren Bestimmungen erhält durch die Ideen der sittlichen Vollkommenheit, des Wohlwollens, des Rechts und der Billigkeit. Sie bilden ein geschlossenes und logisch gegliedertes Ganze und bestimmen in ihrer Totalität eben die Form des Wollens, die dieses haben muss, wenn es für schlechthin gut soll gelten können; sie füllen die Lücke aus, die Kant gelassen hatte. Sie erregen das Wollen und geben ihm eine bestimmte Richtung (eine charakteristische Form); aber sie sind

nicht Objecte, die auf den Willen anziehend wirken, sondern sie sollen zu Triebfedern werden, die ihm von der entgegengesetzten Seite her einen Anstoss geben.

Ohne dass es indess für unsern Zweck nöthig seyn wird, auf diese Lehre noch specieller einzugehen, wird doch der Satz auf allgemeine Zustimmung rechnen dürfen, dass nur dasjenige Wollen und Handeln wahrhaft sittlich ist, welches das Gute um seiner selbst willen wählt, d. h. aus uninteressirtem Wohlgefallen an dem Guten in seiner Schönheit und Vortrefflichkeit hervorgeht und zur unbedingten Hochschätzung und Verehrung desselben und zur Verachtung und Verabscheuung alles Schlechten, Gemeinen und Bösen in seiner Hässlichkeit und Verworfenheit führt. Nur eine solche Stimmung der Seele, die als Grundton stark anklingt, wenn verführerische Modulationen den Menschen der mit Besonnenheit erwählten Tonart seines Lebens zu entfremden drohen, können ihn, sich selbst überlassen, vor unsittlichen Ausschreitungen schützen. Diese Gefühlsstimmung zu erwecken und — man hat diesen Ausdruck nicht zu scheuen — den sittlichen Geschmack des des Menschen in früher Jugend zu bilden und dadurch seine Natur zu veredeln, — darauf hat die Erziehung hinzuwirken. Denn wo das Gemüth sich für das klar erfasste sittlich Schöne, Edle und Grosse erwärmt hat, alles Unedle und Schlechte aber mit Abscheu zurückstösst, da ist der feste Grund zu einem wahrhaft sittlichen Charakter gelegt, und es bedarf kaum noch abstracter Maximen und Grundsätze, die oft im concreten Falle im Stiche lassen oder zu moralischer Einseitigkeit verleiten. — Es soll hiermit jedoch keineswegs einer blossen Gefühlsmoral das Wort geredet werden; denn die Wissenschaft fordert, wie überall, so auch hier, scharf begrenzte Begriffe. Aber ohne ein lebendiges Gefühl für Schönes und Hässliches ist das sittliche Urtheil der Billigung und Missbilligung undenkbar.

Man darf sich indess nicht verhehlen, dass auch im Kindesalter nicht jede menschliche Individualität für die Erweckung des sittlichen Gefühls gleich empfänglich ist, noch darf man sich der Hoffnung hingeben, dass eine ästhetischmoralische Bildung jemals alle Schichten der Gesellschaft durchdringen werde. Da wo

es nur erst darauf ankommt, einen Menschen aus dem Rohen seiner Natur herauszuarbeiten, oder ihn lasterhaften Gewohnheiten zu entreissen, wird man daher, um zunächst nur seinem Handeln die äussere Gestalt des Sittlichen zu geben und ihn für die sittliche Ordnung der Gesellschaft tauglich zu machen, Mittel nicht verschmähen dürfen, die, wenn auch nicht zureichend, um aus ihm einen wahrhaft guten und edlen Menschen zu machen, doch geeignet sind, seinem Wollen eine bessere Richtung zu geben. Man wird ihm vorstellen, dass das Gute das wahrhaft Nützliche und Vortheilhafte ist, um das es sich wohl lohnt, die Lust des Augenblicks zu opfern, dass es eine gesicherte Stellung innerhalb der Gesellschaft, dass es Frieden der Seele giebt, dass ein reines Gewissen ein unentreissbares Gut, ein kostbarer Schatz ist, dessen Besitz uns für viele andre Entbehrungen schadlos hält und auch noch in der Sterbestunde Ruhe und Fassung verleiht und uns hoffend zu einem andern Daseyn übergehen lässt. Auch sind wir nicht der Meinung, dass im Leben Moralität und Religiosität so scharf zu trennen sind, wie es hinsichtlich ihrer Principien die Wissenschaft mit Recht fordert. Zwar ist es völlig unstatthaft, den Geboten der Sittlichkeit nur darum Giltigkeit beizulegen, weil sie als der Ausdruck des absoluten Willens Gottes betrachtet werden*, und ebensowenig ist das Wollen des Menschen wahrhaft gut, wenn es keine anderen Triebfedern als die Hoffnung auf ewige Seligkeit und die Furcht vor ewiger Verdammniss hat. Aber, wie wir schon an einer andern Stelle bemerkten, die wahre Liebe und Verehrung des persönlichen Gottes fällt mit der Liebe und Verehrung des Guten selbst zusam-

* Freilich sagte Tertullian: *Non quia bonum est, auscultare debemus, sed quia deus praecipit*, und noch nachdrücklicher Wilhelm von Occam: *Ea est boni et mali moralis natura, ut cum a liberrima dei voluntate sancita sit ac definita, ab eadem facile possit emoveri et refigi, adeo ut mutata ea voluntate, quod sanctum et justum est, possit evadere injustum;* dagegen Augustin: *Non ideo malum est, quia vetatur lege, sed ideo vetatur lege, quia malum est,* und Thomas von Aquino: *Volitum divinum secundum rationem communem quale sit, scire possumus. Scimus enim, quod deus, quidquid vult, vult sub ratione boni; ideo quicunque vult aliquid sub ratione boni, habet voluntatem conformem voluntati divinae.* Vgl. Hartenstein, die Grundbegriffe der ethischen Wissenschaften, S. 57.

men. Und um den Muth zum Thun des Rechten und Guten zu bewahren, auch da, wo es keine Aussicht auf Erfolg hat, ist der Glaube an eine Vorsehung, die dafür sorgt, dass keine gute That verloren geht, sondern, wenn sie wirkungslos scheint, doch als ein fruchtbarer Same erhalten wird, der früher oder später keimt und Früchte erzeugt, ein mächtiges Stärkungsmittel.

An diese letzte Bemerkung knüpft sich noch eine allgemeinere. Jedes ernstliche Wollen setzt die Erreichbarkeit des Gewollten voraus, und darauf beruht die dem Wollen eigenthümliche Energie, die es von jedem andern schwächeren Begehren unterscheidet. Diese Voraussetzung kann nun zwar aus dem Bewusstseyn des Besitzes der zur Ueberwindung aller Schwierigkeiten und Hindernisse zureichenden Mittel hervorgehen; aber es würde ein grosser Irrthum seyn, wenn man behaupten wollte, sie sey immer nur das Resultat einer berechnenden Reflexion über das Verhältniss der uns zu Gebote stehenden Kraft zu dem durch diese zu überwindenden Widerstand. Gerade das entschlossenste sittliche Wollen ist von ganz anderer Art. Es entschlägt sich alles Zweifelns und Grübelns, es setzt unbedingt das Können voraus. Diese Voraussetzung ist aber kein Wissen von dem Vorhandenseyn der zulänglichen Kraft, sondern ein Glaube daran. Und was treibt zu diesem Glauben? Einzig und allein die sittliche Begeisterung für das grosse und würdige Ziel, das zu erreichen die Aufgabe ist. Denn diese ebenso klare und besonnene als erregte gehobene Stimmung des Gemüths erzeugt erst das ernste sittliche Wollen. Der Zuspruch: wolle nur, und du kannst, bedeutet daher nichts andres als: glaube nur, setze nur unbedingt voraus, dass du kannst, und du wirst können. Der sittliche Mensch geht stillschweigend von der unmittelbaren Ueberzeugung aus, dass was er, als unbedingt werth gewollt zu werden, erkannt hat, auch von ihm müsse vollbracht werden können; aber es ist dies kein Wissen von seiner Befähigung das Gute zu vollbringen, sondern ein durch das Ergriffenseyn von seinem Werthe erweckter zuversichtlicher fester Glaube, der ihm, wie jeder echte Glaube, zwar nicht objective, wohl aber subjective Gewissheit giebt. Mehr scheint zwar Kant's Ausspruch: du kannst, denn du sollst, zu versprechen; denn er gründet sich

darauf, dass das Sollen der Ausdruck des moralischen Gesetzes ist, welches die praktische Vernunft sich selbst giebt, und es widersinnig seyn würde anzunehmen, dass die Vernunft etwas Unmögliches gebiete. Allein damit wird dieser als Gesetzgeberin eine Rücksichtsnahme auf das beschränkte Vermögen des Menschen zugeschrieben, die mit dem, ohne jede Beschränkung, für alle Vernunftwesen giltigen Inhalt ihres Gebots, in dem sich eine absolute Werthschätzung des Guten ausspricht, ebenso in Widerspruch steht, wie andrerseits mit dem eignen Bekenntniss Kant's, dass der Mensch in seinem endlichen Daseyn dem moralischen Gesetz vollständig zu genügen nicht vermöge. Das Können wird durch das Sollen nur dann verbürgt, wenn man im moralischen Bewusstseyn die Offenbarung des heiligen Willens des Schöpfers findet. Denn dann würde allerdings die Annahme, dass Gott von dem Menschen etwas fordere, wozu er ihm nicht die Kraft gegeben hätte, mit seiner Gerechtigkeit und Billigkeit in Widerspruch stehen. Aber auch diese Ueberzeugung beruht nicht auf einem Wissen, sondern auf einem Glauben, nämlich auf dem Glauben an Gott und die von ihm dem Menschen gegebene sittliche Bestimmung.

Wir können nunmehr die wesentlichsten Ergebnisse unsrer Untersuchungen in folgenden Sätzen abschliessend zusammenstellen.

1) Es giebt keine absolute Willensfreiheit, keine Selbstbestimmung, keine Spontaneität des Willens. Sie ist weder eine Thatsache des Bewusstseyns noch eine durch gegebene Thatsachen geforderte nothwendige Voraussetzung; sie ist ohne Widersprüche nicht denkbar, sie ist gleichbedeutend mit der reinen Willkür, die gar nicht nachweisbar ist und, wenn sie es wäre, mit absoluter Zufälligkeit zusammenfallen würde. Sie wäre daher auch, wenn vorhanden, ohne allen sittlichen Werth.

2) Es giebt überhaupt kein Wollen ohne ein Vorgestelltes, das gewollt wird, ohne eine bewusste Richtung des Wollens, mag diese nun durch begehrenswerth erscheinende Objecte oder durch in ihrem Werth erkannte Maximen und Ideen erregt werden. Daher kein Wollen ohne Motive.

3) Der Mensch erwirbt die Fähigkeit, bevor er sich wirklich

wollend zum Handeln entschliesst, zu überlegen und zu erwägen, ob das, was er zu thun im Begriffe steht, ihm vortheilhaft oder nachtheilig, ob es erlaubt oder unerlaubt, recht oder unrecht, edel oder gemein, gut oder böse ist. Er übt dabei eine Selbstbeherrschung aus, die von der Absicht ausgeht (deren Motiv ist), sich die Reue zu ersparen. Er hält sein Wünschen und Begehren solange zurück, bis sich, ohne jegliche Einmischung seines Wollens, das Resultat dieser Werthbeurtheilung ergeben hat. Diese muss, je nach dem Maasse seiner Einsicht, jederzeit, wenn auch nicht das Beste, doch immer das Bessere treffen.

4) In dieser Fähigkeit zu überlegen offenbart sich nun allerdings eine doppelte Freiheit: zuerst nämlich die Freiheit und Selbständigkeit der Intelligenz, die Unabhängigkeit des Urtheilens und Erkennens von allem Begehren und Wollen. Diese Freiheit liegt in der Natur des Denkens und Erwägens und ist im Individuum in dem Maasse wirklich vorhanden, in welchem es Uebung im Denken erlangt hat. Es zeigt sich dabei aber noch eine andre Freiheit in der Befähigung, ein bestimmtes Begehren durch ein Wollen eine Zeit lang zurückzuhalten. Da dasselbe aber auf den Zweck gerichtet ist, die Zulässigkeit des Begehrens an dem Resultate der Ueberlegung zu prüfen und, je nachdem diese ausfällt, dem Begehren Folge zu geben oder nicht, dieses Wollen also ein Motiv hat, so ist dies keine absolute, sondern nur eine relative Freiheit des Wollens.

5) Es ist jedoch durchaus nicht nothwendig, dass der Mensch dem Ergebniss der Ueberlegung folge: die Wahl zwischen diesem und seinem bis jetzt zurückgedrängten Begehren scheint ihm noch frei zu stehen. Gleichwohl ist es auch nicht rein zufällig, worauf dieselbe fällt; sie ist nicht indeterminirt, sondern determinirt, theils durch den persönlichen Charakter des Menschen, theils durch die sein Begehren erweckenden äusseren Umstände.

6) In dem menschlichen Ich liegen nämlich mannigfaltige und zum Theil entgegengesetzte Dispositionen zum Wollen und Handeln: einerseits Begierden, Neigungen, Affecte, Leidenschaften, als natürliche Triebfedern, andrerseits verständige und vernünftige Einsicht, als zwar objectiv giltige, aber deshalb noch

nicht subjectiv geltende Beweggründe. Durch die prävalirenden Dispositionen ist der Charakter der Menschen bestimmt, der indess ebensogut fest als schwankend seyn kann. Es ist jedoch nicht nothwendig, dass der Mensch stets seiner prävalirenden Disposition folge; sondern dies geschieht nur dann, wenn entweder der zum Handeln veranlassende äussere Reiz derselben gleichartig ist, daher sie erweckt und neu belebt, oder auch, wenn dieser Reiz zwar die der prävalirenden entgegengesetzte Disposition weckt und hebt, aber zu schwach ist, um dadurch die prävalirende in diesem Falle zurückzudrängen. Andrerseits kann aber auch ein der schwächeren Disposition gleichartiger, hinlänglich kräftiger äusserer Reiz dieselbe in dem Grade momentan verstärken, dass sie beim Handeln den Ausschlag giebt. Diejenige Disposition, die unter diesen äusseren Bedingungen zur Wirksamkeit gelangt, wird zum Motiv des Handelns.

7) Es hängt demnach theils von constanten, theils von variablen Bedingungen ab, welche von den vorhandenen Dispositionen in jedem gegebenen Falle zum Motiv des Handelns wird. Die ersteren liegen im persönlichen Charakter, die letzteren in den Erlebnissen des Menschen, in dem, was ihm im Laufe des Lebens begegnet, in den Wirkungen, die der Verkehr mit andern Menschen, die wechselnden Zustände seines Körpers, die Naturereignisse auf ihn, d. i. auf sein vorstellendes, fühlendes und wollendes Ich ausüben, in dem Weltlauf und seinen Verschlingungen.

8) Der Charakter des Menschen ist nun zwar, gegenüber den rasch wechselnden äusseren Ereignissen, als constant zu betrachten, aber nicht schlechthin unveränderlich, sondern der Umbildung fähig. In welchem Sinne dies geschieht, hängt davon ab, ob das sittliche Wollen über das unsittliche Begehren allmählich dauernd die Oberhand gewinnt, oder ihm unterliegt. Und dieses ist wieder bedingt theils durch das der Herrschaft des Sittlichen günstige oder ungünstige angeborene und individuelle Naturell (übermächtige oder nur mässige Sinnlichkeit, leicht oder schwer erregbares Temperament, gefühllose oder gefühlvolle Gemüthsart u. s. f.), theils durch die Einflüsse der Erziehung, des Umgangs und der Lebensgeschicke, theils aber auch durch das eigne Wollen, das als

Folge der Reue — der unwillkürlichen Sebstverurtheilung — entsteht, und dann als guter Vorsatz hervortritt.

9) Für jeden Menschen, der den unbedingten und unvergänglichen Werth des Guten und an diesem seine Berechtigung, für alles Wollen und Handeln als höchste Norm und Regel zu gelten, erkannt hat, entspringt aus dieser Einsicht die Aufgabe, ihm die Herrschaft, welche ihm gebührt, zu erringen und dauernd zu sichern. Diese Aufgabe, soweit sie ihn selbst betrifft, wird er wenigstens annähernd lösen durch gewissenhaftes Streben nach einem sittlich-edlen und festen Charakter. Durch diesen wird der Mensch sittlich frei, nämlich unabhängig von dem Zwange seiner Natur und ihren leidenschaftlichen Ausschreitungen, sowie gewaffnet gegen alle unerwartet auf ihn eindringenden und insofern zufällig zu nennenden verlockenden und verleitenden Gelegenheiten widersittlich zu handeln. Diese Freiheit ist aber keine Freiheit des Willens, im Gegentheil eine Gebundenheit desselben, nämlich an die sittliche Einsicht. Sie ist aber persönliche Freiheit; denn diese Einsicht, so gut wie der Wille, ist seine eigne. Sie bildet keinen Gegensatz zur Nothwendigkeit, vielmehr erwarten wir von einem streng sittlichen festen Charakter, dass ihm sittliches Wollen und Handeln zur andern Natur und somit, unter Ausschluss alles Zufälligen, nothwendig geworden sey.*

10) Weil aber die Bildung des sittlichen Charakters und die Umbildung des unsittlichen zum Besseren grossentheils mit von den, gute Vorsätze erweckenden und befestigenden Einwirkungen der Menschen auf einander abhängt, so liegt es auch in der sittlichen Aufgabe, ist es Pflicht eines Jeden, so viel er vermag, auch

---

* Von ihm gelten in Wahrheit Schiller's ergreifende Worte, im Wallenstein:

Des Menschen Thaten und Gedanken, wisst!
Sind nicht des Meeres blind bewegte Wellen.
Die inn're Welt, sein Mikrokosmus, ist
Der tiefe Schacht, aus dem sie ewig quellen.
Sie sind nothwendig, wie des Baumes Frucht,
Sie kann der Zufall gaukelnd nicht verwandeln.
Hab ich des Menschen Kern erst untersucht,
So weiss ich auch sein Wollen und sein Handeln.

Anderen zu ihrer sittlichen Befreiung zu verhelfen. Und weil die Kraft des Einzelnen nicht weit reicht, wo sie nicht durch vereinigtes Zusammenwirken mit Andern einen festeren Stützpunkt und grössere Macht gewinnt, so wird es zuletzt die höchste Aufgabe der menschlichen Gesellschaft, mit allen ihr zu Gebote stehenden Mitteln die Sittlichkeit ihrer Glieder zu fördern. Je hervorragender und einflussreicher die Stellung des Einzelnen in ihr ist, um so mehr vermag er dazu beizutragen; um so grösser ist daher seine Verpflichtung dies zu thun, und um so schwerer wiegt seine Verantwortlichkeit für das, was er zu thun verabsäumt.

Die Stellung des Menschen zu der Natur ist eine ganz andre als die aller übrigen beseelten Geschöpfe der Erde, zu denen er nach seiner leiblichen Organisation allerdings gehört. Kein Instinct ist ihm angeboren, der ihn zu Handlungen triebe, die dem Zwecke der Erhaltung seines Daseyns entsprächen; er besitzt keine Kunsttriebe, die ihn lehrten, sich in immer gleicher Weise eine seinen Bedürfnissen angemessene Wohnung zu erbauen und seinen Haushalt zu bestellen. Mühsam und nur mit Hilfe der Erwachsenen erlernt das Kind den Gebrauch seiner Glieder, und länger als bei allen Thieren ist seine Lehrzeit, um nur für die nöthigsten Verrichtungen des Lebens geschickt zu werden. Alles muss der Mensch erst erlernen und durch unzählige, anfangs misslingende Versuche und Uebungen sich erwerben. Er ist von Natur das unwissendste, ungeschickteste und ohnmächtigste aller Geschöpfe. Aber er wird durch die Entfaltung seiner Geistesgaben zum intelligentesten und mächtigsten, zum Beherrscher der Erde und alles dessen was sie trägt, und ihm allein ist es vergönnt, weit über seinen Wohnplatz hinaus, wenn auch nicht wirkend, doch erkennend in die Tiefen des Weltbaus einzudringen, sich dabei allerdings seiner eignen Kleinheit bewusst zu werden, aber auch seiner geistigen Kraft, der er ja allein dieses Wissen um die bescheidene Stellung verdankt, die er im Weltganzen einnimmt. Beides aber, dieses Wissen und diese Macht des gegenwärtigen Menschen, ist das Werk, an dem seit Jahrtausenden die edelsten Zweige des Menschengeschlechts ge-

baut haben, und überdies erfreut sich doch eigentlich nur ein kleiner Bruchtheil der Lebenden des Besitzes dieses ererbten Reichthums, und noch weit Wenigeren ist es gegeben, denselben durch neue Entdeckungen und Erfindungen zu mehren. Das menschliche Wissen und Können wächst nicht in allen Individuen, wie Blüthe und Frucht der Pflanze aus dem Samen, in gleichmässiger Weise heraus; die menschlichen Individuen gelangen nicht, wie die Thiere einer und derselben Gattung und Art, zu den gleichen Fertigkeiten; vielmehr bewirken in den einzelnen Menschen die eigenthümlichen Anlagen, die Stellung in der Gesellschaft und die Lebensgeschicke die allergrössten Verschiedenheiten in der Ausbildung ihrer leiblichen und geistigen Kräfte. Der Mensch ist, was sich von keinem Thiere sagen lässt, durch und durch ein geschichtlich gebildetes und sich fortbildendes Wesen. Wenn jedoch den Thieren, selbst solchen, deren Lebensweise überwiegend durch ihre Kunsttriebe geregelt ist, ein gewisser Grad von Intelligenz nicht abgesprochen werden kann, vermöge welcher sie unter ungewöhnlichen, ihre Thätigkeit behindernden Umständen zweckmässige Mittel zur Abhilfe zu finden und zu benutzen wissen, daher der Mensch nur sein von der Symbolik der Sprache getragenes Denken in allgemeinen Begriffen mit seinen weitreichenden Schlussfolgerungen, sowie die ungleich freiere Beweglichkeit seiner Vorstellungen und die Klarheit seines Selbstbewusstseyns, als eigenthümliche Vorzüge betrachten kann; wenn auch das Wollen ihm nicht ausschliesslich zukommt, vielmehr die Abrichtung mancher Thiergattungen zeigt, dass diese, wenn auch nur durch Furcht vor Züchtigung und durch Gewöhnung, sogar zu einer gewissen Selbstbeherrschung herangezogen werden können, — so ist dagegen das moralische Bewusstseyn, die Beurtheilung des Werthes seines Wollens, und die Fähigkeit, sich nach derselben im Wollen und Handeln richten zu lernen, eine geistige Eigenthümlichkeit des Menschen, die ihm ohne Selbstüberschätzung gestattet, sich als ein nicht blos dem Grade, sondern der Art seiner geistigen Begabung nach von dem Thiere verschiedenes Wesen zu betrachten. Was der Mensch in intellectueller und moralischer Beziehung ist, wird und vermag, ist kein Werk der Natur, sondern entwickelt sich vielmehr im steten

Ringen seines Geistes mit der Natur, sowohl mit der ihn umgebenden als seiner eignen leiblichen. Allerdings zwar ist auch seine Geistesthätigkeit an unveränderliche Gesetze gebunden, und insofern kann man auch von einer Natur seines Geistes sprechen; aber was er nach diesen Gesetzen zu ersinnen, zu erdenken, zu schaffen vermag ist in keine angeblichen Grenzen eingeschlossen. Als Culturwesen befreit er sich nicht nur immer mehr von den Fesseln, in denen ihn, als sein Geschlecht noch im Kindesalter stand, die Natur gefangen hielt, sondern er gewinnt sogar umgekehrt die Herrschaft über die Naturgewalten, und als moralisches Wesen vermag er seiner eignen sinnlichen und dämonischen Natur Herr zu werden, wenn er sein Wollen und Thun der sichern Leitung der hell leuchtenden sittlichen Ideen überlässt. Diese aber, sofern sie ihm als Einzelwesen Musterbilder der Gesinnung und Handlungsweise vorhalten, und auch für die menschliche Gesellschaft zu Ordnungsnormen werden, sie stammen nicht von aussen her, noch entwickeln sie sich aus Betrachtungen über die Gesetzmässigkeit und den Haushalt der Natur. Denn diese zeigt uns zwar da, wo sie sich über die blosse Regelmässigkeit eines Mechanismus erhebt, eine bewunderungswürdige Zweckmässigkeit im Bau und in den Lebensthätigkeiten der beseelten und unbeseelten Organismen, aber auch einen unausgesetzten Kampf der Geschöpfe um ihr Daseyn, in welchem das schwächere dem stärkeren unterliegt und die Lust und das Leben des einen mit dem Schmerz und der Vernichtung des andern erkauft wird. Aus der Natur schöpfen wir nicht die Ideen von Recht und Gerechtigkeit, von Billigkeit und Güte; denn diese verhält sich auch gegen die sittlichen Bestrebungen der Menschen völlig gleichgiltig, sie nimmt bei der Vertheilung ihrer Güter auf Glückswürdigkeit keine Rücksicht und fügt ihre Uebel Guten wie Bösen zu. Nur aus unserm geistigen Innern quellen uns jene Ideen. Zwar sind sie nicht angeborne Vorstellungen, die sich uns in anschaulicher Klarheit oder begrifflicher Deutlichkeit sofort gegenüberstellten; sie äussern sich vielmehr ursprünglich nur als sittliche Gefühle („der Mensch in seinem dunklen Drange ist sich des rechten Weges wohl bewusst"), aber wir vermögen diese Gefühle in das Licht eines helleren Bewusstseyns zu heben und die in bestimmte

Begriffe fassbaren Verhältnisse zu erkennen, an denen sie unabänderlich haften. Sie sind aber ebensowenig wie die Gesetze unsers Denkens etwas Selbstgemachtes, sondern etwas Vorgefundenes, Gegebenes und Unabweisliches. Die Psychologie mag es immerhin versuchen, den Bedingungen der zeitlichen Entstehung des moralischen Bewusstseyns in der Menschenseele weiter nachzuforschen; aber die Giltigkeit der sittlichen Ideen wird dadurch weder tiefer begründet, noch in Zweifel gestellt werden. Denn auch ein mathematisches Axiom, das für uns unmittelbare Gewissheit hat, würde dadurch, dass wir die subjectiven Bedingungen seiner Entstehung psychologisch genau nachzuweisen vermöchten, nicht zu einem demonstrirten Lehrsatz werden, und ebensowenig, wenn der Versuch einer solchen Nachweisung misslänge, an Giltigkeit verlieren. Wie die Formen unsers logischen und mathematischen Denkens uns einerseits ewige Wahrheiten offenbaren, andrerseits aber auch Erkenntnissprincipien sind, durch deren Entwickelung und Anwendung wir die in der Natur vorhandene gesetzliche Ordnung entdecken, so führen uns die ethischen Ideen, deren Gehalt an und für sich das unvergänglich Werthvolle ist, auf den Gedanken einer noch andern und höheren Ordnung der Dinge, einer auf die Verwirklichung des Guten abzielenden moralischen Weltordnung. Wir müssen zwar darauf verzichten, sie in der Natur zu finden, wir suchen sie aber in der Geschichte der Menschheit. Doch auch diese stellt sich der unbefangenen Betrachtung nur als eine höchst mangelhafte und unvollkommene Realisirung unsers Ideals dar; sie zeigt uns nicht einmal das Bild eines ununterbrochenen rückfallslosen stetigen Fortschreitens zum Besseren, sondern bietet uns nur die eine tröstliche Thatsache, dass das Gute nie ganz untergegangen ist, sondern sich immer wieder, oft aus tiefster Unterdrückung, neu erhoben und geltend zu machen gewusst hat. Der religiöse Glaube, der in der Persönlichkeit Gottes mit der Fülle höchster Weisheit und Macht die vollkommenste Heiligkeit, Güte und Gerechtigkeit vereinigt, nennt jenes Ideal das Reich Gottes. Aber auch die Religion behauptet nicht, dass das Reich Gottes auf Erden schon vorhanden sey, sondern heisst uns beten, dass es komme, und das Unsrige thun es herbeizuführen, und verheisst uns

dabei nur die Hilfe von Oben. Aus dem religiösen Standpunkt betrachtet, vollstrecken wir den Willen Gottes, wenn wir stets nur das Gute und Beste wollen und thun; aber der göttliche Wille nöthigt uns nicht dazu und kann uns nicht nöthigen wollen, weil dann vom guten Wollen und Thun nur der äussere Schein übrig bleiben würde. Darum hat die göttliche Weisheit dem Menschen die Fähigkeit verliehen, zu einer selbständigen sittlichen Einsicht und einem durch sie bestimmten Willen zu gelangen, aber auch diesen edelsten Eigenschaften seines Geistes eine sinnliche, der leidenschaftlichen Ausartung fähige und der höchsten Selbstsucht zugängliche Natur beigesellt, mit welcher im Kampfe sich seine sittliche Anlage entfalten, seine sittliche Kraft sich messen, erstarken und zum befreienden Sieg gelangen soll.

Beilage.

Die nachfolgenden Tafeln I und II sind aus den Tabellen berechnet, welche Quetelet seiner Abhandlung *sur la statistique morale et les principes qui doivent en former la base* beigegeben hat, und beziehen sich auf die mittlere Bevölkerung Frankreichs in den Jahren 1826 bis 1844, die nach Quetelet (a. a. O. p. 21) zu 34 Millionen angenommen ist, und sich wie folgt auf 14 Altersclassen vertheilt.

Unter 16 Jahr		11.234500
16—21	„	3.017450
21—25	„	2.288440
25—30	„	2.688560
30—35	„	2.489080
35—40	„	2.285760
40—45	„	2.079410
45—50	„	1.866210
50—55	„	1.639560
55—60	„	1.393030
60—65	„	1.124190
65—70	„	839280
70—80	„	865930
80 u. m.	„	188600

Beide Tafeln enthalten in der Columne 2 die Zahlen der Angeklagten resp. Verurtheilten, welche durchschnittlich auf ein mittleres Jahr jenes Zeitraums und auf eine Million der männlichen und weiblichen Bevölkerung zusammengenommen von dem in Columne 1 angezeigten Lebensalter kommen. Die Columne 3 giebt die Grade an, nach welchen die männliche Bevölkerung an der Gesammtzahl der Angeklagten (Verurtheilten) betheiligt ist. Die Producte aus diesen Graden in die nebenstehenden Zahlen der Columne 2 geben daher die in Columne 4 enthaltenen Zahlen der angeklagten (verurtheilten) Männer, aus welchen durch Subtraction von den entsprechenden Zahlen der Columne 2 die in der 5ten enthaltenen Zahlen der angeklagten (verurtheilten) Weiber folgen. Die Columnen 6, 7 und 8 reduciren die Zahlen der Columnen 2, 4 und 5 auf Procente ihrer Summen* Die 9te und 10te Columne end-

* Man darf nicht Anstoss daran nehmen, dass die Summen dieser Columnen nicht immer genau 100 geben. Ohne willkürliche Abänderung einzelner Sum-

lich giebt an, nach welchem Verhältniss in jeder Altersclasse die Männer und Weiber an 100 Anklagen (Verurtheilungen) betheiligt sind. So weit sich die Zahlen dieser Tabellen mit den von Quetelet (p. 23 und 30) gegebenen vergleichen lassen, weichen sie zum Theil von diesen etwas ab. Doch glauben wir sie vertreten zu können.

I. Tafel der Angeklagten von 1826 bis 1844.

1. Alter.	2. M. u. W.	3. Antheile d. M.	4. Männer.	5. Weiber.	6. M. u. W.	7. Männer.	8. Weiber.	9. Männer.	10. Weiber.
Unter 16 J.	9	0,836	7,5	1,5	0,3	0,3	0,3	0,2	0,05
16—21 „	400	0,854	342	58	12,1	12,6	9,9	10,4	1,8
21—25 „	522	0,812	424	98	15,9	15,7	16,7	12,9	3,0
25—30 „	482	0,820	395	87	14,6	14,6	14,9	12,0	2,6
30—35 „	435	0,830	361	74	13,2	13,3	12,6	11,0	2,2
35—40 „	357	0,817	292	65	10,8	10,8	11,1	8,9	2,0
40—45 „	292	0,810	237	55	8,9	8,8	9,4	7,2	1,7
45—50 „	229	0,803	184	45	7,0	6,8	7,7	5,6	1,4
50—55 „	169	0,812	137	32	5,1	5,1	5,5	4,2	1,0
55—60 „	129	0,817	105	24	3,9	3,9	4,1	3,2	0,7
60—65 „	111	0,817	91	20	3,4	3,3	3,4	2,8	0,6
65—70 „	81	0,821	67	14	2,5	2,5	2,4	2,0	0,4
70—80 „	54	0,839	45	9	1,6	1,7	1,5	1,4	0,3
80 u. m. „	22	0,846	19	3	0,7	0,7	0,5	0,6	0,1
Summen:	3292		2706,5	585,5	100	100	100	82,4	17,85
			3292					100	

manden ist dies nicht überall möglich, wenn nur eine Decimale berechnet wird. Eine Ausgleichung, durch welche sogar die Summe 100,0 genau erhalten wird, scheint zwar bräuchlich zu seyn; aber warum soll man um einer nur scheinbaren Genauigkeit willen das Richtigere dem weniger Richtigen opfern? Wir haben jedoch überall die Summe 100 angesetzt, weil diese wirklich zur Vertheilung kommt, nur aber nicht immer völlig genau aus den Summanden, in welche sie zerlegt wird, wiederhergestellt werden kann.

II. Tafel der Verurtheilten von 1826 bis 1844.

1. Alter.	2. M. u. W.	3. Antheile d. M.	4. Männer.	5. Weiber.	6. M. u. W.	7. Männer.	8. Weiber.	9. Männer.	10. Weiber.
Unter 16 J.	4,4	0,858	3,8	0,6	0,2	0,2	0,2	0,2	0,03
16—21 „	273	0,869	237	36	13,4	14,0	10,6	11,7	1,8
21—25 „	333	0,823	274	59	16,4	16,2	17,4	13,5	2,9
25—30 „	302	0,829	250	52	14,9	14,8	15,3	12,3	2,6
30—35 „	270	0,841	227	43	13,3	13,4	12,7	11,2	2,1
35—40 „	220	0,825	182	38	10,8	10,8	11,2	9,0	1,9
40—45 „	178	0,820	146	32	8,8	8,6	9,5	7,2	1,6
45—50 „	138	0,806	111	27	6,8	6,6	8,0	5,5	1,3
50—55 „	97	0,821	80	17	4,8	4,7	5,0	3,9	0,8
55—60 „	74	0,822	61	13	3,6	3,6	3,8	3,0	0,6
60—65 „	61	0,827	50	11	3,0	3,0	3,2	2,5	0,5
65—70 „	44	0,854	38	6	2,2	2,2	1,8	1,9	0,3
70—80 „	27	0,858	23	4	1,3	1,4	1,2	1,1	0,2
80 u. m. „	8,7	0,968	8,4	0,3	0,4	0,5	0,1	0,4	0,015
Summen:	2030,1		1691,2	338,9	100	100	100	83,4	16,6
			2030,1					100	

Die folgende Tafel III, welche die Verurtheilten in Procenten der Angeklagten ausdrückt, ist nicht aus den verkleinerten Zahlen der vorstehenden beiden Tafeln (was weniger Genauigkeit gewähren würde), sondern aus Quetelet's Generaltabelle (p. 60) abgeleitet. Nur die 2te Columne findet sich in Quetelet's Abhandlung (p. 23) unter der Ueberschrift *repressions*. Man sieht aus dieser Tafel, dass die Zahlen der Verurtheilten denen der Angeklagten nicht streng proportional sind, sondern dass von den Angeklagten überhaupt unter 16 Jahren nicht ganz die Hälfte, dann aber über zwei Drittel verurtheilt werden, diese Quote mit dem zunehmenden Alter der Angeklagten aber wieder auf die Hälfte und unter diese herabsinkt. Dasselbe gilt von den männlichen Angeklagten insbesondere, weniger genau von den weiblichen. Ohne Unterscheidung der Lebensalter aber findet sich, dass unter 1000 Angeklagten verurtheilt wurden

von der Bevölkerung überhaupt 625,
von den Männern insbesondere 633,
„ „ Weibern „ 585.

III. Verurtheilte in Procenten der Angeklagten.

Alter.	M. u. W.	Männer.	Weiber.
Unter 16 J.	49	50	42
16—21 „	68	69	61
21—25 „	64	65	60
25—30 „	63	63	59
30—35 „	63	63	58
35—40 „	62	62	59
40—45 „	61	62	58
45—50 „	60	61	60
50—55 „	58	58	55
55—60 „	57	58	56
60—65 „	55	56	52
65—70 „	54	56	44
70—80 „	49	50	43
80 u. m. „	40	45	8

Aus Tafel I und II erhält man die Wahrscheinlichkeit der Anklage und der Verurtheilung einer Person ohne Unterscheidung des Geschlechts für jede der angegebenen Altersclassen, wenn man die in der zweiten Columne enthaltenen Zahlen durch eine Million dividirt. Es ist also z. B. für die Altersclasse von 16—21 J. die Wahrscheinlichkeit der Anklage gleich 0,000400; die der Verurtheilung gleich 0,000273; ebenso für die Altersclasse von 21 bis 25 J. die erstere Wahrscheinlichkeit gleich 0,000522, die andre gleich 0,000333; für die Altersclasse von 70—80 J. die Wahrscheinlichkeit der Anklage 0,000054, die der Verurtheilung 0,000027. Was hier Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung genannt wird, ist aber nicht etwa die für einen Angeklagten geltende Wahrscheinlichkeit, verurtheilt zu werden, sondern die für eine Person aus einer Million der Bevölkerung, verurtheilt, d. i. eines Verbrechens überwiesen zu werden. Jene für einen Angeklagten geltende Wahrscheinlichkeit verurtheilt zu werden würde

für die Altersclasse von 16—21 J. gleich $\frac{273}{400} = 0{,}68$,

für die Altersclasse von 21—25 J. gleich $\frac{333}{522} = 0{,}64$,

für die Altersclasse von 70—80 J. gleich $\frac{27}{54} = 0{,}50$

seyn, noch etwas genauer durch die Zahlen der 2ten Columne von Tafel III, wenn man sie durch 100 dividirt, ausgedrückt werden.

Um für jedes der beiden gesonderten Geschlechter die Wahrscheinlich-

keit der Anklage und der Verurtheilung zu finden, hat man die Zahlen der Columnen 3 und 4 von Taf. I und II zu verdoppeln und dann durch eine Million zu dividiren. Hiernach ist also für einen Mann der Altersclasse 16—21 die Wahrscheinlichkeit der Anklage 0,000684, die der Verurtheilung 0,000474, für ein Weib derselben Altersclasse die erstere Wahrscheinlichkeit 0,000116, die andre 0,000072; ebenso in der Altersclasse 21—25 für einen Mann die Wahrscheinlichkeit der Anklage 0,000848, die der Verurtheilung 0,000548, dagegen für ein Weib die erstere Wahrscheinlichkeit 0,000196, die andre 0,000118; endlich in der Altersclasse 70 - 80 für einen Mann die Wahrscheinlichkeit der Anklage und der Verurtheilung resp. 0,000090 und 0,000046, dagegen für ein Weib resp. 0,000018 und 0,000008. Es liegt dieser Bestimmung die Voraussetzung zu Grunde, dass in jeder Altersclasse die Personen männlichen und weiblichen Geschlechts in gleicher Zahl vorhanden seyen. Diese Annahme ist zwar nicht streng richtig; es lässt sich aber zeigen, dass die Ungleichheit in der Zahl beider Geschlechter von keinem erheblichen Einfluss ist. Nach Wappäus* ergiebt sich nämlich, dass in Frankreich nach der Volkszählung von 1851 auf 100 Personen männlichen Geschlechts an weiblichen Personen kamen

von	0—15	Jahr	96,78
„	15—20	„	97,51
„	20—25	„	104,73
„	25—30	„	99,85
„	30—40	„	99,28
„	40—50	„	99,10
„	50—60	„	104,06
„	60—70	„	117,58
„	70—80	„	113,53
„	80 u. m.	„	133,95.

Hieraus folgt, dass, um die Wahrscheinlichkeitsgrade der Anklage und der Verurtheilung der gesonderten Geschlechter genauer zu erhalten, die Zahlen, welche für diese Altersclassen die Angeklagten und Verurtheilten angeben, statt mit 2, zu multipliciren sind**

* Bevölkerungsstatistik, II, S. 212 f.

** Diese Zahlen ergeben sich nämlich so. Wenn für irgend eine Altersclasse das Verhältniss des männlichen Geschlechts zu dem weiblichen $100:100-n$ ist, wo n entweder positiv oder negativ, so kommen von einer Million der Bevölkerung dieser Altersclasse auf das männliche Geschlecht

$$\frac{100 \cdot 10^6}{200-n}, \text{ d. i. } \frac{10^6}{2-\frac{n}{100}},$$

auf das weibliche

$$\frac{(100-n)\,10^6}{200-n}, \text{ d. i. } \frac{10^6}{2+\frac{n}{100-n}}.$$

		für die Männer,	für die Weiber
von	0 bis 15 J.	mit 2 — 0,0322,	mit 2 + 0,0333
„	15 — 20 „	„ 2 — 0,0249,	„ 2 + 0,0255
„	20 — 25 „	„ 2 + 0,0473,	„ 2 — 0,0452
„	25 — 30 „	„ 2 — 0,0015,	„ 2 + 0,0015
„	30 — 40 „	„ 2 — 0,0072,	„ 2 + 0,0073
„	40 — 50 „	„ 2 — 0,0090,	„ 2 + 0,0091
„	50 — 60 „	„ 2 + 0,0406,	„ 2 — 0,0390
„	60 — 70 „	„ 2 + 0,1758,	„ 2 — 0,1495
„	70 — 80 „	„ 2 + 0,1353,	„ 2 — 0,1192
„	80 u. m. „	„ 2 + 0.3395,	„ 2 — 0,2535

Von 30 bis zu 70 Jahren fehlen uns die Data, um diese Multiplicatoren von 5 zu 5 Jahren angeben zu können. Auch fallen die ersten 3 Altersclassen nicht genau mit denen der Tafeln I und II zusammen. Doch können in ihnen die Verhältnisszahlen der Geschlechter von denen der entsprechenden Altersclassen jener Tafeln nicht bedeutend abweichen. Ueberhaupt aber zeigt sich, dass die Ungleichheit der Geschlechter in den 3 höchsten Altersclassen am grössten ist. Hiernach wird also z. B. in der Altersclasse 16—21 die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung genauer seyn:

für die Männer 0,000462 statt 0,000474,
für die Weiber 0,000074 statt 0,000072;

in der Altersclasse 21—25

für die Männer 0,000574 statt 0,000548,
für die Weiber 0,000113 statt 0,000118;

in der Altersclasse 70 — 80

für die Männer 0,000052 statt 0,000046,
für die Weiber 0,000007 statt 0,000008.

Diese Corectionen sind also nicht bedeutend.

Die vorstehenden Tafeln beziehen sich, wie bemerkt wurde, auf das mittlere Jahr des 19jährigen Zeitraums. Theilt man denselben mit Quetelet in drei 5jährige Abschnitte und einen 4jährigen, so lassen sich die Abweichungen vom Mittel, die innerhalb dieser vier Zeitabschnitte statt fanden, erkennen. Aus Quetelet's Tabellen über die angeklagten und freigesprochenen Männer und

---

Da nun die Zahlen der Angeklagten (Verurtheilten) mit diesen Werthen dividirt die Wahrscheinlichkeitsgrade der Anklage (Verurtheilung) der Männer resp. Weiber geben, so sind jene Zahlen für die Männer mit

$$2 - \frac{n}{100},$$

für die Weiber mit

$$2 + \frac{n}{100 - n}$$

zu multipliciren und dann durch 1 Million zu dividiren.

Weiber (p. 56 — 59) erhält man nämlich folgende Zahlen der Verurtheilten*:

	1826—30	1831—35	1836—40	1841—44	1826—44
Männer	17842	18172	21199	16445	73858
Weiber	3898	3376	4241	3057	14572
Summen	21740	21548	25440	19502	88230
und hieraus für ein mittleres Jahr dieser Zeitabschnitte und des ganzen Zeitraums					
Männer	3568	3634	4240	4111	3877
Weiber	780	675	848	764	767
Summen	4348	4309	5088	4875	4644

Hieraus folgt nun zunächst, wenn man die Bevölkerung im ganzen 19jährigen Zeitraum, wie zuvor, zu 34 Millionen und nach dem Verhältniss 100 : 101,12 auf das männliche und weibliche Geschlecht vertheilt annimmt**, die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung in einem mittleren Jahr des ganzen Zeitraums für Männer und Weiber zusammengenommen

0,0001366,

für die Männer insbesondre 0,0002293,

für die Weiber „ 0,0000449.

Um diese Wahrscheinlichkeiten auch für die vier successiven Zeitabschnitte zu finden, muss die Bevölkerungszahl innerhalb jedes derselben bekannt seyn. Dass diese Wahrscheinlichkeiten sich nicht gleich geblieben seyn können, ergiebt sich jedoch schon daraus, dass, wenn man die Bevölkerungszahl im ersten der vier Abschnitte gleich 100 setzt, sie dann im zweiten auf

$$\frac{4309}{4348} = 99{,}1 \text{ gesunken,}$$

im dritten wieder auf

$$\frac{5088}{4348} = 117{,}0 \text{ gestiegen,}$$

im vierten endlich auf

$$\frac{4875}{4348} = 112{,}1 \text{ zurückgesunken}$$

---

* Die Zahlen der Angeklagten waren in diesen 4 Zeiträumen der Reihe nach
Männer: 28878, 31273, 32340, 23821,
Weiber: 6770, 6060, 7084, 5015,
Zusammen: 35648, 37333, 39424, 28836.

Die Vergleichung dieser Zahlen mit denen der Verurtheilten ergiebt, dass unter 100 Angeklagten in diesen Zeiträumen verurtheilt wurden
bei den Männern 62, 58, 66, 69,
bei den Weibern 58, 56, 60, 61,
bei der Gesammtbevölkerung 61, 58, 65, 68.

Es nahm also die Quote der Verurtheilten von den Angeklagten zwar im zweiten Zeitraum ab, im dritten und vierten aber viel stärker wieder zu.

** Wappäus a. a. O.

seyn müsste. Nach den Volkszählungen betrug aber die Bevölkerung Frankreichs*

im Jahre	1826	31.858937
„ „	1831	32.569223
„ „	1836	33.540910
„ „	1841	34.230178
„ „	1846	35.400486.

Hiernach wird man die mittlere Bevölkerung

von	1826—30	zu 32,2	Millionen,
„	1831—35	„ 33,1	„
„	1836—40	„ 33,9	„
„	1841—44	„ 34,7	„

annehmen dürfen. Diese Zahlen verhalten sich aber wie

100 : 102,8 : 105,3 : 107,8

und zeigen entschieden, dass die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung für die Gesammtbevölkerung in diesen vier Zeiträumen sich nicht gleichgeblieben seyn kann. Berechnet man sie nun nach den angenommenen Bevölkerungszahlen, so erhält man für die männliche und weibliche Bevölkerung zusammengenommen die Wahrscheinlichkeiten der Verurtheilung

0,0001350; 0,0001299; 0,0001501; 0,0001405;

und wenn man die Verhältnisszahl der Männer zu den Weibern 100: 101,12 annimmt, für die Männer insbesondere

0,0002229; 0,0002208; 0,0002515; 0,0002383;

für die Weiber

0,0000482; 0,0000406; 0,0000498; 0,0000438.

Hieraus erhellt, dass in den beiden letzten Zeiträumen sowohl für die Bevölkerung überhaupt als für das männliche Geschlecht insbesondere die Gesetzwidrigkeit erheblich grösser war als in den beiden ersten. Nach den vorstehenden Angaben scheint aber auch die mittlere Bevölkerung innerhalb des ganzen 19jährigen Zeitraums, abweichend von Quetelet's Annahme, nicht höher als zu 33,5 Millionen veranschlagt werden zu können. Hierdurch vergrössern sich für diesen ganzen Zeitraum die mittleren Wahrscheinlichkeiten der Verurtheilung etwas. Sie werden nämlich

für die Gesammtbevölkerung	0,0001386,
für die Männer insbesondre	0,0002328,
für die Weiber „	0,0000455.

Es war also sowohl für die männliche als für die gesammte Bevölkerung die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung in den beiden ersten Zeitabschnitten unter, in den beiden letzten über dem Mittel, bei den Weibern dagegen im ersten und dritten Zeitabschnitt über, im zweiten und vierten unter dem Mittel. Setzt man diese Wahrscheinlichkeit für den ganzen 19jährigen Zeitraum

* Wappäus, I, S. 128.

gleich 100, so ist dieselbe in den vier Abschnitten für die gesammte Bevölkerung

97,4, 93,7, 108,3 101,4;

für die Männer insbesondre

95,7, 94,8, 108,0, 102,4;

für die Weiber „

105,9, 89,2, 109,5 96,3.

Quetelet hat (p. 21) für diese vier Zeitabschnitte eine *échelle de criminalité* gegeben, die sich auf die Zahl der Angeklagten gründet und die Bevölkerung Frankreichs während des ganzen Zeitraums als constant betrachtet, nämlich im Mittel wieder zu 34 Millionen annimmt. Wir wollen dieser Scala eine Scala der Gesetzwidrigkeit gegenüberstellen, der die Zahl der Verurtheilten zu Grunde liegt, und die zugleich dem allmählichen Zuwachs der Bevölkerung Rechnung trägt.

Aus Quetelet's Tabellen erhält man nämlich zuvörderst aus den Zahlen der Angeklagten und der Freigesprochenen für die vier Zeitabschnitte folgende Zahlen der Verurtheilten beider Geschlechter zusammengenommen.

Alter.	1826—30	1831—35	1836—40	1841—44
Unter 16 J.	324	231	237	150
16—21 „	3957	3709	4447	3518
21—25 „	3534	3427	4375	3140
25—30 „	3971	3830	4331	3296
30—35 „	3114	3312	3610	2722
35—40 „	2080	2426	2970	2093
40—45 „	1631	1543	2123	1738
45—50 „	1256	1188	1254	1197
50—55 „	760	803	839	623
55—60 „	452	477	584	441
60—65 „	311	312	358	316
65—70 „	172	188	187	153
70—80 „	115	97	114	110
80 u. m. „	10	5	11	5
Summen:	21687*	21548	25440	19502

Hieraus ergeben sich durch Division mit 5 resp. 4 die Zahlen der Verurtheilten für ein mittleres Jahr jedes der vier Zeitabschnitte. Wir nehmen ferner, wie zuvor, in diesen Zeitabschnitten die Gesammtbevölkerung zu 32,2, 33,1, 33,9 und 34,7 Millionen an und setzen voraus, dass in den 14 Altersclassen das Verhältniss der jeder derselben zukommenden Bevölkerung zu der Gesammtbevölkerung sich während des ganzen Zeitraums nicht geän-

* Diese Zahl weicht deshalb von der oben (S. 118) angegebenen 21740 ab, weil in diesem Zeitraum das Alter von 53 Personen unbekannt blieb, diese also hier ausfallen mussten.



dert habe, also dasselbe geblieben sey, wie in der oben (S. 112) nach Quetelet angegebenen Vertheilung der 34 Millionen auf die 14 Altersclassen. Unter dieser Voraussetzung vertheilen sich nun in den vier Zeiträumen die Bevölkerungszahlen wie folgt.

Alter.	1826—30	1831—35	1836—40	1841—44
Unter 16 J.	10.639730	10.937120	11.201460	11.465800
16—21 „	2.857700	2.937580	3.008580	3.079570
21—25 „	2.167290	2.227860	2.281710	2.335550
25—30 „	2.546220	2.617390	2.680650	2.743910
30—35 „	2.357310	2.423190	2.481760	2.540330
35—40 „	2.164750	2.225250	2.279040	2.332820
40—45 „	1.969320	2.024370	2.073290	2.122220
45—50 „	1.767410	1.816810	1.860720	1.904630
50—55 „	1.552760	1.596160	1.634740	1.673320
55—60 „	1.319280	1.356160	1.388930	1.421710
60—65 „	1.064670	1.094430	1.120880	1.147340
65—70 „	794850	817060	836810	856560
70—80 „	820090	843010	863380	883760
80 u. m. „	178620	183610	188050	192480
Summen:	32.200000	33.100000	33.900000	34.700000

Dividirt man nun durch diese Zahlen die 5- resp. 4jährigen Mittel aus den entsprechenden Zahlen der vorhergehenden Tabelle, so erhält man die Columnen 2 bis 5 der folgenden. Die 6te Columne ergiebt sich aus der 2ten Columne von Taf. II durch Multiplication mit $\frac{340}{335} = 1{,}015$, indem wir jetzt die mittlere Bevölkerung des 19jährigen Zeitraums zu 33,5 Millionen annehmen.

IV. Zahlen der Verurtheilten von einer Million.

des Alters	1826—30	1831—35	1836—40	1841—44	1826—44
unter 16 J.	5,1	4,2	4,2	3,3	4,5
16—21 „	277	253	295	285	277
21—25 „	326	308	384	336	338
25—30 „	312	293	323	300	307
30—35 „	264	273	299	268	274
35—40 „	192	218	261	224	223
40—45 „	166	152	205	205	181
45—50 „	142	131	135	157	140
50—55 „	98	101	103	93	97
55—60 „	69	70	84	78	75
60—65 „	58	57	64	69	62
65—70 „	43	46	45	45	45
70—80 „	28	23	26	31	27
80 u. m „	11,2	5,4	11,7	6,5	8,8
Summen:	1991	1935	2240	2101	2059

Diese Zahlen geben nun, durch 1 Million dividirt, unmittelbar für jede Altersclasse in jedem der vier Zeitabschnitte die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung. Reducirt man sie auf Procente ihrer Summen, so erhält man die folgende Tafel.

V. Scala der Gesetzwidrigkeit nach den Lebensaltern.

Alter.	1826—30	1831—35	1836—40	1841—44	1826—44
Unter 16 J.	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
16—21 „	13,9	13,1	13,2	13,6	13,5
21—25 „	16,4	15,9	17,1	16,0	16,4
25—30 „	15,7	15,1	14,4	14,3	14,9
30—35 „	13,3	14,1	13,3	12,8	13,3
35—40 „	9,6	11,3	11,6	10,7	10,8
40—45 „	8,3	7,9	9,2	9,8	8,8
45—50 „	7,1	6,8	6,0	7,5	6,8
50—55 „	4,9	5,3	4,6	4,4	4,7
55—60 „	3,5	3,6	3,7	3,7	3,6
60—65 „	2,9	2,9	2,9	3,3	3,0
65—70 „	2,2	2,4	2,0	2,1	2,2
70—80 „	1,4	1,2	1,2	1,5	1,3
80 u. m. „	0,6	0,3	0,5	0,3	0,4
Summen:	100	100	100	100	100

Von Quetelet's *échelle de criminalité* weicht diese Scala hauptsächlich darin ab, dass die Altersclassen, in welchen die Gesetzwidrigkeit am grössten ist (16—30 J.), hier sich als stärker betheiligt darstellen.

Noch giebt uns Taf. IV in Verbindung mit Taf. II zu folgender Bemerkung Veranlassung.

Es wurde gefunden, dass für den ganzen 19jährigen Zeitraum auf 1 Million der Gesammtbevölkerung 137 Verurtheilte kommen (S. 118), dagegen in den 4 Zeitabschnitten der Reihe nach (S. 119)

135, 130, 150, 141.

In der Columne 2 von Taf. II und in Taf. IV stehen diesen 5 Zahlen am nächsten

138, 142, 131, 135, 157,

welche sämmtlich die Zahlen der Verurtheilten der Altersclasse 45—50 sind, die sowohl in dem ganzen Zeitraum als seinen 4 Abschnitten auf 1 Million dieser Altersclasse kommen. Der Grad der Gesetzwidrigkeit der Altersclasse von 45—50 Jahren repräsentirt also am nächsten den Grad der Gesetzwidrigkeit der Gesammtbevölkerung. Wir finden daher den von Engel aus der Statistik der Strafanstalten im Königr. Sachsen gezogenen Satz „dass der Hang zum Verbrechen unter der Altersclasse von 16—21 Jahren ganz überraschend ähnlich sey dem der gesammten Bevölkerung überhaupt“ (Wappäus II, S. 475), durch die Statistik Frankreichs **nicht** bestätigt, die vielmehr für die Altersclasse von 45 bis 50 Jahren diese Aehnlichkeit nachweist.

Wappäus hat (II, S. 468) aus dem *Compte général de l'administration de la justice criminelle en France* eine Tabelle mitgetheilt, welche für die Jahre 1848 bis 1857 die Zahlen der angeklagten Männer und Weiber nach ihren Altersstufen enthält, und hieraus (S. 431) die Wahrscheinlichkeitsgrade der Anklage für jede Altersclasse der Gesammtbevölkerung berechnet. Wir würden eine tabellarische Zusammenstellung der Wahrscheinlichkeitsgrade der Verurtheilung hinzufügen, wenn wir die dazu erforderlichen Data uns hätten verschaffen können. In Ermangelung solcher auf das Lebensalter und die beiden getrennten Geschlechter sich beziehenden Unterlagen mögen wenigstens noch einige die Gesammtbevölkerung Frankreichs innerhalb des angegebenen Zeitraums betreffende Bestimmungen folgen, wozu wir die Data aus den Jahrgängen 1851 bis 1861 des *Annuaire de l'économie politique et de la statistique* entnehmen. Hiernach wurden

von 1848 bis 1852

angeklagt 35704, verurtheilt 22624 Personen.

Auf 1000 Angeklagte kamen also im Mittel 633 Verurtheilte.

Die Bevölkerung Frankreichs kann in diesem Zeitabschnitt im Mittel zu 35,5 Millionen angenommen werden. Hieraus folgt

die Wahrscheinlichkeit der Anklage 0,0002011,
„ „ „ Verurtheilung 0,0001275.

Ferner wurden

von 1853 bis 1857

angeklagt 33250, verurtheilt 24759 Personen.

Auf 1000 Angeklagte kamen also im Mittel 744 Verurtheilte.

Die Bevölkerung Frankreichs innerhalb dieses Quinquenniums zu 36 Millionen angenommen, folgt

die Wahrscheinlichkeit der Anklage 0,0001900,
„ „ „ Verurtheilung 0,0001375.

Trotz der geringeren Wahrscheinlichkeit der Anklage hatte also in diesem Quinquennium die Wahrscheinlichkeit der Verurtheilung und damit der Grad der Gesetzwidrigkeit zugenommen. Vergleichen wir diese Grade der Gesetzwidrigkeit mit den oben (S. 119) für die 4 Zeitabschnitte berechneten und setzen den für die Jahre 1826—30 erhaltenen Grad (0,0001350) gleich 100, so lässt sich die Ab- und Zunahme der Gesetzwidrigkeit durch folgende Verhältnisszahlen ausdrücken:

1826—1830	100
1831—1835	96
1836—1840	111
1841—1844	104
1848—1852	94
1853—1857	102.

Die Auslegung dieser Zahlen lässt freilich einen weiten Spielraum zu. Von sehr wesentlichem Einfluss ist dabei die Ab- und Zunahme der Energie,

mit welcher die Angeklagten verurtheilt wurden (die *repression*). Sie drückt sich in den Procenten derjenigen aus, welche der Verurtheilung unterlagen, die nach dem im Vorstehenden und oben (S. 118 Anmerk.) Dargelegten, in den 6 Zeiträumen der Reihe nach waren

61, 58, 65, 68, 63 und 74.

Wäre diese Energie, die im Mittel durch 65 Procente der Angeklagten gemessen wird, sich gleich geblieben, so würde die Gesetzwidrigkeit in den 6 Zeitabschnitten sich darstellen durch die Zahlen

100, 102, 105,4, 94, 91, 86,

welche den Wahrscheinlichkeiten der Anklage

0,0002209, 0,0002256, 0,0002326, 0,0002078, 0,0002011, 0,0001900,

proportional sind. Auch hier zeigt sich wieder, welchen Irrthümern man ausgesetzt ist, wenn man die Grade der Gesetzwidrigkeit nach den Zahlen der Angeklagten bestimmen will.

Quetelet hat (a. a. O. p. 24) die Grade des „Hanges zum Verbrechen" gegen das Eigenthum und gegen Personen nach der Zahl der Angeklagten bestimmt, was auch hier nicht genaue Resultate giebt, da, wie aus Tafel III erhellt, die Procente der Angeklagten, welche verurtheilt wurden, nicht für alle Lebensalter dieselben sind. Es fehlen uns nun auch darüber die Data, ob in jeder Altersclasse die wegen Verbrechen gegen Eigenthum und die wegen Verbrechen gegen Personen Angeklagten nach gleichen Procenten verurtheilt wurden. Nehmen wir dies, in Ermangelung näherer Angaben, an, so können wir Quetelet's Tabelle in die folgende umbilden.

VI. Tafel der Verurtheilten wegen Verbrechen gegen

Alter der Verurtheilten	Eigenthum	Personen	Eigenthum	Personen	Verhältnissz.
Unter 16 J.	3,9	0,7	0,3	0,12	5,7 : 1
16—21 „	214,2	57,8	14,9	9,6	3,7 : 1
21—25 „	233,0	101,1	16,2	16,9	2,3 : 1
25—30 „	206,6	97,0	14,4	16,2	2,1 : 1
30—35 „	189,6	84,4	13,2	14,2	2,2 : 1
35—40 „	158,1	63,2	11,0	10,5	2,5 : 1
40—45 „	128,1	50,6	8,9	8,4	2,5 : 1
45—50 „	97,8	39,6	6,8	6,6	2,5 : 1
50—55 „	68,4	29,6	4,8	4,9	2,3 : 1
55—60 „	49,6	23,9	3,5	4,0	2,1 : 1
60—65 „	39,0	21,4	2,7	3,6	2,1 : 1
65—70 „	27,5	16,2	1,9	2,7	1,7 : 1
70—80 „	16,2	9,8	1,1	1,6	1,6 : 1
80 u. m. „	4,4	4,4	0,3	0,7	1,0 : 1
Summen:	1436,4	599,7	100	100	

Diese Tafel enthält in der 2ten und 3ten Columne die Zahlen der wegen Verbrechen gegen Eigenthum resp. Personen Verurtheilten von dem neben-

stehenden Alter, die auf 1 Million dieses Alters kommen, giebt in der 4ten und 5ten Columne an, mit wie viel Procenten jedes Lebensalter an jeder von beiden Arten des Verbrechens sich betheiligt, und enthält in der 6ten Columne die genauen Verhältnisszahlen dieser beiden Arten, wie bei Quetelet.

Quetelet's Tabelle giebt in den 14 Altersclassen folgende Procentsätze der

Verbrechen gegen Eigenthum	Verbrechen gegen Personen
0,3	0,1
13,7	8,7
15,7	16,0
14,1	15,8
13,0	13,8
11,0	10,5
9,1	8,5
7,0	6,8
5,1	5,2
3,8	4,3
3,1	4,0
2,2	3,1
1,4	2,1
0,5	1,1
100	100

also kleinere Zahlen als in der vorstehenden Tafel für die Altersclassen, in denen die Verleitbarkeit zum Verbrechen am stärksten, grössere Zahlen für die Altersclassen, wo sie am schwächsten ist, wie dies nach der Ungleichheit der Procente der Angeklagten, die verurtheilt wurden, nicht anders seyn kann.

Die nachfolgenden Tafeln VII und VIII, betreffend die Selbstmörder in Frankreich von 1835—1844 und von 1848—1857, haben dieselbe Einrichtung wie die Tafeln I und II. Die Columnen 2, 4 und 5 geben daher die Zahlen der Selbstmörder an, die, ohne oder mit Unterscheidung der Geschlechter, auf eine Million des nebenstehenden Lebensalters kommen, die Columnen 6 bis 8 entsprechen den Columnen 2, 4 und 5 in Procenten ihrer Summen; die Columnen 9 und 10 endlich geben an, in welchem Maasse in jeder Altersclasse beide Geschlechter an 100 Selbstmorden betheiligt sind.

Die Tafel VII ist wieder aus den der Abhandlung Quetelet's beigegebenen Tabellen berechnet, und die Vertheilung der Bevölkerung auf die Altersclassen die von ihm angenommene, oben (S. 112) angegebene. So weit diese Tafel mit der bei Quetelet ihr entsprechenden (p. 36) vergleichbar ist, kommen auch hier einige unbedeutende Abweichungen vor.

Die zweite Tafel VIII ist gezogen aus den Tabellen, die sich in Wappäus Bevölkerungsstatistik (II, S. 472) finden. Die Grösse und Vertheilung der

Bevölkerung ist die, welche die Volkszählung von 1851 gab (Wappäus II, S. 468), nämlich folgende:

Unter 16 J.	10.420654
16—21 „	3.109254
21—30 „	5.226155
30—40 „	5.274872
40—50 „	4.456871
50—60 „	3.636906
60—70 „	2.307855
70—80 „	1.077477
80 u. m. „	243483
	35.753527

VII. Tafel der Selbstmörder von 1835 bis 1844.

1. Alter.	2. M. u. W.	3. Antheile d. M.	4. Männer.	5. Weiber.	6. M. u. W.	7. Männer.	8. Weiber	9. Männer.	10. Weiber.
Unter 16 J.	1,7	0,766	1,3	0,4	0,2	0,2	0,1	0,12	0,04
16—21 „	44,1	0,648	28,6	15,5	4,1	3,6	5,7	2,7	1,4
21—30 „	87,0	0,741	64,5	22,5	8,1	8,0	8,3	6,0	2,1
30—40 „	100,0	0,781	78,1	21,9	9,3	9,7	8,1	7,3	2,0
40—50 „	135,0	0,761	102,8	32,2	12,6	12,8	11,9	9,6	3,0
50—60 „	144,8	0,737	106,7	38,1	13,5	13,3	14,0	9,9	8,5
60—70 „	171,3	0,736	126,0	45,3	15,9	15,7	16,7	11,7	4,2
70—80 „	197,3	0,753	148,6	48,7	18,4	18,5	18,0	13,8	4,5
80 u. m. „	194,1	0,760	147,5	46,6	18,0	18,3	17,2	13,7	4,3
Summen:	1075,3		804,1	271,2	100	100	100	74,82	25,04
			1075,3					100	

VIII. Tafel der Selbstmörder von 1848 bis 1857.

1. Alter.	2. M. u. W.	3. Antheile d. M.	4. Männer.	5. Weiber.	6. M. u. W.	7. Männer.	8. Weiber.	9. Männer.	10. Weiber.
Unter 16 J.	2,7	0,669	1,8	0,9	0,2	0,2	0,3	0,14	0,07
16—21 „	45,9	0,586	26,9	19,0	3,5	2,8	5,5	2,1	1,4
21—30 „	97,9	0,721	70,6	27,3	7,5	7,3	8,0	5,4	2,1
30—40 „	114,5	0,770	88,2	26,3	8,8	9,1	7,7	6,7	2,0
40—50 „	164,4	0,779	128,1	36,3	12,6	13,3	10,6	9,8	2,8
50—60 „	206,1	0,783	161,5	44,6	15,8	16,8	13,0	12,4	3,4
60—70 „	222,9	0,743	165,5	57,4	17,1	17,2	16,8	12,7	4,4
70—80 „	238,0	0,742	176,5	61,5	18,2	18,3	18,0	13,5	4,7
80 u. m. „	214,0	0,678	145,0	69,0	16,4	15,0	20,2	11,1	5,3
Summen:	1306,4		964,1	342,3	100	100	100	73,84	26,17
			1306,4					100	

Aus denselben Datis, auf welche sich die vorstehende Tafel VIII gründet, hat Wappäus (II, S. 432) eine Tabelle berechnet, die mit den Columnen 4, 5, 7 und 8 unsrer Tafel zusammenstimmen sollte, aber von diesen gänzlich abweicht. Der Grund dieser Differenz ist, dass Wappäus sich nicht der Bevölkerungszahl und Vertheilung von 1851, sondern der von Quetelet für das Mittel aus den Jahren 1826 bis 1844 (s. o. S. 112) bedient hat. Dies kann doch wol nur ein Versehen seyn, zumal da Wappäus selbst bei der Berechnung der Angeklagten desselben Zeitraums von 1848 bis 1857 (S. 431) die Volkszählung von 1851 zu Grunde legt.* Wir halten uns dem berühmten Statistiker gegenüber für verpflichtet, das Gesagte genau nachzuweisen. In dem folgenden Täfelchen enthalten die Columnen 2 und 3 die Zahlen der männlichen und weiblichen Selbstmörder, die nach den von Wappäus (S. 472) mitgetheilten Tabellen auf ein mittleres Jahr des Zeitraums von 1848 bis 1857 kommen, die Columnen 4 und 5 aber die Zahlen der Selbstmörder, die nach Wappäus auf 10 Millionen der nebenstehenden, in Columne 1 angezeigten Altersclasse zu rechnen sind. Da die Columnen 4 und 5 unsrer Tafel VIII die Zahlen der männlichen und weiblichen Selbstmörder auf eine Million der Bevölkerung jeder Altersclasse angeben, so müssten ihre Zehnfachen mit den Zahlen von Wappäus Tabelle übereinstimmen, was keineswegs der Fall ist. Diese giebt nämlich Folgendes.

Alter.	Männer.	Weiber.	Männer.	Weiber.
Unter 16 J.	19,0	9,4	17	8
16—21 „	83,6	59,0	278	196
21—30 „	368,9	142,5	741	287
30—40 „	465,1	138,9	974	291
40—50 „	570,9	161,7	1447	411
50—60 „	587,3	162,4	1936	534
60—70 „	382,0	132,4	1946	672
70—80 „	190,2	66,3	2194	762
80 u. m. „	35,3	16,8	1856	901

* Als Mittelzahl dieses Zeitraums ist sie wol etwas zu niedrig. Durch Interpolation erhält man aus den Volkszählungen, welche

1846 35.400486,
1851 35.783170,
1856 36.039364

Personen gaben, für die Jahre

1848 35.553560,
1857 36.090603,

wovon das Mittel

35.822083.

Der Unterschied ist indessen in Bezug auf die zu ziehenden Resultate ohne erheblichen Einfluss.

Man kann nun aus diesen Zahlen leicht rückwärts die für jede Altersclasse angenommene Bevölkerungszahl berechnen. Denn bezeichnen wir dieselbe durch x, die der nämlichen Altersclasse zugehörigen Zahlen der 2ten und 3ten Columne resp. durch m und w, die der 4ten und 5ten Columne durch m' und w', so ist

$$x : 10^7 = m : m' = w : w',$$

folglich

$$x = \frac{m}{m'} \cdot 10^7 = \frac{w}{w'} \cdot 10^7.$$

Hiernach ist nun z. B. für die Altersclasse 16—21

$$x = \frac{836}{278} \cdot 10^6 = 3{,}01 \text{ Mill. nahe} = \frac{590}{196} \cdot 10^6;$$

für die Altersclasse 21—30

$$x = \frac{3689}{741} \cdot 10^6 = 4{,}97 \text{ Mill. nahe} = \frac{1425}{287} \cdot 10^6;$$

für die Altersclasse 30—40

$$x = \frac{4651}{974} \cdot 10^6 = 4{,}77 \text{ Mill. nahe} = \frac{1389}{291} \cdot 10^6;$$

für die Altersclasse 40—50

$$x = \frac{5709}{1447} \cdot 10^6 = 3{,}94 \text{ Mill. nahe} = \frac{1617}{411} \cdot 10^6;$$

u. s. f., was denn in der That die von Quetelet angenommenen Bevölkerungszahlen sind.

Eine zweite Tabelle, welche Wappäus (S. 437, XII) zur Vergleichung der Frequenz des Selbstmordes in Frankreich innerhalb der Jahre 1849 bis 1854 mit der gleichzeitigen Frequenz in Dänemark giebt, stimmt dagegen mit den Columnen 7 und 8 unsrer Taf. VIII viel besser zusammen. Dem Verfasser entgeht nicht die Differenz dieser Zahlen von denen seiner eignen, in der vorgedachten Tabelle für den Zeitraum von 1848 bis 1857; aber er sucht den Grund darin, dass in dieser letzteren, wie bei Quetelet, die Zahlen der Selbstmörder in beiden Geschlechtern mit der ganzen Bevölkerung der betreffenden Altersclasse verglichen wurden, indess bei der Berechnung der andern Tafel (XII) die männlichen Selbstmörder mit der männlichen, die weiblichen mit der weiblichen Bevölkerung in Vergleichung gestellt und auch die ungleichen Verhältnisszahlen der Geschlechter in Rechnung gezogen sind. Welchen Einfluss nun diese allerdings schärfere Berechnungsweise hat, zeigen die beiden folgenden Täfelchen IX und X in Vergleichung mit VII und VIII. Sie enthalten in den Columnen 2 und 3 die Zahlen der Selbstmörder, welche auf eine Million ihres Geschlechts kommen und daher beiläufig doppelt so gross sind als die entsprechenden Zahlen der Columnen 4 und 5 in VII und VIII, in den Columnen 4 und 5 aber diese Zahlen auf Procente ihrer Summen reducirt. In X stimmen nun diese Procentsätze mit denen in Wappäus's Tab. XII noch näher zusammen als die in unsrer Taf. VIII. Wir haben auch hier in den beiden letzten

Columnen die Antheile beider Geschlechter aller Altersclassen an 100 Selbstmorden berechnet, und es geht daraus hervor, dass das männliche Geschlecht, besonders im höheren Lebensalter, stärker betheiligt ist, als die erstere weniger genaue Rechnung erkennen lässt.

IX. Supplement zu Tafel VII.

Alter.	Männer.	Weiber.	Männer.	Weiber.	Männer.	Weiber.
Unter 16 J.	2,2	1,2	0,1	0,2	0,1	0,05
16—21 „	56,5	31,7	3,3	6,1	2,5	1,4
21—30 „	130,5	44,5	7,7	8,6	5,9	2,0
30—40 „	155,6	44,0	9,1	8,5	7,0	2,0
40—50 „	204,7	64,7	12,0	12,5	9,2	2,9
50—60 „	217,9	74,8	12,8	14,4	9,8	3,4
60—70 „	274,2	83,7	16,1	16,2	12,3	3,8
70—80 „	317,3	91,8	18,6	17,7	14,3	4,1
80 u. m. „	345,1	81,4	20,3	15,7	15,5	3,7
Summen:	1704,0	517,8	100	100	76,6	23,35
	2221,8				100	

X. Supplement zu Tafel VIII.

Alter.	Männer.	Weiber.	Männer.	Weiber.	Männer.	Weiber.
Unter 16 J.	3,5	1,8	0,2	0,3	0,13	0,07
16—21 „	53,0	38,5	2,6	5,9	2,0	1,4
21—30 „	142,6	54,1	7,0	8,3	5,3	2,0
30—40 „	175,5	52,9	8,6	8,1	6,5	2,0
40—50 „	254,9	73,0	12,5	11,2	9,5	2,7
50—60 „	329,4	87,4	16,2	13,4	12,3	3,3
60—70 „	360,8	106,2	17,7	16,3	13,4	3,9
70—80 „	377,7	115,6	18,5	17,8	14,1	4,3
80 u. m. „	339,3	120,7	16,7	18,6	12,6	4,5
Summen:	2036,7	650,2	100	100	75,83	24,17
	2686,9				100	

Die Columne 2 von Taf. VII und VIII giebt nun ohne Weiteres, durch eine Million dividirt, für beide Decennien die Wahrscheinlichkeit des Selbstmords der Bevölkerung überhaupt, ohne Unterscheidung der Geschlechter, in jeder Altersclasse, und zeigt, dass in allen diese Wahrscheinlichkeit im zweiten Decennium gestiegen ist, z. B. also für die Altersclasse 21—30

von 0,0000870 auf 0,0000979,

in der Altersclasse 70—80

von 0,0001973 auf 0,0002380.

Ebenso einfach und genau geben die Columnen 2 und 3 von Taf. IX und X für beide Decennien durch Division mit 1 Million die Wahrscheinlichkeiten

des Selbstmords für die gesonderten Geschlechter und zeigen dieselbe Zunahme im zweiten Decennium. Sie ist z. B. für die Männer in der Altersclasse 21—30 gestiegen

von 0,0001305 auf 0,0001426,

in der Altersclasse 70—80

von 0,0003173 auf 0,0003777;

für die Weiber in der Altersclasse 21—30

von 0,0000445 auf 0,0000541,

in der Altersclasse 70—80

von 0,0000918 auf 0,0001156.

Zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Selbstmords in beiden Decennien ohne Unterscheidung von Altersclassen dienen folgende Zahlen der Selbstmorde, bei welchen die Selbstmörder, deren Alter unbekannt blieb, mit eingerechnet sind.

	1835—44	1848—57
Männer:	20104	27753
Weiber:	6742	9080
Zusammen:	26846	36833

Nimmt man für den ersten Zeitraum die Bevölkerung im Mittel zu 34 Millionen an, was hier der Wahrheit nahe kommen wird, legt aber für den zweiten, wie zuvor, die Volkszählung von 1851 zu Grunde, und nimmt in beiden das Verhältniss der Geschlechter 100 : 101,12 an, so erhält man in dem Decennium 1835—44 die Wahrscheinlichkeit des Selbstmords

für die Männer 0,0001189,
für die Weiber 0,00003944,
für die Gesammtbevölkerung 0,00007896;

im Decennium 1848—57 aber

für die Männer 0,0001561,
für die Weiber 0,00005051,
für die Gesammtbevölkerung 0,0001032.

Theilt man beide Zeiträume in zwei Quinquennien, so liegen folgende Rechnungsdata vor.

	1135—39	1840—44	1848—52	1853—57
Männer:	9305	10796	13543	14210
Weiber:	3116	3629	4209	4871
Zusammen:	12421	14425	17752	19081

Nimmt man nun für das mittlere Jahr jedes dieser vier Quinquennien die Bevölkerungszahl der Reihe nach zu

33,7, 34,5 35,5 36,0

Millionen an, so ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten des Selbstmords:

	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Männer:	0,0001111	0,0001259	0,0001535	0,0001585
Weiber:	0,00003674	0,00004184	0,00004716	0,00005382
Gesammtbevölkerung:	0,00007370	0,00008362	0,0001000	0,0001060

Die Wahrscheinlichkeit des Selbstmords ist also in beiden Geschlechtern fortwährend im Steigen, und zwar sind in den beiden ersten Quinquennien die Männer 3mal, im dritten 3,04mal, im vierten 3,13mal so stark dabei vertreten als die Weiber. Setzt man die Wahrscheinlichkeit des Selbstmords im ersten Quinquennium für die Männer sowohl als für die Weiber und die gesammte Bevölkerung gleich 100, so ist dieselbe in den drei folgenden Quinquennien der Reihe nach

für die Männer

113,3 138,2 142,7,

für die Weiber

113,9, 128,4, 146,4,

für die Gesammtbevölkerung

113,4, 135,7, 143,8.

Zum Schluss noch eine ähnliche Bemerkung wie die bei den Verbrechen. Es kamen auf 1 Million der Gesammtbevölkerung von 1835 – 44 im mittleren Jahr 79, von 1848—57 aber 103 Selbstmörder. Diesen Zahlen kommen in der Columne 2 von Taf. VII und VIII am nächsten die Zahlen 87,0 und 97,9. Beide gehören der Altersclasse von 21 bis 30 Jahren. Diese Altersclasse repräsentirt also am nächsten die Verleitbarkeit der Gesammtbevölkerung zum Selbstmord.

Was endlich die Mittel betrifft, deren sich in denselben Zeiträumen die Selbstmörder zur Herbeiführung des Todes bedienten, so vertheilen sich dieselben nach den von Quetelet und Wappäus (II, S. 467 und 473*) mitgetheilten Tabellen auf die beiden Geschlechter, wie folgt.

Männer.

Tödtung durch	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Ertränken	2609	3187	3732	3796
Erhängen u. Erdrosseln	2935	3722	5103	5828
Erschiessen	2230	2195	2574	2185
Kohlendunst	486	546	793	1014
Stich oder Schnitt	420	512	581	638
Herabstürzen	334	357	462	406
Gift	224	230	189	241
andre Mittel	67	47	109	102
Summen:	9305	10796	13543	14210

* Die Zahl der Männer, welche sich i. J. 1855 durch Erschiessen tödteten, kann nicht, wie a. a. O. steht, 528, sondern muss 428 seyn, wie die gezogenen Summen ausweisen.

Weiber.

Tödtung durch	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Ertränken	1503	1715	1923	2225
Erhängen u. Erdrosseln	778	986	1145	1330
Erschiessen	43	32	32	32
Kohlendunst	396	458	586	738
Stich oder Schnitt	77	86	113	136
Herabstürzen	205	232	260	258
Gift	97	114	122	132
andre Mittel	17	6	28	20
Summen:	3116	3629	4209	4871

Hieraus erhält man nun folgende Zahlen, welche angeben, wie viel in beiden Geschlechtern von 1000 Selbstmorden auf jede der gewählten Todesarten kommen.

XI. Tödtungsarten der männlichen Selbstmörder.

Tödtung durch	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Ertränken	280	295	276	267
Erhängen u. Erdrosseln	315	345	376	410
Erschiessen	240	203	190	154
Kohlendunst	53	51	59	71
Stich oder Schnitt	45	48	43	45
Herabstürzen	36	33	34	29
Gift	24	21	14	17
andre Mittel	7	4	8	7
Summen:	1000	1000	1000	1000

XII. Tödtungsarten der weiblichen Selbstmörder.

Tödtung durch	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Ertränken	482	472	457	457
Erhängen u. Erdrosseln	250	272	272	273
Erschiessen	14	9	7	7
Kohlendunst	127	126	139	151
Stich oder Schnitt	25	24	27	28
Herabstürzen	66	64	62	53
Gift	31	31	29	27
andre Mittel	5	2	7	4
Summen:	1000	1000	1000	1000

Fasst man endlich beide Geschlechter zusammen, so erhält man folgende Vertheilung der gewählten Todesarten.

XIII. Tödtungsarten der Selbstmörder überhaupt.

Tödtung durch	1835—39	1840—44	1848—52	1853—57
Ertränken	331	340	319	316
Erhängen u. Erdrosseln	299	326	352	375
Erschiessen	183	154	147	116
Kohlendunst	71	70	78	92
Stich oder Schnitt	40	41	39	41
Herabstürzen	43	41	41	35
Gift	26	24	17	19
andre Mittel	7	4	7	6
Summen:	1000	1000	1000	1000

Hieraus ist nun zu ersehen, dass in Frankreich bei dem männlichen Geschlecht das Erhängen und Erdrosseln die erste, das Ertränken die zweite, das Erschiessen die dritte Stelle einnimmt und diese Tödtungsarten bei weitem die häufigsten sind, indess bei dem weiblichen Geschlecht das Ertränken am beliebtesten ist, dann erst das Erhängen und Erdrosseln, und auf dieses die Tödtung durch Kohlendunst folgt. In beiden Geschlechtern, vorzüglich aber in dem weiblichen, ist in den vier Quinquennien die Vorliebe für diese Todesart fortwährend gestiegen; dasselbe gilt von dem Erhängen, indess die Benutzung des Schiessgewehrs, in schwächerem Grade das Ertränken, sichtlich abgenommen hat. Auch das Vergiften hat sich etwas vermindert, die Tödtung durch Herabstürzen ebenfalls, doch noch weniger. Das Halsabschneiden, sich Erstechen, Oeffnen von Pulsadern ist sich ziemlich gleich geblieben. In welcher Rangordnung die Tödtungsarten auf einander folgen, wenn man beide Geschlechter vereinigt betrachtet, zeigt Taf. XIII unmittelbar.

LEIPZIG
DRUCK VON GIESECKE & DEVRIENT.

